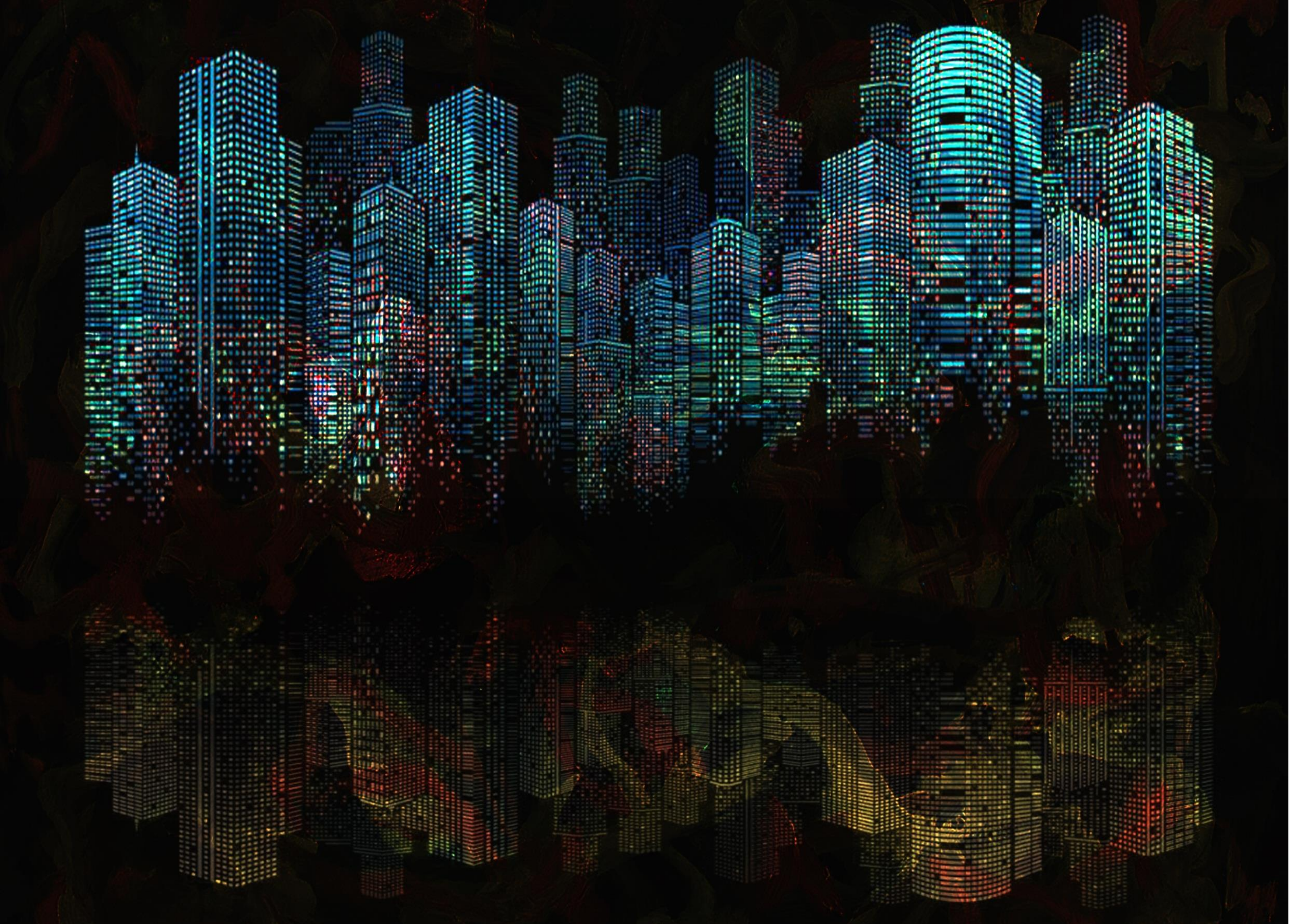
أمين حواس

نماذج النمو الاقتصادي



نماذج

النمو الاقتصادي

نماذج

النمو الاقتصادي

تأليف:
أمين حــواس
جامعة ابن خلدون تيارت (الجزائر)



فهرسة المكتبة الوطنية الجزائرية أثناء النشر

حواس، أمين

نماذج النمو الاقتصادي / أمين حواس. منشورات مخبر تطوير المؤسسة الاقتصادية الجزائرية، جامعة ابن خلدون تيارت، الجزائر، 2021 م.

895 ص؛ 17 x 24 سم

1-النمو الاقتصادي 2-التنمية الاقتصادية 3-الاقتصاد الكلي المعمق

ردمك: I.S.B.N: 978-9931-9764-2-4

تم تحكيم الكتاب من قبل لجنة متخصصة شكلت بناءا على قرار المجلس العلمي لكلية الاقتصاد بجامعة ابن خلدون تيارت في اجتماعه المعقود بتاريخ 2021/05/27. وقد وافق المجلس العلمي على نشره (بعد اطلاعه على تقارير المحكمين) في اجتماعه المعقود بتاريخ 2021/07/6.




الله
بسم الله الرحمن الرحيم

إهداء

إلى الوالدين الكريمين أطال الله عمرهما

إلى روح أستاذي ساعد بوخاتم رحمه الله...

نبذة عن المؤلف

أمين حواس أستاذ بجامعة ابن خلدون تيارت (الجزائر) متحصل على شهادة الدكتوراه في الاقتصاد بجامعة تلمسان (الجزائر). له العديد من المقالات والأوراق العلمية المنشورة حول مجالات النمو، التنمية، السياسة الصناعية، النوعية المؤسساتية، التجارة الدولية والتقدم التكنولوجي، كما سبق للمؤلف أن نشر كتبا بعنوان: الانفتاح التجاري والنمو الاقتصادي: أدلة من الصين (2017)، مقدمة في النمو الاقتصادي (2018) ونظريات التنمية المعاصرة (2021).

المحتويات

الصفحة

تقديم

"بمجرد أن يبدأ المرء التفكير في (النمو الإقتصادي)، فمن الصعب التفكير في أي شيء آخر (لأن)عواقبه على رفاهية الإنسان هي ببساطة جد مذهلة".

Robert E. Lucas, J. (1988 :5).

تُلخص كلمات Robert Lucas الحائز على جائزة نوبل في الاقتصاد لماذا يصعب على كثير من علماء الاقتصاد العظماء "التفكير في أي شيء آخر" وقضاء كل حياتهم المهنية محاولين فهم عملية النمو الاقتصادي. من محاسن الصدف وتزامنا مع كتابة النصوص الأولى لهذا الكتاب، فاز الاقتصاديان Paul Romer وWilliam Nordhaus بجائزة نوبل في الاقتصاد عام 2018 نظير مساهمتهما في تطوير نظرية النمو الحديثة مما شجعني أكثر للمضي قدما في تأليف هذا الكتاب. هذا الفوز هو بمثابة انتصار آخر يُضاف لمجال النمو الاقتصادي وربما يدفعني حتى القول أنه أهم موضوع في علم الاقتصاد (لست أبالغ في ذلك): هذا ليس مستغربا! تُعتبر عملية النمو الاقتصادي ومصادر اختلاف الأداء الاقتصادي عبر البلدان أكثر القضايا اهتماما، إثارة وتحديا في مجال العلوم الاجتماعية الحديثة والسبب في ذلك ببساطة لأن النمو الاقتصادي هو المحدد الرئيسي لرفاهية الأمم: سواءا كان البلد فقيرا أو غنيا اليوم فقد تحدد مصيره بحجم نمو دخله الوطني في الماضي، بل ستتحدد ثروته المستقبلية عن طريق النمو الحالي والمستقبلي.

لفهم عملية النمو الاقتصادي وأسباب الثراء والفقر بين البلدان وعبر التاريخ، نحتاج نظرية تنظم الحقائق وتوضح علاقات السببية وتستخلص الآثار المترتبة على السياسات الاقتصادية. في اقتصاديات النمو كما هو الحال في مجالات الاقتصاد الأخرى، يقتضي إجراء دراسة جادة حول مسألة النمو الاقتصادي والقضايا ذات الصلة نهجا نظريا واضحا وشاملا تُطور نماذج تُعالج فيها العوامل المباشرة التي تدفع توليد معدلات نمو مستديمة (بما يتفق مع الحقائق والبيانات الواقعية)، وتُستخدم كأداة معيارية لتصميم السياسات وتقييمها من قبل الحكومات في جميع أنحاء العالم.

لقد تحسن فهمنا لظاهرة النمو الاقتصادي بشكل كبير خلال العقود الماضية، فمنذ الثمانينات أصبح هذا الموضوع إحدى أنشط مجالات البحث في الاقتصاد بفضل نشر كثير من الأفكار الرائعة لدراسات مُؤثرة ونقاشات هامة حول هذا الموضوع. و على هذا الأساس، يسعى كتاب **"نماذج النمو الاقتصادي"** تقديم نظرة عامة و شاملة لما يُعتبر حاليا أهم الإسهامات النظرية في تحليل النمو الاقتصادي، الغرض منه إظهار جوهر نظرية النمو الاقتصادي(كنظرية ديناميكية في مجال الاقتصاد الكلي الحديث تُطور بشكل منهجي و وثيق روابط بين الاقتصاد الكلي الساكن بالنظرية الاقتصادية الديناميكية الحديثة)عن طريق الجمع بين المناقشة التفصيلية للمناهج النظرية المرتبطة بنماذج النمو الاقتصادي و السياسات الاقتصادية المنبثقة عنها (رغم أن هذا الكتاب ليس حول السياسة الاقتصادية، إلا أن معظم النماذج تُدرج و تتناول عددا من قضايا السياسة الاقتصادية).

رغم الأهمية البالغة التي يحظى بها النمو الاقتصادي والكم الهائل من الأوراق البحثية والكتب التي نُشرت في هذا المجال، إلا أن معظمها تُركز على جانب النظرية إما لاستخلاص السياسات والتطبيقات التجريبية أو لأنها مُتخصصة في دراسة مجالات معينة فقط ذات الصلة بموضوع النمو الاقتصادي ولا تهتم بالنماذج الرسمية التي تشرح الحقائق والألغاز الرئيسية، كما أنها لا تُدعم القارئ بمواد نظرية وتجريبية تفصيلية حول النمو تُساعده في محاولة تصميم سياسة النمو. من جانب آخر، هناك عدد قليل جدا من الكتب الرائعة المكتوبة على شكل نصوص مدرسية تم نشرها حول نظرية النمو الاقتصادي قد يرغب القارئ في تفحصها نذكر منها (على سبيل المثال لا الحصر) كتب Aghion and Howitt (1998،2009)، Barro and Sala-i-Martin (2003)، Acemoglu (2009) وJones (2013)، لكنها في كثير من الأحيان تعتمد نهجا وتقديما مختصرا، معقدا ومتفاوتا في درجة صعوبتها التقنية على قدرة استيعاب القارئ خاصة الطلاب الجامعيين وطلاب الدراسات العليا، والأهم من ذلك على حد علمي لا يُوجد كتاب مدرسي مُتخصص في مجال النمو الاقتصادي ونماذجه باللغة العربية باستثناء الكتاب الذي نشره (حواس مع زرواط) بعنوان "**مقدمة في النمو الاقتصادي**" عام 2018.

إذن، في ظل هذه الحاجة الماسة لكتاب مُتخصص لدراسة موضوع النمو الاقتصادي يُكتب خصيصا للطلاب والباحثين في مجال الاقتصاد وحتى العلوم الأخرى، حاولت من خلال هذا الكتاب ملء هذه الفجوة وتقديم الموضوع بأسلوب واضح وسهل قدر الامكان.

تم تصميم الكتاب كمرجع يُستخدم لتدريس المقررات التعليمية للطلاب الجامعيين وطلاب الدراسات العليا في مقاييس النمو الاقتصادي، الاقتصاد الكلي، الاقتصاد الكلي المعمق والتنمية الاقتصادية، حيث يُفترض عبر الاطلاع على نصوص هذا الكتاب أن يكتسب الطلاب كفاءة ومعرفة معقولة حول نظرية النمو واستخداماتها، وأن تُتيح لهم سهولة الوصول للمواد الحديثة على أمل أن يحفز هذا لديهم استخلاص العديد من الأفكار الجديدة. كما سيجد الباحثون هذا الكتاب قيما كمرفق لمعالجة المقالات الأصلية حول الموضوع بشكل أفضل، ويُمكن اعتماده كمرجع في مجال الاقتصاد القياسي لإجراء الاختبارات التجريبية ولأغراض تنبؤيه. ويستهدف هذا الكتاب أيضا الباحثين الاقتصاديين المنخرطين في تقديم المشورة الحكومية بشأن سياسة النمو؛ فمع الاستخدام المتقن للنماذج والمعادلات يُتيح لهم هذا الكتاب النماذج النظرية الأساسية المُساعدة على تصميم سياسات النمو الاقتصادي. أخيرا قد يجد المهووسون بالرياضيات شيئا ما يروق لهم في هذا الكتاب.

للاستفادة من هذا الكتاب، يُفترض أن القارئ على دراية بمبادئ الاقتصاد الكلي والجزئي (أمر مفروغ منه) ولا يتطلب معرفة مُسبقة بنظرية النمو، وأن يكون مُلما بشكل جيد بالأدوات الرياضية المُفيدة لحساب التفاضل، التكامل والاحصاء وهذا لاعتماد نماذج النمو الاقتصادي بشكل شبه مُطلق على الرياضيات (لغة الاقتصاد الحديث)، لكن لابد أن نُؤكد أن الرياضيات ليست سوى أداة تُستخدم لفهم الظواهر في العالم الحقيقي إلا أنها أداة مفيدة للغاية: فالرياضيات تتواصل مع أفكار غالبا ما تكون غامضة عند استخدام الكلمات فقط، كما أنها تفسح المجال بشكل

أفضل لمقارنة النماذج كميا ببيانات العالم الحقيقي، وعلى هذا الأساس يستخدم هذا الكتاب الأدوات الرياضية بشكل مفرط في التحليل الاقتصادي مع تضمين فصل ملحق يُساعد القارئ على فهم بعض المفاهيم الرياضية المُستخدمة على طول نصوص هذا الكتاب، لكني مع ذلك حاولت عموما دعم الرياضيات بتفسيرات لفظية حتى لا يشعر غير الملم بالرياضيات بالارتباك.

هذا الكتاب حصيلة سنوات من التدريس والبحوث في مجال النمو الاقتصادي أردت فيه أن أكون شاملا بشكل غير ضروري، حيث حاولت جاهدا أن أكون واضحا للغاية بشأن الاشتقاقات الرياضية وعدم تجاوز الخطوات عند القيام بذلك، وربما ما يُميز هذا الكتاب عن الكتب الأخرى في هذا المجال (إن لم يكن شيئا آخر) هو بساطة الخطوات التي يتميز بها والاهتمام بشكل معمق ببرهنة أكبر عدد من المعادلات التي تُمكن القارئ من فهم المنطق وراء هذه العلاقات.

يُتيح تسلسل قراءة الفصول للقارئ فهما منطقيا، سلسا وسهلا لتطور الفكر الاقتصادي في مجال نظرية النمو الاقتصادي، وينقله لمستويات متدرجة من التعقيد (من الأكثر سهولة إلى الأكثر تعقيدا) تزداد مع تغطية النصوص للنماذج الأكثر تطورا. ومن أجل الحفاظ على كتاب منهجي ومنظم قدر المستطاع، أُجبرت على تقديم الإسهامات الأكثر شيوعا وشهرة في مجال نظرية النمو نظرا لاستحالة (على الأقل صعوبة) إدراج كل الإسهامات النظرية التي أخذت نواحي وأبعاد متشعبة في مجال النمو، لذا حاولت تقديم نماذج تُعتبر "العمود الفقري" في أدبيات النمو الاقتصادي السائدة. وربما سيُلاحظ القارئ تحيز الكتاب بشكل واضح اتجاه النهج النيوكلاسيكي

في تفسير عملية النمو، ولعل هذا الاتجاه له ما يٌبرره لتفوق أداء هذا النهج على جميع الأساليب الأخرى، كما أنه يٌمثل حجر أساس بناء نظرية الاقتصاد الكلي الحديث ومرجعا أساسيا لأي مقرر تعليمي حول النمو الاقتصادي، لكن من منظور تاريخي مقارن أُشرك بعض مناهج النمو البديلة لاستيعاب فهم هذه الظاهرة بشكل أوسع.

بعد إدراج فصل تمهيدي يتم فيه مراجعة أساسيات النمو الاقتصادي (كيفية حسابه، المفاهيم المرتبطة به...) وتقديم موجز تاريخي لتطور مناهج النمو الاقتصادي -يهدف هذا الفصل لتأسيس خلفية كافية تساعد القارئ على استيعاب الأسس المفاهيمية والرياضية لقراءة نماذج النمو الاقتصادي (يُظهر هذا الفصل أهمية النموذج ويٌحفز بقية التحليل في الكتاب) -يتم تقسيم الكتاب لجزأين رئيسيين يتكون كل جزء من بابين وكل باب من ثلاث فصول:

في الجزء الأول من الكتاب، يتم عرض نماذج النمو الخارجي التي تٌؤكد على الطبيعة الخارجية لمصادر النمو على المدى الطويل، حيث تطرق الباب الأول لنماذج نمو تٌحدد معدل الادخار بشكل خارجي: النموذج الكينزي لـ Harrod-Domar (الفصل الثاني)، النماذج النيوكلاسيكية لـ Solow-Swan (الفصل الثالث) وUzawa (الفصل الرابع). بعد ذلك، يتعامل الباب الثاني مع نماذج تٌحدد الادخار بشكل داخلي: نماذج سلوك الأمثلية لـ Ramsey-Cass-Koopmans (الفصل الخامس) وDiamond (الفصل السادس) ونموذج التوزيع النيوكينزي لـ Kaldor-Pasinetti (الفصل السابع).

في الجزء الثاني من الكتاب يتم تقديم نماذج النمو الداخلي الأساسية تشرح مصادر التقدم التكنولوجي والنمو الاقتصادي طويل الآجل داخل النظام، و يبدأ الباب الأول من هذا الجزء بتقديم الجيل الأول من نماذج تُؤكد على دور تراكم رأس المال في توليد النمو طويل المدى: نماذج AK لـ Rebelo –Barro (الفصل الثامن)، نماذج AK مع الآثار الانتشارية لـ Frankel-Arrow-Romer (الفصل التاسع) ونماذج تراكم رأس المال البشري لـ Uzawa-Lucas (الفصل العاشر)، في حين يُركز الباب الثاني على نماذج التغير التكنولوجي الداخلي أو القائم على الابتكار: نماذج توسيع الأصناف لـ Romer (الفصل الحادي عشر)، نماذج النمو الشومبتري لـ Aghion – Howitt (الفصل الثاني عشر) و أخيرا نماذج التغير التكنولوجي المُوجه لـ Acemoglu (الفصل الثالث عشر).

لا يُوجد غذاء مجاني في الاقتصاد والنهج الذي اتبعته لا يخلو من تكاليف. في الوقت الحاضر، يتضمن الكتاب أهم النماذج الأساسية المشهورة في أدبيات النمو الاقتصادي، لكن نظرا للطبيعة الديناميكية لهذا المجال الذي يتغير باستمرار آمل في توسيع الكتاب لأبعاد عديدة خلال الأشهر والسنوات المُقبلة إن شاء الله، كما أرحب بأي ملاحظات وتعليقات حول هذا الكتاب نظرا لأنه عمل بشري تُوجد فيه نقائص وأخطاء (غير مقصودة)، وقد تبدو بعض الأقسام غير واضحة بشكل تام للقارئ. إذا كان لديكم أي تعليقات أو اقتراحات على أي من هذه الأسطر، يُرجى إرسالها عبر البريد الإلكتروني على العنوان الوارد آخر هذه الكلمات.

في الأخير، ممتن جدا لأجيال من طلاب جامعات تيارت ومستغانم (الجزائر) درسوا عندي مقياس نماذج النمو ومقاييس ذات الصلة حفزني بشدة لإعداد هذا الكتاب خصيصا لهم، حيث ساهمت تعليقاتهم وردود أفعالهم في تحسين عرض ومحتوى المادة الناتجة، وفي النهاية طُلابنا "في الماضي والمستقبل" هم السبب الرئيسي لكتابة هذا النص.

أمين حواس

(amine.haouas@univ-tiaret.dz)

الجزائر، رمضان 1442هـ–2021 م

الفصل الأول

أساسيات النمو الاقتصادي

يسعى الاقتصاد كعلم اجتماعي إلى تفسير الظواهر الاقتصادية والاجتماعية كمسألة لماذا بعض البلدان جد غنية وبعضها الآخر جد فقيرة، ولماذا تنمو بعض الاقتصاديات بسرعة والبعض الآخر لا تنمو على الإطلاق؟ يعمل الاقتصاد من منظور معياري على تقديم أسس نظرية للسياسة الواجب إتباعها لحل المشاكل الاقتصادية والاجتماعية: أليس الهدف الجوهري للسياسة الاقتصادية هو تحقيق استقرار الأسعار، تقليل البطالة والفقر، ميزانية حكومية متوازنة، الحد من الديون المحلية والأجنبية، توفير فائض الحساب الجاري أو العجز، إزالة التدخلات الحكومية والانفتاح على التجارة الدولية...الخ

أيا من هذه الأهداف ليس مهما في حد ذاته ما لم يتوافق مع الهدف الرئيسي للسياسة الاقتصادية المتمثل في "تعزيز النمو والتنمية الاقتصادية": فما لم يثبت وجود

صلة مقنعة ومرضية بين هذه العوامل والنمو الاقتصادي، لن تكون ذات مغزى كهدف للسياسة الاقتصادية.

لماذا النمو الاقتصادي جد مهم، ولماذا يجب أن نهتم به؟ حسنا، الجواب ببساطة لأنه السبيل الوحيد لرفع وتحسين مستويات معيشتنا. في سعيه المعمق لمعرفة مصادر النمو الاقتصادي، يُؤكد William Easterly (2001: 03) هذه الحقيقة بقوله:

"...نهتم به[النمو الاقتصادي] لأنه يجعل الفقراء أفضل حالا ويُقلل نسبة السكان الذين يُعانون من الفقر.... نهتم به لأن الأغنياء سيأكلون أكثر وسيشترون المزيد من الأدوية لأطفالهم...."

من أجل تحسين مستوى المعيشة، لا شك أن تقاسم الكعكة لا يقل أهمية عن نمو حجمها، لكن ليس هناك أدلة مقنعة بأن النمو الاقتصادي يُؤدي لعدم المساواة في توزيع الدخل. بدلا من ذلك، تُوثق عدد من الدراسات التجريبية حقيقة أن الفقر ينخفض مع زيادة النمو الاقتصادي لأنه حتى بافتراض ثبات درجة عدم المساواة في الدخل لن يعيش الفقراء والأغنياء بأفضل حال إلا إذا حقق الاقتصاد نموا سريعا مع مرور الوقت. صحيح أن إعادة توزيع الدخل تُعتبر إحدى طرق تخفيض حدة الفقر، إلا أن الطريقة الثانية الأهم تتمثل في تسريع وتيرة النمو الاقتصادي.

1. ما هو النمو الاقتصادي؟

اسأل أي صانع للسياسة الاقتصادية في أي مكان في العالم حول الهدف الاقتصادي الرئيسي: سيكون جوابه عادة "النمو الاقتصادي"...هذا صحيح. بإلقاء نظرة سريعة على الصحف اليومية تستطيع التعرف على البيانات الخاصة بمعدلات النمو الأخيرة لمختلف الاقتصاديات وآفاق نموها في المستقبل، لكن ما هو بالضبط هذا النمو الاقتصادي؟

يقيس النمو الاقتصادي بأبسط عباراته "تغير مستوى نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي (Gross Domestic Product, GDP) أو الدخل خلال فترة زمنية معينة": على سبيل المثال السنة الحالية مقارنة بالسنة الماضية أو الربع الحالي من السنة (جانفي-مارس) مقارنة بالربع السابق(أكتوبر-ديسمبر)....إن النمو الاقتصادي يعني تلك **الزيادة الحاصلة في نصيب الفرد من GDP الحقيقي**(القيمة السوقية المُعدلة من التضخم لمجموع السلع و الخدمات النهائية المنتجة داخل بلد ما خلال فترة زمنية) التي تقيس تطور مستوى المعيشة. نعم يقيس النمو الاقتصادي تطور مستوى معيشة بلد ما خلال فترة زمنية محددة، ما يعني بزيادة نصيب الفرد من GDP يميل الرفاه الاقتصادي للارتفاع: تُحقق البلدان الأكثر ثراءا (تلك البلدان ذات أعلى نصيب فرد من GDP) رفاهية مادية أعلى في المتوسط من البلدان الفقيرة، كما يتمتع سكانها بمستويات أعلى من الاستهلاك، زيادة الأمن الغذائي، حياة أطول، حماية أكبر من

الأمراض والكوارث البيئية وانخفاض إمكانية حدوث العنف والحرب هذا من جانب. من جانب آخر، يميل سكان المجتمعات الأكثر ثراءا للتعبير بارتياح أكبر عن مطالب تتعلق بالتقييمات الذاتية لحياتهم (الحرية، الديمقراطية واحترام الذات...).

عادة ما يستخدم الاقتصاديون مؤشرات GDP الحقيقي ونصيب الفرد من GDP الحقيقي بغية إجراء مقارنات حول الأداء الاقتصادي، مستويات المعيشة والتنمية الاقتصادية بين البلدان. هنا يُعرف النمو الاقتصادي أنه "التغير المئوي السنوي لـ GDP الحقيقي أو لنصيب الفرد من GDP الحقيقي": إذا أردنا قياس مدى سرعة توسع الاقتصاد الإجمالي، يُعبر النمو الاقتصادي هنا عن تلك الزيادة الحاصلة في GDP الحقيقي، في حين يعكس نمو نصيب الفرد من GDP الحقيقي (نمو GDP الحقيقي أسرع من النمو السكاني) مدى تطور متوسط مستوى معيشة بلد ما أو متوسط مستوى الرفاهية المادية.

2. الرياضيات لغة نظرية النمو

يقوم هذا القسم بإيجاز بعض المفاهيم المفيدة لمعالجة مسألة النمو الاقتصادي خصوصا تلك المتعلقة بمسائل كتابة المعادلات التفاضلية وحساب الفروق البسيطة، فضلا عن المفاهيم المرتبطة بمعدل النمو وقيمها الحالية والمستقبلية في الزمن المنفصل والمستمر.

2.1. النموذج الاقتصادي واستخدام الرياضيات

النماذج الرياضية عبارة عن اختصارات لواقع أكثر تعقيدا...كل نموذج يُصبح مفيدا للغرض الذي خُصص له، ومع ذلك يُمكن ألا يكون مفيدا إذا ما خُصص لأغراض أخرى. علاوة على ذلك، لا يعني وجود نموذج أكثر تعقيدا أنه أكثر نفعا: قد تُظهر نماذج تستند على افتراضات بسيطة بعض الحقائق بشكل أفضل تُحاول إثباتها أو دحضها نماذج أخرى أكثر تعقيدا.

الرياضيات هي اللغة (الرسمية) المستخدمة في تقديم تلك النماذج، حيث تصف المعادلات الرياضية العلاقة الموجودة بين المتغيرات المختلفة المدرجة في النموذج بوصفه تمثيلا مُجردا لجزء من الاقتصاد أو كله، ويسمح استخدام الأدوات الرياضية بإجراء مقارنات عملية وتحليل تأثر المتغيرات الداخلية بسلوك تغير المتغيرات الخارجية. على هذا الأساس، تهتم نظرية النمو الاقتصادي بدراسة السلوك الديناميكي للاقتصاد وتتعامل مع عمليات التغير عبر الزمن في كلا الجانبين المتصل والمتقطع، لذا نستعين بالمعادلات التفاضلية وحسابات الفروق البسيطة لفهم طبيعة النماذج الديناميكية: على سبيل المثال، لدينا توازن الدخل/ الانفاق لاقتصاد مغلق ما في ظل غياب التدخل الحكومي وفق المعادلة التالية:

$$Y = C + I$$

نفترض أن الاستثمار (I) يُساوي زيادة مخزون رأس المال (K):

$$I = \Delta K$$

إذا افترضنا أن مستوى معين من مخزون رأس المال يُستخدم دائما لإنتاج وحدة من الناتج (Y) فإن:

$$Y = \frac{1}{v} K$$

ما يعني أن:

$$\Delta Y = \frac{1}{v} \Delta K$$

ينمو الاقتصاد من مستوى لآخر ومن سنة لأخرى. من جانب آخر، يُفترض أن مصدر رأس المال الجديد يتأتى من جزء دخل(الناتج)المُدخر وغير المستهلك خلال تلك الفترة والذي يُوجه نحو الاستثمار نهاية تلك الفترة (السنة): إذا كان (s) ذلك الجزء الثابت من الناتج غير المُستهلك والمُدخر لزيادة حجم مخزون رأس المال (ΔK) فإن:

$$\Delta K = sY$$

بدمج المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\Delta Y = \frac{s}{v} Y$$

تُخبرنا هذه المعادلة "التفاضلية من الدرجة الأولى" عن وجود علاقة مباشرة بين (Y) و (ΔY) -تهدف نظرية النمو الاقتصادي لتحديد مثل هذه العلاقات بدقة.

يُمكننا إعطاء حل عددي لهذه المعادلة بافتراض $s/v = 0.05$ وبقيمة أولية للناتج $Y(0) = 50$، ثم نستعين بطريقتين لحل هذه المشكلة: الطريقة التكرارية أو الطريقة العامة.

الطريقة التكرارية

لدينا: $\Delta Y = 0.05Y$

$$Y_{t+1} - Y_t = 0.05Y_t$$
$$Y_{t+1} = (1+0.05)Y_t$$
$$Y_{t+1} = 1.05Y_t$$

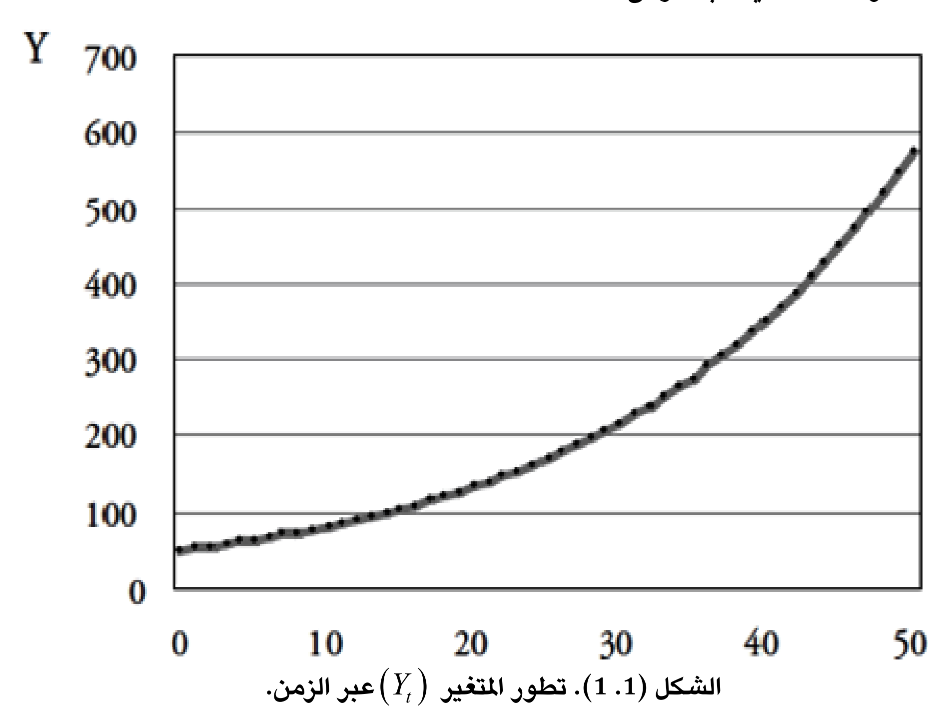
وفق قيم (t) المختلفة، نحصل على الجدول التالي:

$t=1$	$Y_1 = (1.05)Y_0$
$t=2$	$Y_2 = (1.05)Y_1$ $Y_2 = (1.05)(1.05)Y_0$ $Y_2 = (1.05)^2 Y_0$
$t=3$	$Y_3 = (1.05)Y_2$ $Y_3 = (1.05)(1.05)Y_1$ $Y_3 = (1.05)(1.05)(1.05)Y_0$ $Y_3 = (1.05)^3 Y_0$
$t=n$	$Y_n = (1.05)Y_{n-1}$ $Y_n = (1.05)(1.05)Y_{n-2}$ $Y_n = (1.05)(1.05)(1.05)Y_{n-3}$ $Y_n = (1.05)^n Y_0$

بشكل عام:

$$Y_t = (1.05)^t \, Y_0$$

إذا علمنا قيمة (Y_0) الأولية، يُمكننا إيجاد قيم (Y_t) المختلفة بدلالة الزمن. يُبين الجدول أعلاه قيم المتغير (Y_t) المختلفة في فترات زمنية (t) مختلفة، ويُظهر الشكل (1. 1) تطور هذا المتغير عبر الزمن.



الشكل (1. 1). تطور المتغير (Y_t) عبر الزمن.

الطريقة العامة

في مثالنا لدينا $(Y_{t+1} = 1.05Y_t)$ والحد الثابت (c) يُساوي الصفر. إذن، يُساوي الحل الخاص قيمة الصفر، أما الحل العام لهذه المعادلة فيُساوي الحل المتجانس وفق الصيغة التالية:

$$Y_t = (1.05)^t \, Y_0$$

يُمكن استخدام النموذج لإظهار تساوي صافي الاستثمار بمعدل نمو مخزون رأس المال مضروبا بمستوى مخزون رأس المال: إذا كان $(I = \Delta K)$ و (K) ينمو بمعدل (g) يُمكننا برهنة أن $(I = gK)$:

ننطلق من المعادلة الديناميكية لمخزون رأس المال في الزمن المنفصل:

$$K_t = K_0 (1+g)^t$$

عندما يكون $t = 1$:

$$K_1 = K_0 (1+g) \Rightarrow \frac{K_1}{K_0} = (1+g)$$

بأخذ اللوغاريتم:

$$\log\left(\frac{K_1}{K_0}\right) = \log(1+g) \Rightarrow \log\left(1+\frac{K_1}{K_0}\right) = \log(1+g)$$

و لأن $(\Delta K / K)$ و (g) ليست أعدادا كبيرة، فإن:

$$\frac{\Delta K}{K} = g \Rightarrow \Delta K = gK$$

ولأن $(I = \Delta K)$:

$$I = gK \Rightarrow \frac{I}{K} = g$$

يُمكن إظهار نمو مخزون رأس المال بنفس معدل نمو صافي الاستثمار: طالما أن (g) معدل ثابت و $(I = gK)$ نجد:

$$\Delta I = g\Delta K \Rightarrow \Delta I = gI$$

$$\frac{\Delta I}{I} = g$$

وبالتالي برهنا أن:

$$I = \Delta K = gK = gK_0 (1+g)^t$$

نثبت هذه العلاقة في الزمن المستمر(المتصل)أيضا: إذا علمنا أن صافي الاستثمار $(I = \dot{K})$ و (K) ينمو بمعدل ثابت (g) مع $(I = gK)$، سينمو مخزون رأس المال بمعدل تناسبي ثابت يُمكن التعبير عنه كالآتي:

$$K_t = K_0 \ell^{gt}$$

بأخذ اللوغاريتم:

$$\log K_t = \log K_0 + g^t$$

ولأن $K(0)$ ثابت وبأخذ التفاضل بدلالة الزمن، لدينا:

$$\frac{d \log K}{dt} = g \frac{dt}{dt} \Rightarrow \frac{1}{K}\frac{dK}{dt} = g$$

لذلك:

$$\frac{\dot{K}}{K} = g \Rightarrow \dot{K} = gK$$

طالما أن $\left(I=\dot{K}\right)$:

$$I=gK\Rightarrow\frac{I}{K}=g$$

مرة أخرى، يُمكن إثبات نمو مخزون رأس المال بنفس معدل نمو صافي الاستثمار طالما أن (g) ثابت ولأن $\left(I=gK\right)$:

$$\dot{I}=g\dot{K}\Rightarrow\dot{I}=gI$$

$$\frac{\dot{I}}{I}=g$$

وعليه برهنا أن:

$$I=\dot{K}=gK=gK_0\ell^{gt}$$

بشكل عام، إذا كان المتغير (x) يُساوي:

$$x=a\ell^{gt}$$

فإن تغير هذا المتغير عبر الزمن يُساوي:

$$\dot{x}=\frac{dx}{dt}=ga\ell^{gt}$$

3. قياس النمو

تُستخدم معدلات النمو في جميع مجالات العلوم الكمية كالاقتصاد، البيولوجيا والفيزياء...في الاقتصاد، من الأمثلة على استخدامات معدلات النمو نذكر معدل التضخم: إذا كان معدل التضخم 3 % سنويا هذا يعني أن المستوى العام للأسعار يرتفع بنسبة 3 % سنويا. معدل النمو السكاني هو مثال آخر: يتزايد عدد السكان بنسبة 1% في الاقتصاديات المتقدمة في العالم. في هذا الكتاب، نهتم بقياس معدلات نمو نصيب الفرد من GDP (أو GDP) كمؤشر للأداء الاقتصادي عبر البلدان.

على طول النص، نفترض ثبات معدل النمو مع مرور الوقت لأنه بافتراض ثبات معدل تغير أو نمو متغير ما من السهل حساب قيمه المستقبلية فضلا عن قيمه الحالية أو حتى في الماضي. رياضيا، يُمكن حساب معدلات النمو في الزمن المنفصل وفي الزمن المستمر.

3.1. النمو، القيم الحالية والماضية في الزمن المنفصل

إذا كان GDP يُمثل المتغير (Y) فإن معدل نموه بين وحدات زمنية محصورة بين 0 و1 هو:

$$g = \frac{Y_1 - Y_0}{Y_0}$$

نحصل على:

$$\frac{Y_1}{Y_0} = (1+g)$$

و

$$Y_1 = (1+g)Y_0$$

وعلى افتراض ثبات معدل النمو (g) فترة بعد فترة، يُصبح بعد الفترة (t):

$$Y_t = (1+g)^t Y_0$$

3.1.1. القيم الحالية في الزمن المنفصل

بشكل عام، إذا شهد المتغير (x) نموا بمعدل ثابت عبر الزمن (g) فإن قيمته في الفترة $t = 0$ تُساوي (x_0) وبالتالي يأخذ قيما في الزمن $t = 1$ وفي الفترة (t):

الفترة 1: $x_1 = x_0(1+g)$

الفترة t: $x_t = x_0(1+g)^t$

الآن نفترض أن ميزة مركب النمو تحدث (k) مرة خلال العام: نفترض أن الزمن (t) مُقسم لسنوات، فإن:

الفترة 1: $x_1 = x_0\left(1+\frac{g}{k}\right)^k$

الفترة t: $x_t = x_0\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$

لاحظ أن (k) قد يُمثل عدد الأشهر، الأسابيع أو الأيام: إذا اتجه (k) نحو ما لانهاية $(k \to \infty)$ نصبح في هذه الحالة نتعامل مع الزمن المتصل.

3.1.2. القيم الأولية في الزمن المنفصل

تٌمثل القيمة الابتدائية للمتغير (x) قيمته عند الزمن $t=0$، ويٌمكن الحصول على هذه القيمة (x_0) من الصيغة السابقة:

$$x_0 = \frac{x_t}{(1+g)^t}$$

أو في حالات أخرى:

$$x_0 = \frac{x_t}{\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}}$$

3.1.3.معدل النمو في الزمن المنفصل

لحساب قيمة معدل النمو (g)، لدينا:

$$(1+g)^t x_0 = x_t \Rightarrow (1+g)^t = \left(\frac{x_t}{x_0}\right)$$

يليه:

$$(1+g) = \sqrt[t]{\left(\frac{x_t}{x_0}\right)}$$

$$g = \left(\sqrt[t]{\frac{x_t}{x_0}}\right) - 1$$

بدءا بـ $(1+g)^t x_0 = x_t$ يُمكن كتابة:

$$\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt} x_0 = x_t \Rightarrow \left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt} = \left(\frac{x_t}{x_0}\right)$$

بأخذ اللوغاريتم نحصل على:

$$\log\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt} = \log\left(\frac{x_t}{x_0}\right) \Rightarrow kt\log\left(1+\frac{g}{k}\right) = \log x_t - \log x_0$$

$$\log\left(1+\frac{g}{k}\right) = \frac{\log x_t - \log x_0}{kt}$$

إذا افترضنا قيمة (g/k) ليست كبيرة جدا، يُمكن كتابة $\log\left(1+\frac{g}{k}\right) = g/k$:

$$\frac{g}{k} = \frac{\log x_t - \log x_0}{kt}$$

إذن يُساوي معدل النمو:

$$g = \frac{\log x_t - \log x_0}{t}$$

3.1.4. معدل نمو نسبة ما

كما أشرنا سابقا، عادة ما يُستخدم نصيب الفرد من الناتج كمؤشر لقياس الرفاهية المادية لسكان بلد ما. هذا المؤشر عبارة عن قسمة الناتج الوطني على عدد السكان، لذا من المفيد تعلم كيفية حساب معدل نمو نسبة متغيرين: ليكن (Y) هو GDP و (P) عدد السكان، يُمكن التعبير عن نصيب الفرد من GDP (ليكن y) وفق الآتي:

$$y_t = \frac{Y_t}{P_t}$$

يكون معدل نمو (y) بين الفترتين $(t-1)$ و (t) :

$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{y_t}{y_{t-1}} - 1$$

$$\frac{y_t}{y_{t-1}} = 1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}}$$

للتعبير عن نصيب الفرد من الناتج بدلالة مكوناته، لدينا:

$$\frac{\frac{Y_t}{P_t}}{\frac{Y_{t-1}}{P_{t-1}}} = 1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}}$$

$$\frac{Y_t P_{t-1}}{Y_{t-1} P_t} = 1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}}$$

يترتب على ذلك:

$$1 + \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{Y_t P_{t-1}}{Y_{t-1} P_t} = \frac{1 + \frac{\Delta Y_t}{Y_{t-1}}}{1 + \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}}}$$

ليكن (g) معدل نمو الناتج و (n) معدل نمو السكان، و عليه نجد معدل نمو نصيب الفرد من الناتج:

$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{1 + g}{1 + n} - 1$$

$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{g - n}{1 + n}$$

تطبيق عددي

نُريد حساب متوسط معدل النمو السنوي بين عامي 1960 و2018: لدينا قيمة GDP بلد ما هو 191479 مليون (و.ن) عام 2018 بعد أن كان 21929 مليون (و.ن) عام 1960 (بأسعار عام 2004). بتطبيق الصيغة التالية:

$$GDP_{2018} = GDP_{1960}\left(1+g\right)^{58}$$

$$g = \left(\sqrt[58]{\frac{GDP_{2018}}{GDP_{1960}}}\right) - 1 = \left(\sqrt[58]{\frac{191479}{21929}}\right) - 1 \approx 0.038$$

نحصل على معدل نمو يُساوي 3.8 % سنويا.

إذا أردنا حساب معدل نمو نصيب الفرد من الناتج، ينبغي معرفة قيم معدلات نمو الناتج الكلي وعدد السكان (ليكن 5 % و3 ٪ على الترتيب). بتطبيق المعادلة نحصل على:

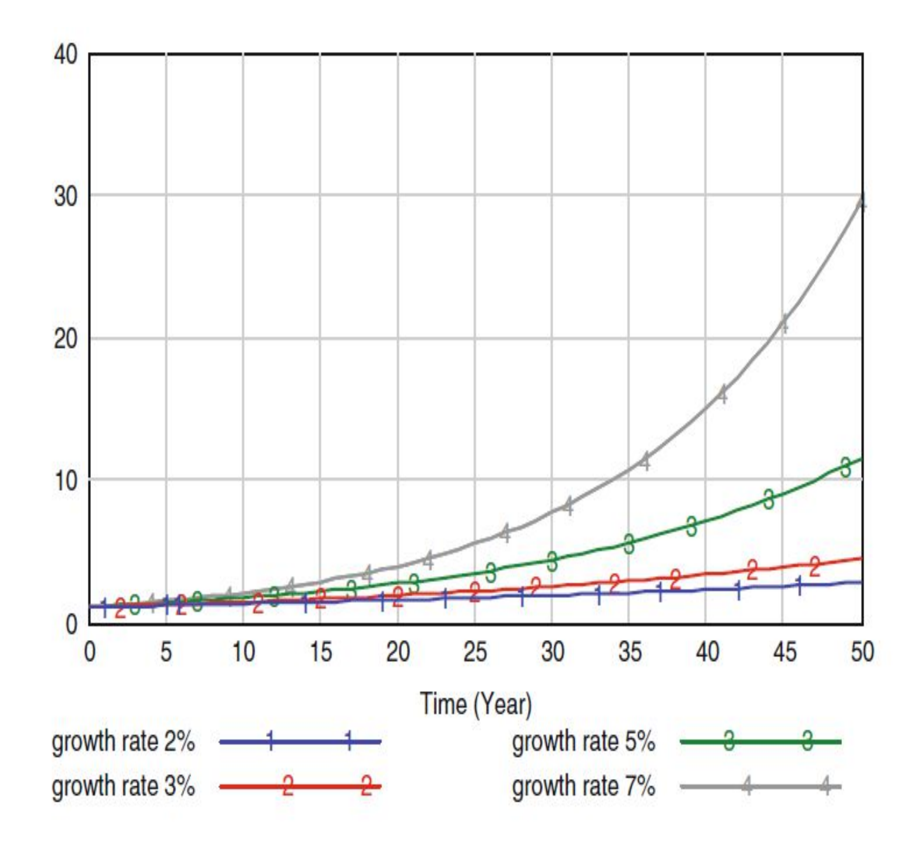
$$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{g-n}{1+n} = \frac{0.05-0.03}{1+0.03} = \frac{0.02}{1.03} = 0.0194$$

ينمو نصيب الفرد من GDP بمعدل 1.9 % سنويا.

لابد أن نشير لأهمية النمو الاقتصادي كآلية وحيدة قوية لتوليد زيادات طويلة الآجل في نصيب الفرد من الدخل وكذا فروق مستويات المعيشة الناتجة عن فروق معدلات النمو في جميع مناطق وبلدان العالم، والظاهر حتى بوجود اختلافات بسيطة

مستمرة في معدلات نمو نصيب الفرد من الدخل بين البلدان وعلى فترات زمنية طويلة، ستُؤدي لظهور فروق كبيرة في مستويات المعيشة بين البلدان.

يُوضح الشكل التالي الأثر المركب للنمو المستدام عبر الزمن على مستويات معيشة 4 بلدان افتراضية تبدأ بنفس مستوى نصيب الفرد من الدخل عند$(t = 0)$. يُظهر الشكل (2. 1) كيف أدت فروق معدلات النمو (g %) بين البلدان على مدار 50 عاما إلى بروز تباين جوهري في مستوى المعيشة. لاحظ أنه رغم أن مكاسب النمو الاقتصادي على المدى القصير غالبا ما تكون متواضعة غير محسوسة للمستفيدين إلا أن مكاسب المدى الطويل تُصبح لا لبس فيها.



الشكل (2. 1). الآثار التراكمية لمعدلات النمو المختلفة.

3.2. النمو، القيم الحالية والماضية في الزمن المستمر

في الزمن المستمر لا يُقسم الوقت إلى سنة أو ربع السنة لأنه امتداد زمني على طول سلسلة متصلة (يُمكن ملاحظة فرق قيم المتغير (x) عند أي نقطتين زمنيتين وليس بين فترات زمنية مُحددة ومُتساوية الطول فقط).

للتعبير عن معدل نمو متغير ما في الزمن المستمر، لابد من إدراج العدد الحقيقي (ℓ) : نبدأ من المعادلة التالية:

$$x_t = x_0\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$$

نحصل على:

$$x_t = x_0\left[\left(1+\frac{g}{k}\right)^{\frac{k}{g}}\right]^{gt}$$

الآن، إذا اتجه (k) نحو ما لانهاية نتعامل مع نهاية الصيغة التالية:

$$\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{g}{k}\right)^{\frac{k}{g}}$$

تُساوي هذه النهاية العدد المعروف بـ"العدد النيبري" ممثلا بالرمز (ℓ) و الذي يُساوي القيمة التقريبية 2.71828:

$$\lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{g}{k}\right)^{\frac{k}{g}} = 2.71828 = \ell$$

3.2.1. القيمة الحالية في الزمن المستمر

يُمكن التعبير عن قيمة (x_t) عندما يؤول $(k \to +\infty)$ كالتالي:

$$x_t = x_0 \lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$$

$$x_t = x_0 \lim_{\frac{k}{g}\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{\frac{k}{g}}\right)^{\frac{k}{g}}\right]^{gt}$$

والتي تُصبح ببساطة:

$$x_t = x_0 \ell^{gt}$$

3.2.2. القيم الابتدائية أو الماضية في الزمن المستمر

كما رأينا في الزمن المنفصل، تُشير القيمة الابتدائية لقيمة يأخذها المتغير (x) في الفترة الابتدائية $(t=0)$ وهو ما يُعادل خصم قيمة المتغير في الفترة (t) بمعدل نموه مضروبا بعدد الفترات المنقضية:

$$x_0 = x_t \ell^{-gt}$$

3.2.3.معدل النمو في الزمن المستمر

للحصول على معدل نمو المتغير (x) في الزمن المستمر، نستعين باللوغاريتم للتخلص من (ℓ). لاحظ أن اللوغاريتم الطبيعي لـ (ℓ) يُساوي الواحد الصحيح $(\log \ell = 1)$ وعليه:

$$\log(x_t)-\log(x_0)=gt\log\ell$$
$$\log(x_t)-\log(x_0)=gt$$
$$g=\frac{\log(x_t)-\log(x_0)}{t}$$

3.2.4. معدل نمو نسبة ما

مرة أخرى، نقوم بحساب معدل نمو نصيب الفرد من GDP لكن هذه المرة في الزمن المتصل: (Y) هو GDP و (P) عدد السكان، يُمكن إيجاد (y) نصيب الفرد من GDP وفق ما يلي:

$$y=\frac{Y}{P}$$

بأخذ اللوغاريتم يتم الاشتقاق هذه المعادلة بدلالة الزمن:

$$\log y=\frac{\log Y}{\log P}=\log Y-\log P$$
$$\frac{d(\log y)}{dt}=\frac{d(\log Y)}{dt}-\frac{d(\log P)}{dt}$$
$$\frac{1}{y}.\frac{dy}{dt}=\frac{1}{Y}.\frac{dY}{dt}-\frac{1}{P}.\frac{dP}{dt}$$

للتبسيط نضع $\dot{x}=\frac{dx}{dt}$ وعليه:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{Y}}{Y}-\frac{\dot{P}}{P}$$

ليكن (g) معدل نمو الناتج الكلي و (n) معدل نمو عدد السكان لذا يُساوي معدل نمو نصيب الفرد من الناتج:

$$\frac{\dot{y}}{y} = g - n$$

الجدول (1 .1). النمو في الزمن المنفصل والمتصل.

	الزمن المنفصل	الزمن المتصل
القيمة عند t	$x_t = x_0\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}$	$x_t = x_0 \ell^{gt}$
القيمة الابتدائية	$x_0 = \frac{x_t}{\left(1+\frac{g}{k}\right)^{kt}}$	$x_0 = x_t \ell^{-gt}$
معدل نمو نسبة $y = Y / P$	$\frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} = \frac{(\Delta Y_t / Y_{t-1}) - (\Delta P_t / P_{t-1})}{1 + (\Delta P_t / P_{t-1})}$	$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{P}}{P}$
معدل نمو ضرب $Z = x.y$	$\frac{\Delta Z_t}{Z_{t-1}} = \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} + \frac{\Delta x_t}{x_{t-1}} + \frac{\Delta y_t \Delta x_t}{y_{t-1} x_{t-1}}$	$\frac{\dot{z}}{z} = \frac{\dot{y}}{y} + \frac{\dot{x}}{x}$

كما يُمكن رؤيته، يختلف معدل نمو GDP في الزمن المستمر عن قيمته في الزمن المنفصل كما يُظهره الجدول(1.1).

3.3. قاعدة السبعين الذهبية

نفترض أن:

$$x_t = x_0 (1+g)^t$$
$$\log x_t = \log x_0 + t \log(1+g)$$
$$\log(1+g) = \frac{\log x_t - \log x_0}{t}$$

إذا كانت قيمة (g) صغيرة جدا فإن:

$$\log(1+g) = g$$

في الزمن المستمر يُصبح:

$$x_t = x_0 \ell^{gt}$$

بأخذ اللوغاريتم نحصل على:

$$\log x_t = \log x_0 + gt \log \ell \Rightarrow g = \frac{\log x_t - \log x_0}{t}$$

تقودنا هذه المعادلات إلى قاعدة هامة جدا تسمح لنا بحساب المدة الزمنية التي يستغرقها متغير ما (نصيب الفرد من GDP) كي يتضاعف إذا نما اقتصاد ما بمعدل ثابت g %(على سبيل المثال 3 %،5 % أو 7 % كمتوسط سنوي)، بعبارة أخرى نستخدم هذه القاعدة لمعرفة عدد السنوات المطلوبة ليتضاعف المتغير (x).

نريد معرفة عدد السنوات اللازمة ليتضاعف إنتاج بلد ما إذا كان ينمو بمعدل 5%: بما أن $k = 1$ (النمو يقيس السنوات)و بغض النظر عن المستوى الابتدائي للناتج،

يُمكن لهذا الاقتصاد مضاعفة إنتاجه في غضون 14 عاما بمعدل نمو 5 % سنويا. لدينا $x_t = 2x_0$:

$$2x_t = x_0\left(1+0.05\right)^t \Rightarrow 2 = \left(1.05\right)^t \Rightarrow \log 2 = t\log\left(1.05\right) \Rightarrow 0.7 = 0.05t$$

$$t = \frac{0.7}{0.05} = 14$$

4. دالة الإنتاج، محاسبة النمو وعوامل الإنتاج

يُركز النمو الاقتصادي على التوسع طويل المدى للناتج (نصيب الفرد من الناتج) في اقتصاد ما، وبهدف تحليل النمو (التوسع طويل المدى) فمن الضروري قياسه بإتباع طريقة تُعرف بـ"محاسبة النمو Growth Accounting". تنطلق محاسبة النمو من فكرة وجود علاقة بين التكنولوجيا وعوامل الإنتاج (رأس المال والعمل) يُمكن تمثيلها وفق دالة الإنتاج الكلي التي تصف كيفية دمج عوامل الإنتاج (مدخلات رأس المال والعمل وفق تكنولوجيا ما مُعطاة) لإنتاج حجم معين من الناتج. يقوم هذا الجزء بتقديم بعض المفاهيم الأساسية التي تتناول بعض المسائل المتعلقة بدالة الإنتاج، محاسبة النمو وعوامل الإنتاج.

4.1. دالة الإنتاج

تقع "دالة الإنتاج Production Function" الكلي في قلب كل نموذج للنمو الاقتصادي، ويُمكن لهذه الدالة أن تتخذ أشكالا مختلفة اعتمادا على تصورها للعلاقة الحقيقية بين عوامل الإنتاج(K و L)والناتج الكلي. تعتمد هذه العلاقة (من بين

الأمور الأخرى) على مزيج من الأنشطة الاقتصادية (على سبيل المثال الزراعة، الصناعة الثقيلة، الصناعة الخفيفة كثيفة العمالة، العمليات ذات التقنيات العالية والخدمات)، مستوى التكنولوجيا وعوامل أخرى. ويدور الكثير من النقاش النظري في أدبيات النمو الاقتصادي حول كيفية تمثيل عملية الإنتاج الكلي على أحسن وجه.

4.1.1.دالة الانتاج النيوكلاسكية

إحدى دوال الإنتاج الأكثر شيوعا واستخداما في نظرية النمو هي دالة Cobb-Douglas المتجانسة من الدرجة الأولى أو التي تُظهر ثبات عوائد الحجم:

$$Y = K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha}$$

مع العلم أن $1 \succ \alpha \succ 0$. (Y)هو الناتج، (L)عنصر العمل، (K)رأس المال و (A)تُعبر عن تكنولوجيا تزيد كفاءة عنصر العمل.

كما رأينا سابقا، يُعطى معدل التغير النسبي لمتغير ما (x)على أنه:

$$\frac{d\log(x)}{dt} = \frac{1}{x}.\frac{dx}{dt}$$

إذا كان $\frac{d\log(x)}{dt} = m$، فإن:

$$x_t = x_0\ell^{mt}$$

لإيجاد معدل التغير النسبي للمتغير (Y)، نأخذ اللوغاريتم في دالة الإنتاج ونقوم باشتقاقها بدلالة الزمن:

$$\frac{d\log(Y)}{dt}=\alpha\frac{d\log(K)}{dt}+(1-\alpha)\frac{d\log(L)}{dt}+(1-\alpha)\frac{d\log(A)}{dt}$$
$$\frac{1}{Y}\frac{dY}{dt}=\alpha\frac{1}{K}\frac{dK}{dt}+(1-\alpha)\frac{1}{L}\frac{dL}{dt}+(1-\alpha)\frac{1}{A}\frac{dA}{dt}$$

وعليه يُلاحظ أن معدل نمو الناتج يُقسم إلى مساهمة معدلات نمو عوامل الانتاج زائدا التغير التكنولوجي.

4.1.1.1. نسبة رأس المال إلى الناتج (v)

تُعتبر نسبة رأس المال إلى الناتج معلمة مهمة جدا في نماذج النمو الاقتصادي، لذلك لابد من تفصيل معناها. بالتعريف، تُمثل هذه النسبة مقياسا لإنتاجية رأس المال أو الاستثمار.

لدينا:

$$v=\frac{K}{Y}$$

لاحظ أن نسبة رأس المال إلى الناتج ما هي إلا مقلوب متوسط إنتاجية رأس المال (Y/K):

$$\frac{1}{v}=\frac{Y}{K}$$

تُقدم نسبة رأس المال إلى الناتج إشارة على كثافة رأس المال في عملية الإنتاج: وجود نسبة(v)أكبر يعني الحاجة لمزيد من رأس المال(K)لإنتاج نفس كمية الناتج(Y). في نموذج النمو الأساسي، تختلف هذه النسبة عبر البلدان لسببين: إما

لاستخدام البلدان تقنيات مختلفة في إنتاج نفس السلع أو لأنها تُنتج خليطا مختلفا من السلع. على سبيل المثال، حينما يقوم المزارعون في بلد ما بإنتاج الذرى باستخدام الجرارات تكون نسبة رأس المال إلى الناتج أعلى بكثير من بلد يعتمد فيها المزارعون على عدد كبير من عمال يستخدمون الأدوات اليدوية، وفي بلد يُنتج حصة كبيرة من المنتجات الكثيفة رأسماليا (تتطلب آلات أكثر كصناعات السيارات، البتروكيماويات والحديد) تكون (v) أكبر من بلد آخر يُنتج منتجات كثيفة العمالة (كصناعات النسيج، الزراعة القاعدية والألبسة). في الممارسات العملية، عندما يُقارن الاقتصاديون قيمة (v) النظرية إلى قياسها الفعلي في العالم الحقيقي يُمكن أيضا أن تتغير نسبةٍ رأس المال إلى الناتج بشكل ملحوظ لسبب ثالث: الاختلاف في الكفاءة، حيث تدل القيمة الكبيرة لـ(v) إلى إنتاج أقل كفاءة عندما لا يُستخدم رأس المال بشكل مُنتج قدر الإمكان: فمصنع يحتوي على الكثير من الآلات الخاملة (العاطلة) وعمليات إنتاج غير منظمة بشكل جيد يتميز بنسبة رأس مال إلى ناتج عالية مقارنة بمصنع أكثر كفاءة في التنظيم.

غالبا ما يقوم الاقتصاديون بحساب النسبة المتزايدة لرأس المال إلى الناتج لتحديد تأثير زيادة وحدات رأس المال على الإنتاج، لذا تقيس هذه النسبة إنتاجية رأس المال الإضافي. بأخذ اللوغاريتم لهذه المعادلة واشتقاقه بدلالة الزمن، نحصل على معدل نمو نسبة رأس المال إلى الناتج:

$$\log(v)=\log(K)-\log(Y)$$
$$\frac{d\log(v)}{dt}=\frac{d\log(K)}{dt}-\frac{d\log(Y)}{dt}$$

باستبدال معدل نمو الناتج بصيغتها السابقة، يُصبح معدل نمو نسبة رأس المال إلى الناتج مُساو إلى:

$$\frac{d\log(v)}{dt}=(1-\alpha)\left[\frac{d\log(K)}{dt}-\frac{d\log(L)}{dt}-\frac{d\log(A)}{dt}\right]$$

إذا نما عنصر العمل و كفاءته بمعدلات لتكن (n) و (g) على الترتيب ($L_t=L_0\ell^{nt}$ و $A_t=A_0\ell^{gt}$)، فإن معدل نمو نسبة رأس المال إلى الناتج يُساوي:

$$\frac{d\log(v)}{dt}=(1-\alpha)\left[\frac{d\log(K)}{dt}-n-g\right]$$

يُعبر صافي الاستثمار عن صافي زيادة مخزون رأس المال خلال فترة معينة:

$$\frac{dK}{dt}=\dot{K}$$

جزء من رأس المال (δ) يُهتلك كل فترة، لكن في المقابل يتم ادخار واستثمار جزء من الدخل (s) وبذلك يُصبح صافي الاستثمار مُساويا:

$$\frac{dK}{dt}=sY-\delta K$$

من هذه المعادلة نحصل على معدل نمو مخزون رأس المال:

$$\frac{1}{K}\frac{dK}{dt}=s\frac{Y}{K}-\delta\Rightarrow\frac{d\log(K)}{dt}=\frac{s}{v}-\delta$$

باستبدالها بما يُساويها في معادلة $\left(d\log(v)/dt\right)$:

$$\frac{d\log(v)}{dt}=(1-\alpha)\left[\left(\frac{s}{v}-\delta\right)-n-g\right]$$

إذا بقيت نسبة رأس المال إلى الناتج ثابتة(مستقرة)، نحصل على:

$$\frac{d\log(v)}{dt}=0=(1-\alpha)\left[\left(\frac{s}{v}-\delta\right)-n-g\right]$$

$$\left(\frac{s}{v}-\delta\right)-n-g=0$$

$$v^*=\frac{s}{n+\delta+g}$$

حيث تُعبر $\left(v^*\right)$عن نسبة رأس المال إلى الناتج على المدى الطويل أو في "الحالة المستقرة". لاحظ أن علاقة نسبة رأس المال إلى الناتج يتم اشتقاقها من دالة الانتاج مع تقدم تكنولوجي يُعبر عن زيادة كفاءة عنصر العمل:

$$Y=K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha}$$

إذا افترضنا دالة إنتاج Cobb – Douglas من الشكل:

$$Y_t=\left(K_t\right)^{\alpha}\left(L_t\right)^{1-\alpha}$$

تُصبح نسبة رأس المال إلى الناتج على المدى الطويل:

$$v^*=\frac{s}{n+\delta}$$

إذا تعامل اقتصاد ما مع هذه العلاقة الثابتة ($\overset{*}{v}$)، فإن:

$$K_t=v^*Y_t$$

وبالتالي يُمكن التعبير عن دالة الانتاج كالآتي:

$$Y_t = \left(v^* Y_t\right)^{\alpha} \left(L_t\right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{Y_t}{Y_t^{\alpha}} = \left(v^*\right)^{\alpha} \left(L_t\right)^{1-\alpha}$$

$$Y_t^{1-\alpha} = \left(v^*\right)^{\alpha} \left(L_t\right)^{1-\alpha}$$

$$\left(\left(Y_t\right)^{1-\alpha}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(v^*\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} .L_t$$

$$Y_t = \left(v^*\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} .L_t$$

4.1.1.2.عوائد الحجم

تٌعرف عوائد الحجم أنها "التغير الحاصل في الإنتاج نتيجة التغير الموسع في عملية الإنتاج وفق تكنولوجيا معطاة": إذا أدت زيادة العوامل بنسبة(n%)لرفع الناتج بنسبة أكبر من (n%) تٌسمى هذه الحالة بـ" عوائد الحجم المتزايدة Increasing Return to Scale"؛ و في حالة ما أدت زيادة العوامل بنسبة (n %) لزيادة الناتج بأقل من (n%) تُسمى " عوائد الحجم المتناقصة Decreasing Return to Scale"؛ أما إذا تساوى مقدار زيادة العوامل مع زيادة الناتج (n%) تٌسمى هذه الحالة بـ" عوائد الحجم الثابتة Constant Return to Scale".

يٌمكن إظهار هذه الحالات بدلالة دالة الإنتاج من نوع Cobb-Douglas:

$$Y = AK^{\alpha} L^{\beta}, \alpha, \beta \succ 0$$

يُحدد مجموع المعاملات (α,β) نوع عائد الحجم الذي يُميز دالة الإنتاج الكلي: إذا كان $(\alpha+\beta\succ 1)$ تتحقق خاصية عوائد الحجم المتزايدة، أما $(\alpha+\beta\prec 1)$ تتحقق خاصية عوائد الحجم المتناقصة، وأخيرا تٌمثل $(\alpha+\beta=1)$ عوائد الحجم الثابتة.

على سبيل المثال، إذا كان $(\alpha=0.5)$ و $(\beta=0.6)$ تٌصبح دالة الإنتاج من الشكل $Y=AK^{0.5}L^{0.6}$. الآن إذا زادت عوامل الإنتاج بـ 50 % بمعنى ضرب كل عامل بـ 1.5:

$$
\begin{aligned}
&A(1.5K)^{0.5}(1.5L)^{0.6}\\
&=A(1.5)^{0.5+0.6}K^{0.5}.L^{0.6}\\
&=(1.5)^{1.1}AK^{0.5}L^{0.6}\\
&=1.56Y
\end{aligned}
$$

هذا يعني أن زيادة عوامل الإنتاج بـ 50 % سيُؤدي لزيادة الناتج بـ 56 % بسبب عوائد الحجم المتزايدة.

4.1.1.3. خصائص دالة الانتاج النيوكلاسكية

يٌمكن تقديم دالة الإنتاج النيوكلاسيكية من نوع Cobb-Douglas كالآتي:

$$Y=F(K,L)=K^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

في هذه الدالة، يٌمكن إحلال عوامل الانتاج عكس دالة الإنتاج ذات المعاملات الثابتة التي سيتم التطرق إليها لاحقا، كما تتميز هذه الدالة أيضا بزيادة الإنتاج مع تزايد عوامل الانتاج: وجود مستويات مرتفعة من رأس المال والعمل ستٌؤدي لزيادة

الإنتاج، ومع ذلك تُصبح زيادة الانتاج نتيجة زيادة كمية عوامل الإنتاج (مع بقاء العوامل الأخرى على حالها) أقل فأقل، أو بعبارة أخرى تحمل عوامل الإنتاج (رأس المال والعمل) خاصية عوائد الحجم المتناقصة. رياضيا، يعني هذا أن المشتق الأول لدالة الإنتاج بدلالة العوامل "موجبة" في حين تُصبح المشتقة الثانية "سالبة":

$$\frac{dY}{dK} = \alpha \frac{Y}{K} \succ 0; \frac{dY}{dL} = (1-\alpha)\frac{Y}{L} \succ 0$$

$$\frac{d^2Y}{dK^2} \prec 0; \frac{d^2Y}{dL^2} \prec 0$$

تتميز هذه الدالة أيضا بعوائد حجم ثابتة: ما يعني أن زيادة عوامل الانتاج بنسبة (λ) سيؤدي لزيادة الانتاج بنفس النسبة (λ). لاحظ أن:

$$Y = F(K,L)$$

$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^{\alpha} (\lambda L)^{1-\alpha}$$

$$= \lambda^{\alpha+1-\alpha} (K)^{\alpha} (L)^{1-\alpha}$$

$$= \lambda F(K,L) = \lambda Y$$

بفضل هذه الميزة المعروفة أيضا باسم "التجانس الخطي من الدرجة الأولى":

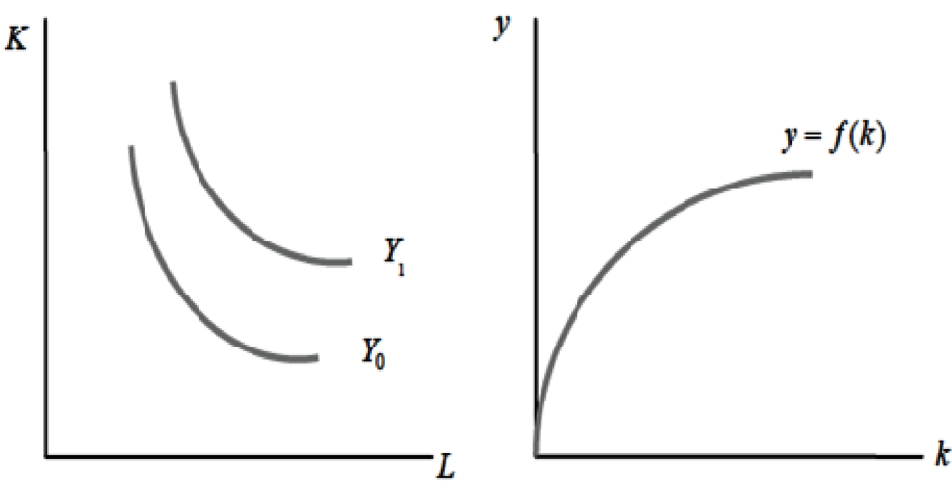
نُعبر عن هذه الدالة بدلالة نصيب الفرد أو العامل، ليكن $(\lambda = 1/L)$:

$$Y = F(K, L)$$

$$\frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right)$$

$$y = f(k)$$

يُظهر الشكل الموالي دالة الانتاج النيوكلاسيكية هندسيا: على يسار البيان، يتم تقديم منحنيات السواء تُمثل التوليفات المختلفة لعاملي رأس المال وعنصر العمل لإنتاج نفس كميات الانتاج (Y_0) و (Y_1) (هذه الدوال في الأصل مقعرة)، أما على يمين البيان تظهر دالة الإنتاج بدلالة نصيب العامل تحمل خاصية عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال.



الشكل (3. 1). دالة الإنتاج النيوكلاسيكية.

أيضا، تستوفي دالة الإنتاج النيوكلاسيكية ما يُسمى بقانون Inada: وفق هذا القانون، تقترب الإنتاجية الحدية لعوامل الإنتاج نحو الصفر كلما اتجهت كمية العوامل نحو لانهاية، وتميل لما لانهاية كلما اقتربت الكمية المستخدمة من العوامل نحو الصفر:

$$\lim_{K\to 0}\frac{dY}{dK}=\infty;\lim_{L\to 0}\frac{dY}{dL}=\infty$$
$$\lim_{K\to \infty}\frac{dY}{dK}=0;\lim_{L\to \infty}\frac{dY}{dL}=0$$

في دوال الاقتصاد الكلي النيوكلاسيكية وفي ظل المنافسة الكاملة، تعني شروط كفاءة الإنتاج ضمنيا أن كل عامل إنتاج يجب عليه الدفع مقابل إنتاجيته الحدية، أو بعبارة أخرى الأجر الحقيقي لابد أن يُساوي الناتج الحدي للعمل والعائد الحقيقي لرأس المال لابد أن يُساوي الناتج الحدي لرأس المال. ولأن الإنتاج يتميز بعوائد الحجم الثابتة، يتم استنزاف الناتج كليا من قبل المدفوعات المُوجهة لعوامل الانتاج- يُعرف هذا الرأي بـ"نظرية Euler":

$$K\frac{dY}{dK}+L\frac{dY}{dL}=Y$$
$$rK+wL=Y$$

$(dY/dK=r)$ هو معدل الربح أو عائد رأس المال و $(dY/dL=w)$ هو معدل الأجر الحقيقي أو عائد العمل.

بقسمة طرفي هذه المعادلة على (Y) نجد:

$$\frac{K}{Y}\frac{dY}{dK}+\frac{L}{Y}\frac{dY}{dL}=1$$

أو

$$e_{Y,K}+e_{Y,L}=1$$

حيث $(e_{Y,x})$ تُمثل المرونة الجزئية لـ(Y) بالنسبة لـ(x) :

$$\left(e_{Y,x} = \frac{\partial Y}{\partial x} \cdot \frac{x}{Y} = \frac{\partial \log Y}{\partial \log x} \right)$$ [1]

تعني هذه المعادلة ضمنيا إذا تساوى معدل عائد كل عامل إنتاج مع إنتاجيته الحدية، فإن حصص عوامل الإنتاج من الناتج الإجمالي تُساوي الواحد صحيح (لاحظ أن جمع هذه المرونات يُساوي الواحد الصحيح وفق نظرية **Euler**).

الآن نقوم بإيجاد الإنتاجية الحدية لكل عامل إنتاج، لدينا $\left(Y = Lf\left(k\right)\right)$:

$$MPL = \frac{dY}{dL} = f\left(k\right) + Lf'\left(k\right)\left(-\frac{K}{L^2}\right)$$
$$= f\left(k\right) - kf'\left(k\right) = y - ky'$$

وبالمثل:

$$MPK = \frac{dY}{dK} = Lf'\left(k\right)\left(\frac{1}{L}\right)$$
$$= f'\left(k\right) = y'$$

أما المرونات الجزئية تُعطى:

$$e_{Y,L} = MPL\frac{L}{Y} = \frac{f\left(k\right) - kf'\left(k\right)}{f\left(k\right)} = 1 - k\frac{f'\left(k\right)}{f\left(k\right)} = 1 - k\frac{y'}{y}$$

و

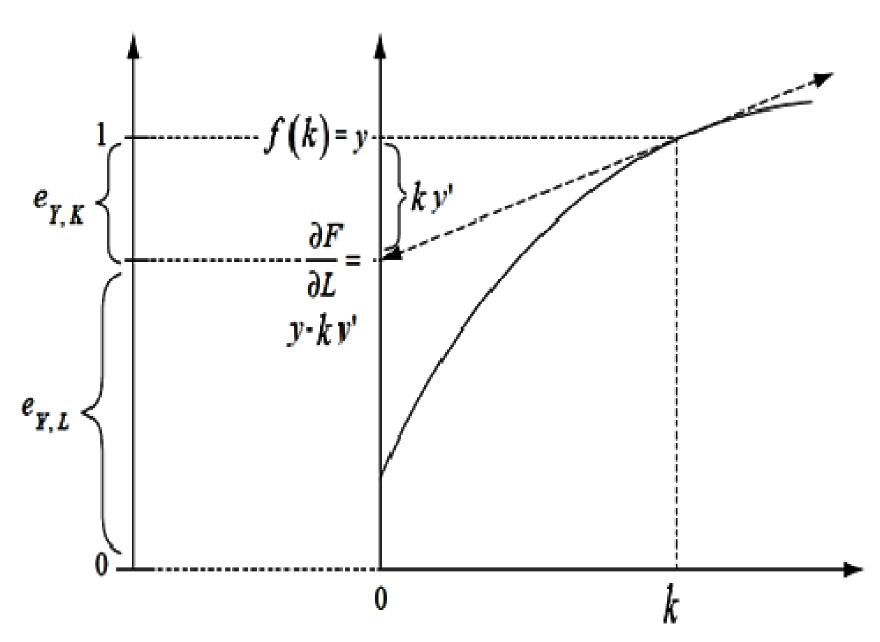
$$e_{Y,K} = MPK\frac{K}{Y} = f'\left(k\right) \cdot \frac{k}{f\left(k\right)} = y'\frac{k}{y}$$

من المفيد إظهار هذه المفاهيم الهامة هندسيا: في الشكل (4. 1)، يُظهر منحنى $\left(y = f\left(k\right)\right)$إنتاجية حدية موجبة ومتناقصة لرأس المال (المشتق الثاني لـ

---

[1] - أنظر الملحق رقم 1 لمعرفة طريقة الحصول على مرونة دالة الإنتاج وعلاقتها بمعدل النمو.

$\partial y/\partial k = f'(k)$ يُساوي $\partial^2 y/\partial k^2 = f''(k)/L$ ولأن $\left(\partial^2 Y/\partial k^2\right)$ سالب فمن الضروري أن يكون $\left(f''(k)\right)$ سالبا أيضا) مع العلم أن الإنتاجية الحدية لرأس المال $\left(\partial Y/\partial K = f'(k)\right)$ تُمثل ميل المنحنى عند أي نقطة (k, y). لدينا نقطة تقاطع مماس المنحنى وإحداثياته على المحور العمودي: المسافة بين ارتفاع $\left(f(k) = y\right)$ وهذه النقطة في المحور العمودي هي $\left(kf'(k) = ky'\right)$، وعليه تُمثل الإنتاجية الحدية للعمل $\left(\partial Y/\partial L = y - ky'\right)$ إحداثية هذه النقطة في المحور العمودي. يتم تمثيل المرونات الجزئية $\left(e_{Y,K}, e_{Y,L}\right)$ على المحور العمودي يسار البيان حيث يتم تطبيع (y) إلى الواحد الصحيح: لاحظ أن $\left(e_{Y,K} = y'.k/y\right)$ تُساوي (ky') و $\left(e_{Y,L}\right)$ تُساوي $(1 - ky')$.



الشكل (4. 1). التمثيل الهندسي للإنتاجيات الحدية والمرونات الجزئية لدالة الإنتاج.

4.1.2. دالة الانتاج ذات المعاملات الثابتة

"دالة الانتاج ذات المعاملات الثابتة Production Function with Fixed Coefficients" هي نوع خاص من دوال الإنتاج تفرض تحديد الإنتاج وفق نسب محددة جدا من مخزون رأس المال وعنصر العمل، أو الحاجة لاستخدام رأس المال والعمل بنسب ثابتة مُحددة لإنتاج مستويات مختلفة من الناتج.

وفق هذا المعنى، تأخذ عوامل الانتاج التي يتم مزجها مع بعضها البعض مسبقا نسبا محددة ويتم تمثيل هذه الفكرة وفق التالي:

$$Y = \min\left(\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right)$$

حيث $(v \succ 0)$، $(u \succ 0)$ و (v/u) تُحدد قيم الحصص(النسب)الثابتة للعوامل التي ينبغي استخدامها. ويعني الرمز الموجود في دالة الإنتاج [...]min أن إجمالي الناتج (المُنتج بأكثر كفاءة) يُساوي الحد الأدنى لمقدار رأس المال والعمل:

- إذا كان $\frac{K}{v} \prec \frac{L}{u} \Leftarrow Y = \frac{K}{v} \wedge L = uY = u\frac{K}{v} \le u\frac{L}{u}$
- إذا كان $\frac{K}{v} \succ \frac{L}{u} \Leftarrow Y = \frac{L}{u} \wedge K = vY = v\frac{L}{u} \le v\frac{K}{v}$

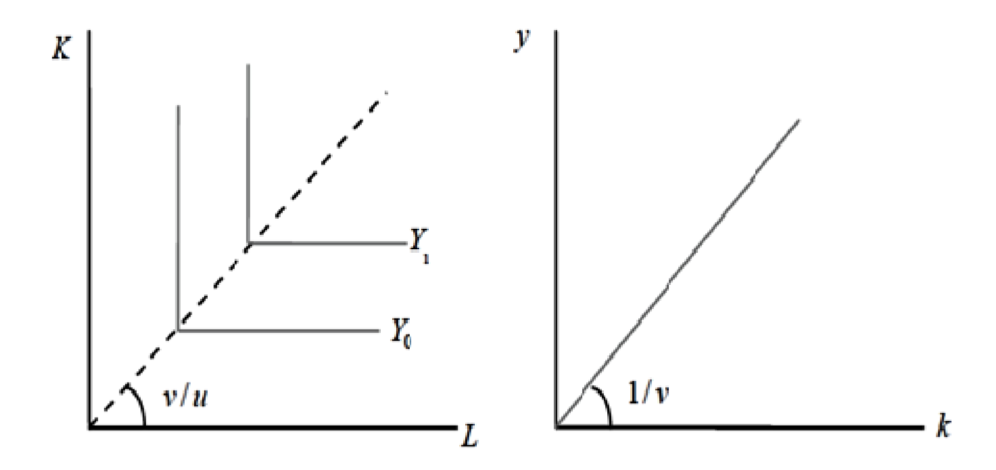
في الحالة الأولى، يُحدد مخزون رأس المال مستوى الإنتاج وتتجاوز العمالة الموجودة في الاقتصاد الحجم المطلوب للوصول إلى مستوى الإنتاج الأمثلي. في الحالة الثانية، يُعتبر رأس المال العامل الأكثر وفرة في الاقتصاد لذا يتم تحديد مستوى الإنتاج على أساس عنصر العمل. يُمكن القول أنه إذا تجاوز أي عامل الحجم اللازم ((v/u))سيظل الفائض عاطلا: على سبيل المثال، حسب هذا النوع من دوال الإنتاج إذا أُضيف مزيد من العمالة دون استثمار مزيد من رأس المال فإن إضافة عمال جدد دون زيادة عدد الآلات يعني وجود عمال غير نشطين يحول دون زيادة الإنتاج (لا يشهد الإنتاج أي ارتفاع)، وبالمثل وجود مزيد من الآلات (رأس المال) دون عمال إضافيين ينتج عنها آلات معطلة، وأي استخدام أكثر لعامل بدون زيادة أخرى مماثلة تمثل "طاقة ضائعة".

ومن بين خصائصها الأساسية، تحمل دالة المعاملات الثابتة خاصية عوائد الحجم الثابتة ما يعني زيادة العوامل بنسب معين: وجود قيمة موجبة ثابتة (λ) يُؤدي لزيادة الناتج النهائي بنفس النسبة لأن النسبة (v/u) لا تتغير. وإحدى الخصائص الأخرى المميزة لهذا النوع من الدوال أنها لا تسمح بقابلية إحلال العوامل ولذلك سُميت بدوال الانتاج ذات المعاملات التقنية الثابتة:

$$Y = \min\left(\frac{K}{v}, \frac{L}{u}\right) = \min\left(\frac{\lambda K}{v}, \frac{\lambda L}{u}\right)$$

$$if\ \frac{K}{v} \prec \frac{L}{u} \Rightarrow \frac{\lambda K}{v} \prec \frac{\lambda L}{u}$$

يُظهر الشكل (5. 1) منحنيات الكميات المتساوية لمستويات الإنتاج (Y_0) و (Y_1). الملاحظ أن خارج المنحدر ذو الميل (v/u) من المستحيل زيادة الإنتاج بزيادة أي كمية لعاملي الإنتاج، أما على يمين البيان يظهر الإنتاج ورأس المال بدلالة عدد وحدات العمل المشتغلة.



الشكل (5. 1). دالة الإنتاج ذات المعاملات الثابتة.

ولأن دالة الإنتاج تحمل خاصية عوائد الحجم الثابتة، إذا كان $(\lambda = 1/L)$ يُمكن التعبير عن دالة الإنتاج بدلالة نصيب العامل:

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{1}{u}$$

ونصيب العامل من رأس المال: $k = \frac{k}{L} = \frac{v}{u}$

يُمكن التعبير عن نسبة رأس المال إلى الناتج–ذات قيمة ثابتة:

$$\frac{Y}{K} = \frac{y}{k} = \frac{1}{v}$$

2. 4. محاسبة النمو الاقتصادي

تقوم محاسبة النمو على افتراض التكنولوجيا كدالة إنتاج كلي تقوم بمزج كميات عوامل الإنتاج (رأس المال والعمل) الضرورية للحصول على مستوى إنتاج في فترة محددة. في عام 1957، نشر Solow مقالا بعنوان "التغير التقني ودالة الإنتاج الكلي Technical Progress and Aggregate Production Function" أجرى فيها عملية حسابية بسيطة لتجزئة نمو الإنتاج إلى نمو رأس المال، نمو العمالة ونمو التكنولوجيا.

تبدأ عملية محاسبة النمو بافتراض دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas:

$$Y = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

يُمثل (A) العوامل التي تؤثر على الانتاج دون (K) و (L) (كمستويات الكفاءة المحققة في اقتصاد ما عند كل فترة زمنية)، وتُعبر (A) عن الزيادات المستمرة في التغير التكنولوجي لأنها تسمح بزيادة مستويات الإنتاج بنفس كميات عوامل الإنتاج المستخدمة في الاقتصاد. ومع افتراض تنافسية الأسواق وسعي الشركات لتعظيم الأرباح وحمل دالة الإنتاج لخاصية عوائد الحجم الثابتة (كما أشرنا إليه سابقا) يُصبح معدل نمو الناتج عبارة عن مجموع معدلات نمو رأس المال، العمل والتغير التكنولوجي:

$$\frac{dY}{Y} = \frac{dA}{A} + \alpha \frac{dK}{K} + (1-\alpha)\frac{dL}{L}$$

يُسمى المعدل الذي ينمو به التغير التكنولوجي أيضا بنمو الإنتاجية الكلية للعوامل (Total Factor Productivity, TFP). في دالة الانتاج المستخدمة هنا لا يعتمد التقدم التقني بشكل مباشر على قرارات الأعوان الاقتصاديين بل على عوامل غير مشاهدة تتطور عبر الزمن، لهذا السبب يُشار للتغير التكنولوجي أنه خارجي المنشأ. إذا كانت دالة الانتاج تُظهر عوائد حجم ثابتة، نُعبر عن نصيب العامل من الناتج كالآتي:

$$y = Af(k)$$

يُصبح معدل نمو نصيب العامل من الناتج مُساويا معدل نمو التغير التكنولوجي زائد معدل نمو رأس المال مضروبا بحصة عائد رأس المال في إجمالي الناتج:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + \underbrace{r\frac{K}{Y}}_{\alpha}\frac{\dot{k}}{k}$$

4.3.عوامل الانتاج

يُحدد مستوى ناتج بلد ما بـ "قدرته" على إنتاج السلع والخدمات. وكما رأينا في دوال الإنتاج، يتم استخدام عاملين هامين (رأس المال والعمل) يتم دمجهما معا عبر عملية تتضمن تكنولوجيا معينة. يُمكن تعريف التكنولوجيا أنها المعرفة التي تسمح بدمج عاملي الإنتاج معا ويتم تمثيلها بدلالة $Y = F(K, L, T)$ وتُعرف بـ"دالة الإنتاج".

تصف دالة الإنتاج كيف يتم ترجمة رأس المال (K)و العمل(L)و التكنولوجيا (T)إلى إنتاج أو رفع كمية (Y) -بعبارة أخرى، يتم إنتاج (Y) باستخدام تلك العوامل الثلاثة. بشكل عام، وجود اقتصاد ما ينتج كميات أكبر من (Y) يعني أنه يملك عددا كبيرا من العمال، آلات أكثر أو أفضل "طريقة" لربط العمال بالآلات.

4.3.1. عنصر العمل والنمو الاقتصادي

يُعرف عنصر العمل أنه عدد السكان بالغين سن العمل، أما الذين يعملون أو راغبين في العمل يُطلق عليهم "السكان الناشطين اقتصاديا". ويُسمى الأشخاص الباحثين عن العمل ولا يجدونه بـ"العاطلين عن العمل"، لذا يُمثل معدل البطالة جزءا من السكان الناشطين اقتصاديا غير المشغلين.

عندما يصل الإنتاج إلى مستوى إمكانياته يُقال أن الاقتصاد يُوجد في نطاق معدل البطالة الطبيعي وبالتالي يُعرف الفرق بين معدل البطالة والبطالة الطبيعي باسم "معدل البطالة الدوري". من جانب آخر، عادة ما يُشار لوجود علاقة عكسية بين الناتج ومعدل البطالة: عندما يكون الناتج فوق مستوى إمكانياته، يكون معدل البطالة تحت المعدل الطبيعي والعكس صحيح.

كلما وُجد مزيد من الأشخاص العاملين زاد إنتاج السلع والخدمات (العلاقة مباشرة): إذا أردنا زيادة النمو الاقتصادي يجب علينا زيادة حجم العمالة و/ أو خفض معدل البطالة (إذا أمكن إلى الصفر)، لكن يُوجد هناك قيود:

(1) يُحدد المجتمع حجم القوى العاملة ويستثني عمل الأطفال لأسباب أخلاقية أو لأنه الأفضل إبقائهم في المدارس لتطوير مهاراتهم واكتساب المعرفة ليُصبحوا عُمالا مهرة في المستقبل، من جانب آخر يُقرر المجتمع تطبيق نظام تأمين اجتماعي لتمكين كبار السن التمتع بتقاعدهم دون الحاجة لتوظيفهم.

(2) قد لا يصل معدل البطالة الطبيعي إلى الصفر: هناك دائما عاطلون عن العمل في أي اقتصاد حتى وإن بلغ الاقتصاد إمكانيات إنتاجه الكلية.

4.3.1.1.محددات معدل البطالة الطبيعي

يُمكن إرجاع زيادة معدل البطالة الطبيعي إلى البطالة الاحتكاكية والبطالة الهيكلية:

- البطالة الاحتكاكية: تحدث أساسا نتيجة التحولات التي تشهدها سوق العمل، الأفراد التاركين لعمل ما بغية البحث عن وظائف جديدة أو اللذين ينتظرون الحصول على عمل...الخ وتتم في فترة زمنية قصيرة.
- البطالة الهيكلية: تحدث عندما يضطر العمال للانتقال من صناعة لأخرى أو العمل في مجال غير مؤهلين له وهم عادة عمال لا يملكون المؤهلات الضرورية للعمل في مجالات معينة.

ليكن (L) هي قوة العمل، (U) البطالون و (E) الموظفون. وعليه:

$$L = U + E$$

يُعطى معدل البطالة:

$$\mu = \frac{U}{L}$$

يتم تعريف معدل البطالة الطبيعي (μ_n) استنادا للتعاريف التالية:

- معدل فقدان الوظيفة (s): عدد الأشخاص الذين يفقدون وظائفهم مقسوما على عدد الأفراد الموظفين.
- معدل العثور على وظيفة (f): عدد البطالين الذين يجدون وظيفة مقسوما على عدد الأفراد العاطلين عن العمل.

وبالتالي:

- عدد الأفراد الذين يجدون وظيفة في فترة ما يُساوي (fU) .
- عدد الأفراد الذين يخسرون وظائفهم في فترة ما يُساوي $s(L-U)$.

يُعتبر معدل البطالة الطبيعي المعدل السائد عندما يكون الاقتصاد في فترة الازدهار أو فترة الركود، وإذا لم يتغير عدد الأفراد العاطلين عن العمل عبر الزمن يجب أن يُعادل عدد الأفراد الفاقدين وظائفهم عدد الأفراد الحاصلين على وظائف، وبالتالي يُمكن الحصول على معدل البطالة الطبيعي كالآتي:

$$fU = s(L-U)$$
$$(f+s)U = sL$$
$$\mu_n = \frac{s}{f+s}$$

بشكل عام، لا يُساوي معدل البطالة قيمة الصفر لأن الأفراد دائما ما يخسرون وظائفهم لسبب ما، ما يعني أن $(s \succ 0)$، ويُمكن إرجاع ذلك لعدة أسباب: فشل مؤسسات ونجاح مؤسسات أخرى أو الاختراعات التي تضع منتجات مؤسسات منافسة خارج السوق، اختراق السوق من قبل بلدان معينة يكسر هيمنة أخرى لهذه الأسواق، وهكذا يزيد معدل البطالة الطبيعي عندما تكون قيمة (s)عالية ما يعني أن معدل فقدان الوظيفة مرتفع أو عندما تكون قيمة (f) (معدل ايجاد وظيفة) منخفضة.

إذن، يرتفع معدل البطالة الطبيعي إذا وفقط:

$$\mu_n \uparrow = \frac{s \uparrow}{f \downarrow + s \uparrow}$$

ما الذي ينبغي عمله لخفض معدل البطالة الطبيعي؟

- تحسين عملية الحصول على المعلومات في سوق العمل (سياسة العمل التي تربط العرض بالطلب).
- تحسين تدريب العمال يؤدي لخفض معدل فقدان الوظيفة ويزيد معدل إيجاد الوظائف.
- القضاء على العراقيل ومُثبطات العمل وذلك بإزالة القيود التنظيمية (وغيرها) المفرطة التي من شأنها رفع معدلات البطالة خصوصا في البلدان النامية.

4.3.2. رأس المال والنمو الاقتصادي

يتكون رأس المال من المعدات، الهياكل، الآلات والمخزونات تُساعد على تحسين القدرة الإنتاجية للاقتصاد: فمخزون رأس المال ما هو إلا كمية الأصول المستخدمة لإنتاج السلع والخدمات. في نفس الوقت، يرتبط الاستثمار ارتباطا وثيقا بمخزون رأس المال وعليه يُمكن تعريف الاستثمار أنه كمية رأس المال الجديد المضاف لمخزون رأس المال الحالي عند كل فترة، كما يُعتبر الاستثمار تدفقا متغيرا ورأس المال هو مخزون متغير يتكون وفق الحسابات الوطنية من:

- الاستثمارات الثابتة (في الآلات والمعدات والبناء).
- التغير في المخزون (السلع قيد البيع أو التي أُنتجت ولم يتم بيعها بعد).

4.3.2.1.الاستثمار الاجمالي والصافي

ليس بالضرورة أن يُمثل الاستثمار زيادة المخزون الحالي من رأس المال، فقد يهدف جزء منه لتجديد رأس المال المُستخدم في عملية الإنتاج يُطلق عليه مُصطلح "اهتلاك"، لذلك يُعبر (ΔK)عن تغير مخزون رأس المال و (δ)عن معدل اهتلاك رأس المال. لدينا:

$$I_{Gross} = \Delta K + \delta K$$
$$I_{Net} = I_{Gross} - \delta K$$
$$I_{Net} = \Delta K$$

صافي الاستثمار يزيد الكميات الإجمالية لمخزون رأس المال في اقتصاد ما، أو بعبارة أخرى يُمثل صافي الاستثمار الزيادة الصافية في مخزون رأس المال خلال فترة زمنية معينة. في الزمن المتصل، يُعطى تغير صافي الاستثمار:

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K}$$

4.3.2.2.الاستثمار والادخار

وفق الحسابات الوطنية، يُعبر الإنتاج عن مجموع الاستهلاك، الاستثمار، الإنفاق وصافي الصادرات:

$$Y = C + I + G + NX$$

(Y)الناتج، (C)الاستهلاك، (I)الاستثمار، (G)الإنفاق الحكومي و (NX) صافي الصادرات (الصادرات–الواردات). تقوم الحكومة بتمويل الإنفاق الحكومي عن طريق فرض الضرائب على المواطنين، لذا يُمكن إدراج إجمالي الضرائب (T) في المعادلة السابقة وفق الآتي:

$$(Y - T - C) + (T - G) = I + NX$$

يُمكن تمييز الادخار الخاص (S_P) من الادخار العام (S_G):

$$S_P = Y - T - C$$
$$S_G = T - G$$
$$S_P + S_G = I + NX$$

يُساوي الادخار المحلي الاجمالي إلى الاستثمار زائدا صافي الصادرات، وفي ظل اقتصاد مغلق ($NX = 0$) يتساوى الادخار الاجمالي بالاستثمار.

في نموذج بسيط بدون حكومة، يُصبح الادخار المحلي مُساويا الادخار الخاص، ولأن المجتمع يدخر ويستثمر جزءا من ناتجه، فإن دالة الادخار تُعرف أنها:

$$S = sY$$

يُشير شرط التوازن في اقتصاد مغلق أن الاستثمار ينبغي أن يُساوي الادخار، لذلك يُمكن الحصول على صافي الاستثمار ومعدل نموه:

$$\frac{dK}{dt} = sY - \delta K \Rightarrow \frac{1}{K}\frac{dK}{dt} = s\frac{Y}{K} - \delta \Rightarrow \frac{d\log(K)}{dt} = \frac{s}{v} - \delta$$

4.3.2.3.الاستثمار ومعدل الفائدة

هناك علاقة عكسية بين الاستثمار وسعر الفائدة: زيادة سعر الفائدة تُؤدي لتقليص حجم الاستثمار لأنها سترفع قيمة تمويله (تكاليفه). يحدث هذا إذا كان المستثمر يملك أموالا خاصة أو يقترض من السوق لأنه سيزيد تكلفة الفرصة البديلة لأولئك الذين يُخططون لتمويل الاستثمار باستخدام أموالهم الخاصة.

4.3. 3. التكنولوجيا و النمو الاقتصادي

تُعرف التكنولوجيا أنها "معرفة" تسمح بتحويل مدخلات الإنتاج إلى مخرجات: بوجود معرفة أكبر يُمكن إنتاج أكبر قدر ممكن من السلع والخدمات بنفس كمية عوامل الإنتاج الموجودة، وتحدث التكنولوجيا نتيجة أبحاث تُخصص لإيجاد طرق جديدة وأفضل "للقيام بالأشياء".

يعني التقدم التكنولوجي أو التغير التقني ضمنيا الوصول لأكبر حجم إنتاج ممكن بنفس كميات (L) و (K) المتاحة مع مرور الوقت.

4.3.3.1. حيادية التقدم التكنولوجي

تُشير الحيادية إلى حالات يُحَول فيها التقدم التكنولوجي دالة الإنتاج بطريقة تُواصل فيها استخدام رأس المال والعمل عبر الزمن بنفس الحصص كما هو الحال في الفترة المرجعية: التقدم التكنولوجي الحيادي لا يُرجح كفة التوازن لجانب عنصر العمل أو رأس المال. ويُمكن التمييز بين ثلاث أنواع من الحيادية:

- **حيادية Harrod**: تُؤدي لزيادة كفاءة العمل (استنادا إلى العمل الأصلي لـ Joan Robinson, The Classification of Inventions (1938)). يُعرف Harrod التكنولوجيا أنها حيادية إذا بقيت حصص مدخلات العوامل ثابتة مع مرور الزمن لنسبة معينة من رأس المال إلى الناتج. وفق Robinson (1938) وUzawa (1961) يجب أن تأخذ دالة الإنتاج الشكل التالي:

$$Y = F(K, aL)$$

مع $a(0)=1$ و $a(t) \succ 0$ من أجل $t \succ 0$

تُسمى هذه الصيغة بالتقدم التكنولوجي المُوسع للعمالة لأنه يرفع الإنتاج بنفس الطريقة لو رفع الاقتصاد مخزونه من العمالة (لاحظ أن عامل التكنولوجيا (a) يظهر في دالة الإنتاج مضروبا بـ L).

- **حيادية Solow**: يُؤدي لزيادة كفاءة رأس المال. يُعرف Solow التكنولوجيا أنها حيادية إذا بقيت حصص المدخلات ثابتة لنسبة معينة للعمالة إلى الناتج. تُعطى دالة الإنتاج من الشكل:

$$Y = F(aK, L)$$

مع $a(0)=1$ و $a(t) \succ 0$ من أجل $t \succ 0$

في هذه الحالة، تكون نسبة رأس المال إلى الناتج غير ثابتة لذلك فهو غير ملائم لنموذج Solow، مع ذلك يُمكن أن يكون مفيدا في حالة نماذج الأجيال المتعددة. تُسمى دوال الإنتاج هذه بالتقدم التكنولوجي المُوسع لرأس المال لأن التحسينات التكنولوجية ترفع الإنتاج كما لو أن الاقتصاد يملك المزيد من رأس المال.

- **حيادية Hicks**: إذا لم تتغير كميات (K) و (L) يتزايد الإنتاج بمعدل مساو للتقدم التكنولوجي ($a(t)=a(0)\ell^{mt}$). يرى John Hicks (الحائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1972) أن التكنولوجيا تكون حيادية إذا بقيت الإنتاجية الحدية لعوامل الإنتاج ثابتة لنسبة معينة من رأس المال إلى العمالة، ويُمكن كتابة دالة الإنتاج من نوع حيادية Hicks:

$$Y = aF(K, L)$$

مع $a(0)=1$ و $a(t) \succ 0$ من أجل $t \succ 0$

إذا كانت دالة الإنتاج تحمل خاصية ثبات عوائد الحجم أو متجانسة من الدرجة الأولى فإن حيادية Hicks هي عبارة عن دمج حيادية Harrod وSolow:

$$Y = aF(K,L) = F(aK,aL)$$

هذا التحديد ليس ملائما لنماذج تفترض ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج.

5. الحقائق المُجردة حول النمو الاقتصادي

كما هو حال أي مجال علمي، ينطلق علم الاقتصاد من الملاحظات الدقيقة لواقع تسمح لنا باكتشاف بعض الأسس التجريبية تُثير أسئلة حول مجال الاهتمام، وتُحفز الاقتصاديين للبحث عن أجوبة معينة وطرح فرضيات مختلفة. في مجال اقتصاديات النمو، سُميت هذه الأسس التجريبية بـ "الحقائق المجردة للنمو Stylist Facts of Growth" استنادا لمقال Kaldor "تراكم رأس المال والنمو" (1963) الذي أظهر ست حقائق مجردة أساسية ينبغي على أي نظرية نمو محاولة تفسيرها. تُبرز هذه الحقائق بعض مزايا الاقتصاديات المتقدمة (أو الاقتصاد الأمريكي) التي تبدو مهمة للغاية لأنها تُمثل السمة العامة لمعظم الاقتصاديات على "المدى الطويل":

الحقيقة رقم 01: نمو نصيب الفرد من الناتج بمعدلات مستقرة نسبيا في الاقتصاديات المتقدمة.

الحقيقة رقم 02: تنمو نسبة رأس المال إلى العمل بمعدل مستقر.

الحقيقة رقم 03: يشهد معدل العائد على رأس المال ثباتا على المدى الطويل.

الحقيقة رقم 04: نسبة رأس المال إلى الناتج تبقى ثابتة على فترات زمنية طويلة.

الحقيقة رقم 05: حصة دخل العمالة (الأجور) وحصة دخل رأس المال في إجمالي الناتج تبقى ثابتة نسبيا.

الحقيقة رقم 06: هناك فروق كبيرة في معدلات نمو الإنتاج وإنتاجية العمل عبر البلدان.

تُمثل هذه الحقائق التي أشار إليها **Kaldor** السمة العامة للعديد من الاقتصاديات على المدى الطويل كالولايات المتحدة (**Jones and Valtraith 2013: 13-14**). هذه الحقائق الستة ليست مستقلة عن بعضها البعض: إذا تزايد نصيب الفرد من الناتج كما تُشير إليه الحقيقة 01 مع بقاء نسبة رأس المال إلى الناتج ثابتة وفق الحقيقة 04، لابد أن يتزايد نصيب العامل من رأس المال (الحقيقة 02). نفترض أن r, L, K, Y تُمثل الناتج، مخزون رأس المال، حجم العمالة وحصة دخل رأس المال على الترتيب:

$$\left(\frac{Y}{L}\right)\uparrow and\overline{\left(\frac{K}{Y}\right)}\rightarrow\left(\frac{K}{L}\right)\uparrow$$

وفق الحقيقة 04 نسبة رأس المال إلى الناتج ثابتة عبر الزمن ولأن حصة الأرباح في الدخل مستقرة عبر الزمن كما تُشير إليه الحقيقة 05، ينبغي ثبات دخل رأس المال أيضا (الحقيقة 03):

$$\left(\frac{\overline{K}}{\overline{Y}}\right) and \overline{\left(r\frac{K}{Y}\right)} \rightarrow \overline{r}$$

يُمكن استخلاص الحقائق 02 و03 من الحقائق الأخرى لذا يُمكن حذفها والتركيز فقط على الحقائق 01 و04 و05 و06. من جانب آخر، هناك إجماع واسع النطاق على الحقائق 01 و04 و06 كحقائق مجردة للواقع، لكن الاستثناء يُمكن أن يظهر في الحقيقة 05 لأن هناك اتجاه للانخفاض (الارتفاع) في حصة الأرباح على رأس المال (العمل) عبر الزمن.

في عمله "تراكم رأس المال في نظرية النمو على المدى الطويل Capital Accumulation In Theory of Long-Run Growth"(1989)، يُدرج Paul Romer (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2018) خمس حقائق مجردة إضافية نتيجة ظهور قاعدة بيانات جديدة تسمح بإجراء مقارنات أكثر موثوقية بين البلدان:

الحقيقة 07: باستخدام عينات تتضمن عددا كبيرا من البلدان، لا يُوجد هناك ارتباط بين معدلات النمو والمستويات الابتدائية لنصيب الفرد من الدخل.

الحقيقة 08: يرتبط نمو حجم التجارة الدولية ايجابيا مع نمو الناتج.

الحقيقة 09: يرتبط معدل نمو السكان سلبيا بمستويات الدخل.

الحقيقة 10: لا تُفسر عوامل الإنتاج (رأس المال والعمل) بشكل كلي نمو الناتج، لذا هناك دائما بواقي عند القيام بعملية محاسبة النمو.

الحقيقة 11: تميل العمالة الماهرة وغير الماهرة للهجرة نحو البلدان ذات الدخل المرتفع.

5.1. أدلة على الحقائق المجردة

F 01 : نمو نصيب الفرد من الناتج بمعدل مستقر في الاقتصاديات المتقدمة

لا يُوجد شك في صحة الحقيقة 01 كما هو موضح في الشكل (1.6) الذي يُظهر تطور مستوى دخل الفرد (على أساس مقياس النسبة)[2] في الولايات المتحدة منذ عام 1870 حتى 2012. ما يجب تأكيده أن دخل الفرد عام 2012 أصبح أكبر 13 مرة مما كان عليه عام 1870...هذه الزيادة الكبيرة في الدخل هو دليل على قوة نمو المُركب، فقد بلغ متوسط معدل نمو الدخل خلال تلك الفترة حوالي 2 % سنويا، وهذه الزيادة يصعب ملاحظتها من سنة لأخرى لكنها تفاقمت على مدار 142 عاما مما كان لها الأثر الكبير.

تُوكد تجربة الولايات المتحدة خلال هذه الفترة ثبات اتجاه النمو نحو الصعود (بغض النظر عن هبوط وصعود دورات الأعمال) منذ عام 1870 وهي تجربة فريدة من نوعها تقريبا في التاريخ العالمي، ونتيجة لهذا النمو المستمر الموضح في الشكل (6. 1) أصبح نصيب الفرد من الدخل ومستوى المعيشة اليوم أعلى بكثير مما كان عليه عام

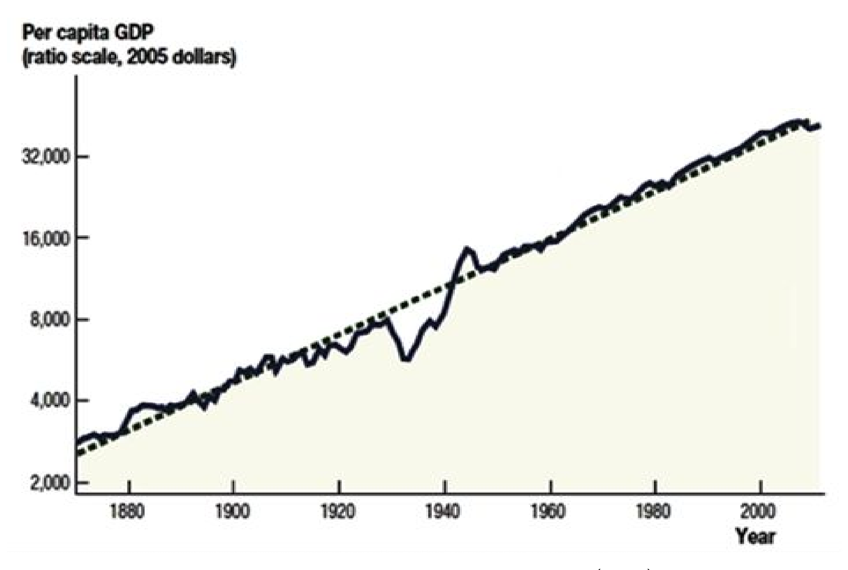
---

[2] – مقياس النسبة هي أداة تسمح بقراءة معدلات النمو بسرعة من الرسم البياني. على سبيل المثال، ضع في اعتبارك ما يُمكن تعلمه من رسم مسار نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي في الولايات المتحدة على مقياس النسبة: إذا كان الدخل ينمو بمعدل ثابت، فيجب أن تظل نقاط البيانات خطا مستقيما، لكن بدلا من ذلك إذا ارتفعت معدلات النمو نتوقع تزايد الميل بين نقاط البيانات المتتالية.

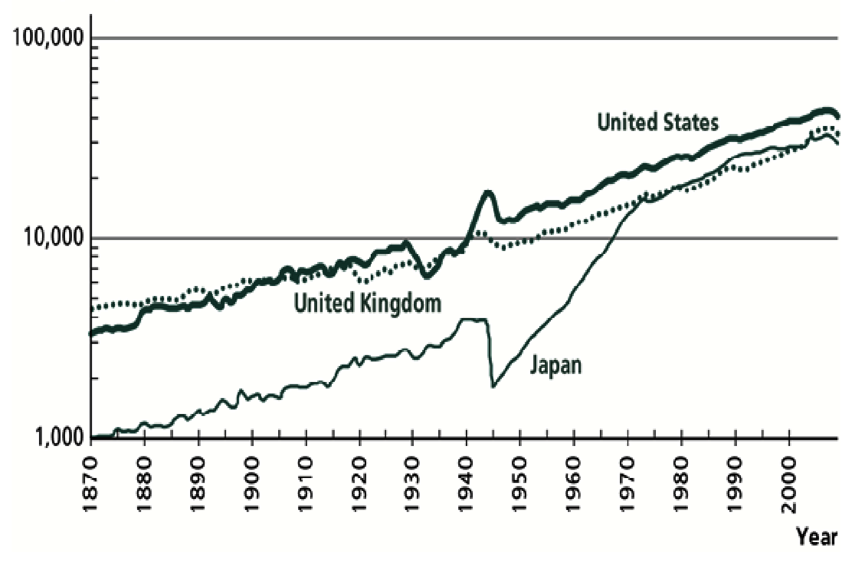
1870: على سبيل المثال، ارتفع نصيب الفرد من GDP من 3365 دولار عام 1870 إلى 13056 دولار عام 1950 وإلى 45336 دولار عام 2012 (بدلالة الدولار الثابت لعام 2005 معدلا بـ PPP).[3] وإذا ألقينا نظرة على بلدان أخرى أو في فترة أطول من الزمن، سيختفي هذا الانتظام في مسار النمو.

يُظهر الشكل (7. 1) نمو المدى الطويل في ثلاث بلدان متقدمة هي الولايات المتحدة، المملكة المتحدة واليابان على مدار 142 عاما بين 1870 إلى 2012. وكما هو ملاحظ هناك أدلة أيضا على وجود نمط نمو مستقر عبر الزمن: خلال تلك الفترة حققت المملكة المتحدة نموا بمتوسط معدل 1.7 %سنويا مقارنة بـ 2 % سنويا في الولايات المتحدة. لاحظ أن وجود فروق ضئيلة في معدلات النمو تُمارس تأثيرات واسعة النطاق عبر الزمن: في عام 1870 كانت المملكة المتحدة أغنى بحوالي 31 % من الولايات المتحدة بدلالة دخل الفرد، لكن بحلول عام 2012 أصبحت أفقر منها بحوالي 19 %.

[3] - لم تكن الزيادات التي عرفها الاقتصاد الأمريكي ثابتة على مدار كل عام، بل كانت هناك حركات ارتجاجية أو تقلبات اقتصادية. ومن أبرز تلك التقلبات: الكساد العظيم الذي بدأ عام 1929 أين سجل خلاله الاقتصاد الأمريكي انكماشا كبيرا في دخل الفرد. ورغم التأثير العميق الذي تركته أزمة الكساد العظيم على حياة الملايين، إلا أنه مثل حدثا مؤقتا لأن الصفة المميزة للاقتصاد الأمريكي هو وجود نمط نمو مطرد ومستمر لدخل الفرد قبل وبعد الكساد العظيم.



الشكل (6. 1). دخل الفرد في الولايات المتحدة،1870-2012.



الشكل (7. 1). دخل الفرد في الولايات المتحدة، المملكة المتحدة واليابان،1870-2012.

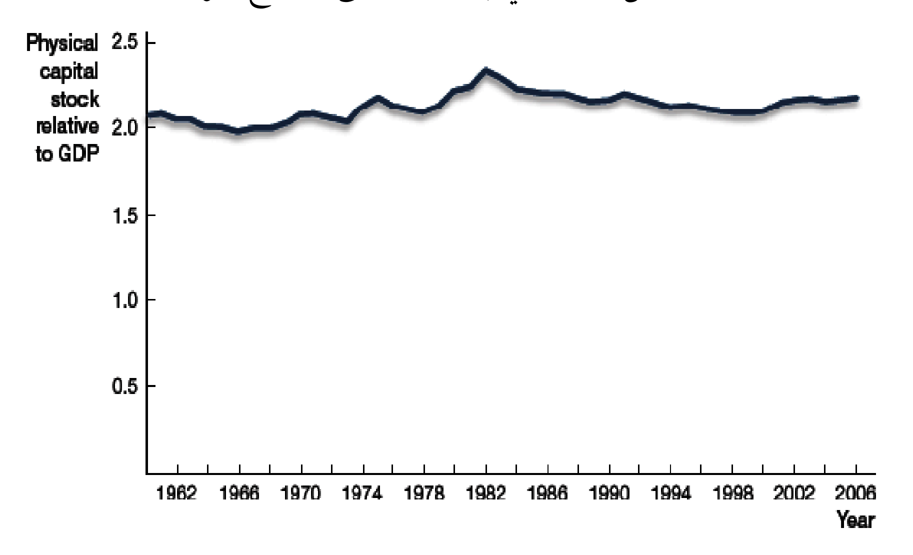
الجزء الأكثر إثارة في الصورة هي البيانات المتعلقة باليابان: الشيء الأول اللافت للانتباه هو كيف كانت اليابان فقيرة جدا بالنسبة للآخرين. في عام 1885 (السنة التي تبدأ فيها البيانات اليابانية) مَثَل دخل الفرد في اليابان تقريبا ربع الدخل في الولايات المتحدة، لكن بمرور نصف قرن من الزمن استطاعت اليابان أن تنمو أسرع قليلا من الولايات المتحدة ويبلغ دخل الفرد فيها أواخر عام 1939 حوالي 35 % من الدخل في الولايات المتحدة. بعد الحرب العالمية الثانية، حقق النمو الياباني تغييرات جذرية والذي يٌمثل (هذا النمو السريع) حالة التعافي من ويلات الحرب، لكن بعد الستينات استمرت اليابان النمو بسرعة أكبر وبين عامي 1950—1990حققت نموا بمتوسط معدل يقرب 5.9 %سنويا مقارنة بـ 1.2 %سنويا في الولايات المتحدة خلال نفس الفترة. وبحلول عام 1990، أصبح دخل الفرد في اليابان يٌمثل 85 % من مستواه في الولايات المتحدة.

04F : ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج على فترات زمنية طويلة.

فيما يخص الحقيقة 04 هناك أدلة على بقاء (K/Y) مستقرا نسبيا في البلدان الصناعية. لذلك، ينمو رأس المال (K) والناتج (Y) بنفس المعدل. رياضيا، نفترض أن $(Z = K/Y)$ مستقر عبر الزمن ما يعني أن $(\dot{Z} = 0)$. بأخذ اللوغاريتم والاشتقاق بدلالة الزمن نجد:

$$\dot{Z} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{Y}}{Y} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y}$$

يُوضح الشكل (1.8) التطور التاريخي لقيمة مخزون رأس المال المادي إلى GDP في الاقتصاد الأمريكي. كما هو متوقع، تظهر نسبة رأس المال المادي إلى الناتج المحلي الإجمالي ثابتة تقريبًا على مدى السنوات الخمسين الماضية بقيمة حوالي 2، وتعني هذه النتيجة أيضاً أن نسبة رأس المال المادي إلى GDP تبقى ثابتة مع نمو الاقتصاد.



الشكل (8. 1). نسبة رأس المال إلى GDP في الولايات المتحدة.

تُشير الحقيقة 02 إلى ثبات معدل العائد على رأس المال تقريبا والذي يُمكن النظر إليه بتتبع قيم سعر الفائدة الحقيقي على الدين الحكومي في الاقتصاد الأمريكي الذي لا يُظهر أي اتجاه (Jones and Vollrath 2013 :13). هذه الحقيقة جنبا إلى جنب مع الحقيقة 05 (استقرار حصص رأس المال والعمالة في إجمالي الدخل) تقودنا

لاستنتاج ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج في الولايات المتحدة كما يُؤكده الشكل أعلاه.

05F: ثبات حصص رأس المال و العمل في إجمالي الناتج نسبيا عبر الزمن.

فيما يتعلق بمدفوعات عوامل الإنتاج التي يُمكن لرأس المال والعمالة تحصيلها، يُشير Jones and Vollrath (2013:14) بالنسبة للولايات المتحدة أن نسبة المدفوعات لحصة العمل (الأجور، المرتبات وتعويضات العمال الخواص كنسبة من GDP) كانت ثابتة نسبيا مع مرور الزمن وقدرت بحوالي 70 %من إجمالي الدخل، وإذا افترضنا وجود نموذج يتكون من عاملين (مع عدم وجود أرباح اقتصادية) نحصل على حصة رأس المال في الدخل بطرح حصة العمالة من 100 %، ما يعني أنها تُساوي 30 %.

06 F : تباين كبير في معدلات النمو عبر البلدان.

يُبين الجدول (2. 1) أنماط نمو نصيب الفرد من GDP لعدد من البلدان بين عامي 1960 و2010(بالدولار الأمريكي لعام 2005 معدلا بـ PPP). يُلخص العمود 3 من الجدول (2.1) النمو بين عامي 1960 و2010 أو معدل النمو الضمني الذي يُبين كم يحتاج بلد ما في المتوسط لينمو كل عام حتى يبلغ مستوى 2010 بدءا من مستوى عام 1960.

الجدول (2. 1). نصيب الفرد من الدخل والنمو في بلدان مختارة.

البلدان	نصيب الفرد من GDP		متوسط معدل النمو السنوي
	1960	2010	
الولايات المتحدة	15396	41365	2.00
المملكة المتحدة	11204	34268	2.26
فرنسا	10212	31299	2.27
إسبانيا	6316	27332	2.97
المكسيك	4914	11939	1.79
سنغافورة	4383	55862	5.22
غواتيمالا	2930	6091	1.47
البرازيل	2483	8324	2.45
كوريا الجنوبية	1656	26609	5.71
هايتي	1513	1410	-0.14
غانا	1286	2094	0.98
كينيا	1020	1247	0.40
الصين	772	7746	4.72
كونغو الديمقراطية	696	241	-2.10
الهند	720	3477	3.20
بوتسوانا	674	9675	5.47

Source : Heston et al. (2011).

تُؤكد هذه المقارنات بشكل قاطع صحة الحقيقة 06، حيث نُلاحظ أولا زيادة كبيرة لنصيب الفرد من GDP في الولايات المتحدة، المملكة المتحدة وفرنسا–معدلات النمو مدرجة في العمود 3. على سبيل المثال، حققت الولايات المتحدة والمملكة المتحدة متوسط معدل نمو سنوي قدره حوالي 2 % بين عامي 1960 و2010. يُخبرنا الجدول أيضا أن هناك زيادة أكبر في نصيب الفرد من GDP ومعدلات نمو أعلى مقابلة لها في كل من سنغافورة، إسبانيا، كوريا الجنوبية، بوتسوانا والصين—التي كانت جميعها فقيرة جدا بالنسبة للولايات المتحدة عام 1960، لكنها قلصت تلك الفجوة جزئيا بينها وبين الولايات المتحدة بحلول عام 2010. ويتمثل سر نجاحها في تقليص الفجوة لتوليدها معدلات نمو عالية جدا خلال تلك الفترة: على سبيل المثال، سجل متوسط معدلات النمو السنوية لنصيب الفرد من GDP في بوتسوانا، كوريا الجنوبية وسنغافورة خلال تلك الفترة قيمة أعلى من 5 % وفي الصين نحو 4.72 %.

يُظهر لنا الجدول أيضا بلدانا أخرى لم تستطع تقليص الفجوة بينها وبين البلدان الغنية أو استطاعت ذلك بأحجام محدودة، وتشمل هذه البلدان المكسيك، البرازيل والهند التي تُظهر معدلات نمو مماثلة أو أعلى قليلا من الولايات المتحدة. وقد سجلت معدلات النمو في غواتيمالا، غينيا، كينيا، غانا، رواندا وهايتي معدلات نمو أقل من الولايات المتحدة خلال هذه الفترة لذا أصبحت أكثر فقرا نسبيا بحلول عام 2010. نرى من البيانات الواردة في الجدول (2.1) أن نصيب الفرد من GDP في كينيا كان

أساسا راكدا على مدى الخمسين سنة الماضية وانخفض نصيب الفرد من GDP في هايتي بمعدل 0.14 % سنويا، نتيجة لذلك كانت هايتي أكثر فقرا نهاية عام 2010 مما كانت عليه عام 1960، وازداد الوضع سوءا بالنسبة لهايتي منذ وقوع الزلزال المدمر عام 2010 الذي لم يقتل أكثر من 200000 مواطن فحسب بل دمر أيضا البنية الأساسية المتدهورة أصلا في البلد.

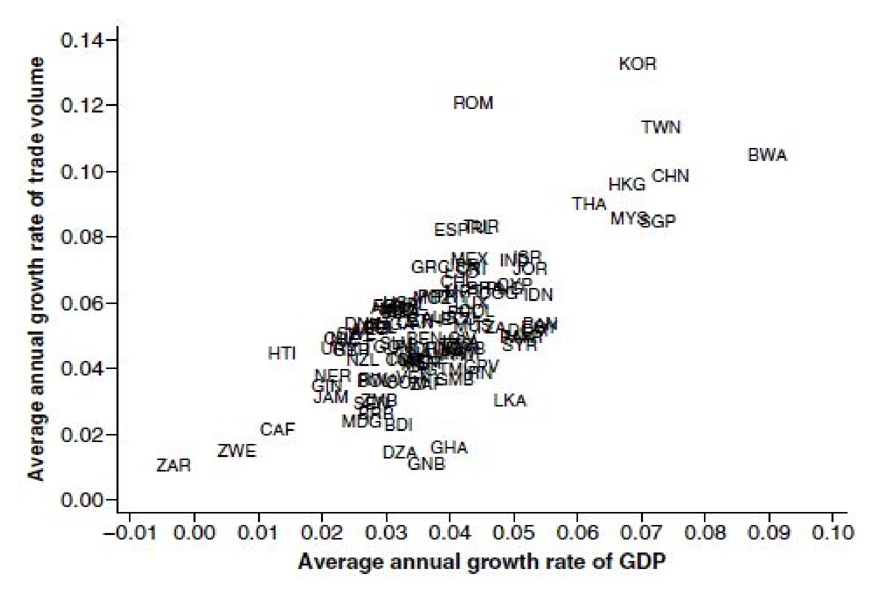
07F : لا يوجد ارتباط بين معدلات النمو و المستويات الابتدائية لنصيب الفرد من الدخل.

مع تأكيد وجود اختلافات كبيرة في معدلات النمو عبر البلدان بدلالة الحقيقة 06، نلاحظ أيضا عدم ارتباطها بمستوى دخل فرد البلد في الفترة الابتدائية وبهذا تم التشكيك في فرضية التقارب التي يدعو إليها النموذج النيوكلاسيكي القائلة بأن البلدان الفقيرة (ذات مستوى دخل فرد ابتدائي منخفض) تميل للنمو بمعدلات أسرع من البلدان الغنية وبالتالي إمكانية اللحاق بالركب. في هذا الصدد، تُشير العديد من الدراسات على غرار Easterly and Levine (2001 :19) أن أغنى البلدان عام 1820 نمت بشكل أسرع من البلدان الفقيرة في السنوات الموالية. وتُؤكد الدراسة أن نسبة أغنى إلى أفقر البلدان قد ارتفعت من 6 عام 1820 إلى 70 عام 1992. يُظهر الجدول (1. 2) أن البلدان الأكثر ثراءا عام 1960(الولايات المتحدة، المملكة المتحدة،

فرنسا...) نمت بمعدل أعلى من البلدان الأشد فقرا (رواندا، هايتي، كينيا...) خلال الفترة 1960–2010، واتسعت الفجوة بين المجموعتين (لم تتقلص) مع مرور الزمن.

F 08 : وجود ارتباط موجب بين نمو حجم التجارة الدولية و نمو الناتج.

تتعامل الحقيقة 08 مع أكثر المواضيع جدلا في علم الاقتصاد: وجود علاقة موجبة بين نمو حجم التجارة (مجموع الصادرات والواردات) ونمو ناتج البلد كما يُبينه الشكل (1 .9). بالنسبة لكثير من البلدان نما حجم التجارة أسرع من نمو GDP، كما ازدادت حصة الصادرات والواردات إلى GDP بشكل عام في جميع أنحاء العالم منذ عام 1960.



الشكل (1 .9). نمو التجارة مقابل نمو GDP،1960–2008.

هذه الحقيقة تصف علاقة ارتباط موجب تجمع التجارة بالناتج إلا أنها لا تُظهر اتجاه السببية بينهما: فمن ناحية، منذ نشر Ricardo كتابه "مبادئ الاقتصاد السياسي" نجحت نظرية المزايا النسبية في ترجيح الكفة لصالح التجارة الحرة مدعومة بالفكرة القائلة أن تخصيص الموارد بشكل أفضل سيُفيد البلدان ويُسهم في النمو الاقتصادي. مع ذلك، يُشير Krugman (1987) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2008) لتأثر توافق الآراء حول نظريات الميزة النسبية القائمة على افتراضات عوائد الحجم الثابتة والمنافسة الكاملة بنماذج تُدرج العوائد المتزايدة والمنافسة غير الكاملة. وفق هذه النماذج، قد تُمارس حماية بعض الصناعات آثارا ايجابية على النمو الاقتصادي، ويرى Chang (2008) أن البلدان الصناعية تمكنت من تسريع نموها الاقتصادي بفضل تبني سياسة حمائية وتعزيز صناعاتها المحلية، لكن بمجرد أن تُصبح هذه الصناعة قادرة على المنافسة يتم فتح الأسواق أمامها وزيادة مستويات التجارة.

يُشير Jones and Vollrath (17 :2013) بالقول:

"العلاقة بين التجارة والأداء الاقتصادي معقدة. بعض الاقتصاديات كهونغ كونغ، سنغافورة ولوكسمبورغ ازدهرت كمراكز للتبادل الإقليمي، وتجاوزت نسبة كثافة التجارة (مجموع الصادرات والواردات مقسوما على GDP) في هذه الاقتصاديات نسبة 150 بالمئة. هل هذا ممكن؟ تستورد هذه الاقتصاديات منتجات وسيطية و تضيف القيمة في عملية الإنتاج ثم تقوم بتصدير المخرجات[...] يرتبط العنصر الرئيسي لأداء النمو القوي لهذه الاقتصاديات بزيادة درجة كثافة التجارة. من ناحية أخرى، ليس بالضرورة أن تكون كثافة التجارة عالية بين أغنى بلدان العالم. في اليابان كانت كثافة التجارة في عام 2007

تمثل 28 في المائة فقط، وتقريباً لدى جميع البلدان في أفريقيا جنوب الصحراء الكبرى كثافة تجارية أعلى من اليابان، كما شهد عدد من هذه البلدان زيادة في كثافة التجارة من عام 1960 إلى عام 2008 بينما تعثر النمو الاقتصادي فيها".

09F : وجود علاقة ارتباط عكسي بين نمو عدد السكان و نمو الناتج.

تُظهر الأدلة وجود علاقة سلبية بين معدل نمو السكان ونمو الدخل لأن أكثر البلدان تقدما حققت انتقالا من معدلات ولادات ووفيات مرتفعة نحو معدلات منخفضة، أما في البلدان النامية تتعايش معدلات الولادات المرتفعة مع المستويات المنخفضة للدخل.

10 F : جزء كبير من الناتج الكلي لا يتم تفسيره بدلالة رأس المال و العمل.

هناك توافق في الآراء حول عدم قدرة تراكم عوامل الإنتاج على تفسير النمو بشكل كامل. إذا أخذنا في الاعتبار فقط زيادة رأس المال والعمالة في دالة الإنتاج (وفق البيانات الحقيقية) لن تتوافق النتيجة مع النمو الملاحظ للناتج، بهذه الطريقة إذا كانت دالة الإنتاج من الشكل:

$$Y = F(K,L) \Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = F_K \frac{\dot{K}}{Y} + F_L \frac{\dot{L}}{Y}$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{Y}}{Y} = r\frac{K}{Y}\frac{\dot{K}}{K} + w\frac{L}{Y}\frac{\dot{L}}{L}$$

تجريبيا، قيمة الجزء الأيمن من المعادلة أصغر من الجزء الأيسر لأن هناك "بواقي" محل تقدير لا يُمكن شرحها بدلالة تراكم العوامل. بالنسبة لنصيب الفرد، إذا كانت دالة الإنتاج تتميز بعوائد الحجم الثابتة فإن:

$$Y = F(k,1) = f(k) \Rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = r\frac{K}{Y}\frac{\dot{k}}{k}$$

في هذه الحالة أيضا تظل هناك بواقي دون شرح، لكن إذا أدرجنا العنصر (A) في دالة الإنتاج يُمكن معالجة هذه المشكلة:

$$Y = AF(k,1) = Af(k) \Rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + r\frac{K}{Y}\frac{\dot{k}}{k}$$

قام Easterly and Levine (2001:5-18) بتجميع أدلة كشفها عدد من الباحثين حول هذه البواقي أو ما تُسمى "الإنتاجية الكلية للعوامل TFP" مُؤكدين أهميتها في تفسير التباين الحاصل في معدلات نمو الاقتصاديات. على وجه خاص، تُفسر TFP في البلدان الصناعية أكثر من 50 % من النمو الاقتصادي في الفترة 1947–1973، مع تراجع مساهمتها خلال الفترة 1960–1990 (أنظر الجدول (3. 1)). ومع ذلك، كانت أهمية هذه البواقي (TFP) في بلدان أمريكا اللاتينية وشرق آسيا أقل بكثير.

الجدول (3. 1). محاسبة النمو لبلدان مختارة.

الفترة	نمو GDP (%)	مساهمة (%) كل من		
		رأس المال المادي	العمالة	TFP
بلدان OECD 1947-1973				
فرنسا	5.4	41	4	55
ألمانيا	6.61	41	3	56
إيطاليا	5.30	34	2	64
اليابان	9.50	35	23	42
المملكة المتحدة	3.70	47	1	52
الولايات المتحدة	4.00	43	24	33
بلدان OECD 1960-1990				
فرنسا	3.5	58	1	41
ألمانيا	3.20	59	-8	49
اليابان	6.81	57	14	29
المملكة المتحدة	2.49	52	-4	52
الولايات المتحدة	3.10	45	42	13
بلدان أمريكا اللاتينية 1940-1980				
الارجنتين	3.6	43	26	31
البرازيل	6.40	51	20	29

شيلي	3.80	34	26	40
المكسيك	6.30	40	23	37
فنزويلا	5.20	57	34	9
شرق آسيا 1966-1990				
هونغ كونغ	7.30	42	28	30
سنغافورة	8.50	73	32	-5
كوريا الجنوبية	10.32	46	42	12
تايوان	9.10	40	40	12

Source: Easterly and Levine. (2001 :8).

من التفسيرات المحتملة لوجود هذه البواقي نذكر: أولا، إغفال عامل ما ذو صلة كالتعليم والتعلم بالممارسة الذي يرفع نوعية عنصر العمل، في هذه الحالة يتم تمثيل دالة الإنتاج وفق الشكل $Y = F(K, EL)$، مع ذلك يُقدم Levine and Easterly (2001 :12) أدلة تُفيد أن البواقي لا تزال قائمة حتى بعد إدراج عوامل تُؤثر على نوعية رأس المال البشري. ثانيا، تشرح النظرية الاقتصادية هذه البواقي أنها نتاج التكنولوجيا ما يسمح بدمج عوامل الإنتاج بشكل أفضل للحصول على إنتاج أكبر، كما سنرى لاحقا تعتبر نماذج النمو النيوكلاسيكية هذه البواقي أنها تقدم تكنولوجي محدد بشكل خارجي، في حين تُدرج نظرية النمو الداخلي التأثيرات الخارجية كالآثار الانتشارية أو وفورات الحجم معتبرة التقدم التقني داخلي المنشأ عكس النموذج

النيوكلاسيكي. أخيرا، يُمكن إرجاع TFP نتيجة انخفاض التكاليف الحقيقية التي يُمكن أن تحدث في قطاعات محددة في الاقتصاد وفي فترات زمنية مختلفة.

11F : تميل العمالة الماهرة و غير الماهرة للهجرة نحو البلدان ذات الدخل المرتفع.

فيما يخص تنقل العمالة نحو البلدان ذات الدخل المرتفع، هناك مجموعة متنوعة من الأدلة التجريبية التي تدعم هذه الحقيقة. أكد Robert Lucas (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1995) هذه الحقيقة المجردة في مقاله "حول آليات التنمية الاقتصادية On Mechanics Of Economic Development"(1988) مستدلا بواقع وضع البلدان المتقدمة قيودا قوية على الهجرة. هذه الملاحظة مهمة جدا لأن حركة العمالة (التي يُفترض أنها مُكلفة للغاية في كثير من الأحيان) تُخبرنا شيئا ما حول الأجور الحقيقة. تُعتبر الهجرة مُكلفة ليس من الناحية الاقتصادية فقط بل أيضا من الجانب الشخصي، ومع ذلك يشهد تدفق المهاجرين من البلدان النامية نحو المتقدمة نموا متزايدا خصوصا في العقود الأخيرة. يتوقع المهاجرون (الماهرون وغير الماهرين) كسب أجور أعلى (عوائد أعلى) في المناطق ذات الدخل المرتفع منه في المناطق ذات الدخل المنخفض، وإلا ما الذي يجعلهم مستعدين لتحمل تكاليف الهجرة المرتفعة. لكن بدلالة العمالة الماهرة، يثير هذا لغزا مثيرا للاهتمام لأنه من المفترض أن العمالة الماهرة نادرة في الاقتصاديات النامية، وتتوقع النظريات بأن عوائد العوامل تكون أعلى

عندما تكون العوامل نادرة، إذن لماذا لا تُهاجر العمالة الماهرة من الولايات المتحدة نحو كينيا؟

6. تاريخ موجز لنظرية النمو الاقتصادي

وُلدت النظرية الاقتصادية على يد Adam Smith (1776) وDavid Ricardo (1817) كعلم يدرس قضايا الاقتصاد الكلي والنمو الاقتصادي، لكن هناك باحثون سبقوهم أمثال David Hume، Richard Cantillon و François Quesney (من بين آخرين) تناولوا قضايا ذات الصلة بالاقتصاد الكلي. مع ذلك، كان Smith وRicardo أول من قاموا بدراسة قضايا النمو الاقتصادي وخلق الثروة بشكل منهجي، وبشكل خاص "الحدود والقيود التي تُواجه عملية توسع اقتصاديات السوق الرأسمالية".

من منظور تاريخي، يُمكن تحديد ثلاث فترات حدثت فيها تطورات فكرية في نظرية النمو، وتطورت خلالها مناهج مختلفة عن بعضها البعض من حيث المواضيع التي تناقشها واهتمامات السياسة بشكل صريح أو ضمني. هذه التطورات هي:

1- فترة توسع الرأسمالية: من القرن الثامن عشر حتى نهاية القرن التاسع عشر.

2- فترة انتعاش الرأسمالية: ما بعد الكساد الكبير عام 1929 حتى أوائل السبعينات.

3- فترة انتعاش الرأسمالية الثانية: بدءا من فترة ما بعد الركود التضخمي منتصف السبعينات وأوائل الثمانينات.

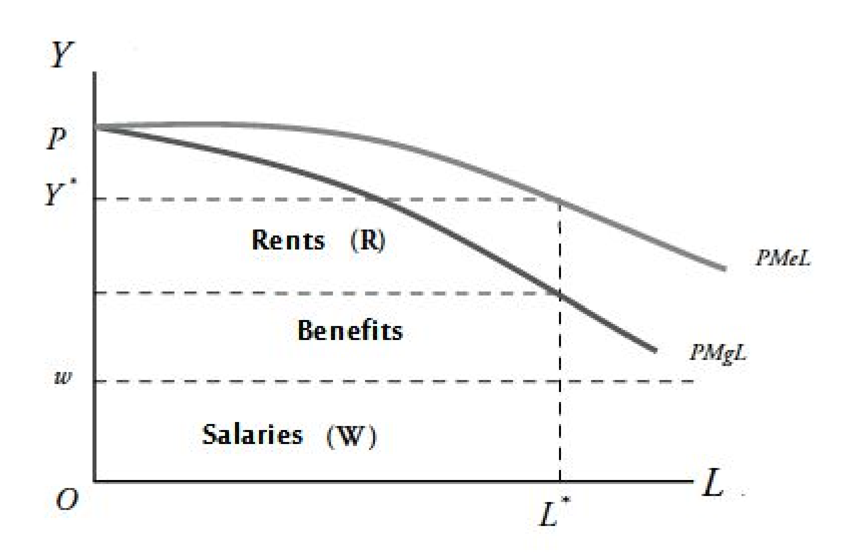
6.1. فترة توسع الرأسمالية

من القرن الثامن عشر إلى نهاية القرن التاسع عشر، كان الاهتمام النظري لتلك الحقبة مركزا على العقبات والعراقيل التي تُواجه النمو الاقتصادي. يُؤكد Adam Smith في كتابه " البحث عن طبيعة وأسباب ثروة الأمم An Inquiry Into The Nature and Causes of Wealth of Nations"(1776) أن حجم السوق يُشكل عائقا أمام النمو الاقتصادي وزيادة الإنتاجية: كلما كان السوق أكبر حجما زادت فرص التخصص وتقسيم العمل ما يسمح بزيادة الإنتاجية ممثلة بانخفاض تكلفة إنتاج وحدة واحدة. تعمل هذه التخفيضات في التكاليف على رفع قدرة الاقتصاد الوطني لاختراق الأسواق الأجنبية عبر زيادة حجم الصادرات و رفع قدراتها التنافسية الدولية و توليد عملية سببية دورية و تراكمية: عند إضافة جزء السوق الدولية إلى السوق الوطنية يحدث توسع لحجم السوق و إمكانية أكبر للتخصص و تقسيم العمل(نتيجة لهذا التخصص)، و سيعمل خلق ابتكارات رائدة على تقليص تكلفة إنتاج وحدة واحدة من السلع و الخدمات لذا تزيد التنافسية و هكذا....بهذه الطريقة، يعمل التخصص و توسع السوق على تدعيم بعضهما البعض ما يُؤدي لزيادة عوائد حجم الاقتصاد، و من ثم يُعتبر التخصص و تقسيم العمل عوامل رئيسية للنمو الاقتصادي أو الزيادة المستمرة للثروة الوطنية و تتحدد أساسا بحجم السوق. يُمكن القول أن حجم السوق قد يُعبر أيضا عن عملية تطوير البنى التحتية الأساسية

على الصعيد الوطني، فتح مجالات اتصال جديدة، تطوير المدن والصناعات و زيادة عدد السكان، و في هذا الصدد يُسلط **Smith** الضوء على الدور الرئيسي الذي تلعبه الدولة كمُيسر لتطوير البنية التحتية على الصعيد الوطني.

قدم **David Ricardo** في كتابه "حول مبادئ الاقتصاد السياسي والضرائب **On The Principales of Political Economy and Taxation"(1817)** نظرية حول الحدود التي تُواجه عملية التوسع في الاقتصاد الرأسمالي، حيث قام بتقسيم المجتمع إلى ثلاث فئات: (1) الرأسماليون يستثمرون رأس المال ويُولدون التقدم؛ (2) مُلاك الأراضي أو أصحاب الأراضي يُؤجرون أو يبيعون الأراضي للرأسماليين وأخيرا (3) العمال يُسهمون بمجهودهم ويحصلون على أجر مقابل ذلك.

لتحليل كيفية توزيع المُنتج بين هذه الفئات الثلاثة، يُدرج **Ricardo** مفهوم "تناقص عوائد الحجم للأراضي"(كميتها ثابتة ونوعيتها متغيرة)، أين يُصبح الناتج المتوسط والحدي للعمل متناقصا، وعلى افتراض معدل أجر حقيقي لعامل ما مُعطى يُقسم مستوى الإنتاج إلى ثلاث أجزاء: الكتلة الإجمالية للأجور، إجمالي إيرادات الأراضي والأرباح الإجمالية (الشكل (10. 1)). نحصل على الكتلة الاجمالية للأجور (W) بضرب حجم العمالة(L) بمعدل الأجر(w)، كما يتلقى ملاك الأراضي دخلهم الإجمالي(R)بضرب الفرق الموجود بين الناتج المتوسط والحدي للأراضي بعدد العمال.



الشكل (10. 1). نظرية Ricardo حول توزيع الدخل.

تُحدد الأرباح التي يتحصل عليها الرأسماليون كـ"بواقي" على أساس الفرق بين إجمالي الناتج(Y^*)ومجموع الأجور والريع($W+R$). يُمكن إيجاد حجم الناتج الإجمالي بضرب الناتج المتوسط في عدد العمال، وعليه سيُؤدي زيادة عدد العمال والإنتاج (مع افتراض وجود عوائد حدية متناقصة للأرض) لزيادة الدخل وتناقص حجم الأرباح، وإذا استمر حجم العمالة والإنتاج في الزيادة (مع بقاء العوامل الأخرى على حالها) سيتقلص حجم الأرباح ليصل إلى الصفر ويصل الاقتصاد إلى حالة سماها Ricardo "الحالة المستقرة" وهي الحالة التي لا يُوجد فيها أي دافع أو حافز لاستمرار تراكم رأس المال وتوسيع حجم العمال والإنتاج من قبل الرأسماليين.

في هذه الحالة، يقترح Ricardo استئصال الريع و/ أو إدخال تغيرات تقنية في عملية الإنتاج.

بالنسبة لـ Ricardo، ينبغي على الأجر المدفوع من قبل الرأسماليين أن يسمح بازدهار وزيادة العمال في ظل ظروف اجتماعية مواتية، لذا لا يتحدد الأجر وفق السوق وفي الحالة المستقرة فقط يُصبح الأجر الحقيقي مُساويا الناتج الحدي للعمل: إذا كان الأجر أدنى من المستوى تحدث صراعات اجتماعية تَحُول دون السير العادي للاقتصاد.

يُمكن تلخيص نظرية التوزيع لـ Ricardo على النحو التالي: عندما يزيد دخل ملاك الأراضي مع زيادة الإنتاج يحدث انخفاض في حجم الأرباح، لكن يُمكن أن تنخفض أيضا بسبب ارتفاع الأجور (مع ارتفاع عدد السكان) وارتفاع أسعار السلع مع زيادة الطلب على الغذاء. يُؤدي تناقص عوائد الحجم وانعكاساتها (زيادة ريع ملاك الأراضي وزيادة الأجور التي تخفض حجم الأرباح) لبلوغ الحالة المستقرة أو غياب النمو، عكس ذلك يُمكن التصدي لهذه التأثيرات عن طريق التقدم التكنولوجي أو التخصص عن طريق التجارة الحرة التي تسمح باقتناء الغذاء بأسعار منخفضة لمواجهة ارتفاع تكاليف المعيشة والأجور المرتفعة.

على ضوء اقتراحات Ricardo، لاحظ John M. Keynes (نقلا عن Malthus) أن اختفاء طبقة ملاك الأراضي سيُؤدي لـ "طلب غير كافي" عكس

الكلاسيك كـ Ricardo (وانتقادا لمقترح Malthus) الملتزمين بحماسة بقانون Say "العرض يخلق الطلب الخاص به".

على العموم، يُركز Smith وRicardo، Malthus، Mill وMarx اهتمامهم على نظرية تراكم رأس المال والنمو الاقتصادي، أما النظرية النيوكلاسيكية المنبثقة من الثورة الحدية (أواخر القرن التاسع عشر) فتُركز بشكل أكبر على التبادل، تخصيص الموارد وتحديد الأسعار تاركة على جنب تحليل مصادر النمو والحدود التي تُواجهها. تاريخيا، تناول النيوكلاسيك هذه القضية فقط في خمسينات وستينات القرن الماضي.

6.2.فترة انتعاش الرأسمالية الأولى

بين أواخر القرن الثامن عشر وبداية القرن العشرين، تم استبدال نظرية Smith وRicardo بالنظرية النيوكلاسيكية لكن سرعان ما تم تحدي هذه النظرية حول التنظيم الذاتي أو الحر للسوق من قبل الكساد العظيم عام 1929 والقضايا الملحة المتصلة بها كالبطالة والكساد. يرى John M. Keynes في كتابه "النظرية العامة للتشغيل، الفائدة و النقود The General Theory of Employment, Interest and Money" (1936) أن المشكلة التي تُواجه الاقتصاديات الرأسمالية هي "عدم كفاية الطلب" و "البطالة القسرية"، و بالتالي ينبغي على الدولة التدخل لتصدي البطالة و الكساد. في هذا الإطار، قرر الرئيس الأمريكي آنذاك Franklin D. Roosevelt تطبيق السياسات الكينزية المعروفة بـ"الصفقة الجديدة New Deal".

لكن مع ذلك، لم تستطع الاقتصاديات الرأسمالية الخروج من الأزمة فقط عبر تطبيق السياسات الكينزية لمواجهة التقلبات الدورية، فقد كان مطلوبا أيضا إيجاد نظام نقدي جديد يحل محل "المعيار الذهبي" الذي فقد بريقه. ساهم Keynes في بناء هذا النظام الجديد الذي سُمي لاحقا بـ "نظام Bretton Woods" الذي أدرج نظام سعر الصرف الثابت مع حرية تحويل الدولار إلى ذهب، السيطرة على حركة رؤوس الأموال ومراقبة توازن الاقتصاد الكلي عن طريق مؤسسة جديدة معروفة باسم "صندوق النقد الدولي".

في ظل نظام نقدي جديد، بدأت الاقتصاديات تشهد انتعاشا ونموا استمر من نصف الثاني لعقد الأربعينات إلى أوائل السبعينات. خلال تلك الفترة المعروفة باسم "العصر الذهبي" قامت الولايات المتحدة عبر مشروع مارشال بإعادة بناء اقتصاديات البلدان الأوروبية المدمرة ابان الحرب.

ظهر الاهتمام بقضايا النمو منتصف الأزمة نهاية سنوات الثلاثينات بفضل أعمال Harrod وKeynes، ولأن الاقتصاديات كانت تعاني الأزمة وتفشي ظاهرة البطالة كما أظهرت تلك الأزمة عدم استقرار تلك الاقتصاديات الرأسمالية، فشلت نظرية النمو الاقتصادي التصدي للعقبات التي تُواجهها كالتعامل مع امكانيات النمو التي تحدث في ظل المنافسة الكاملة والاستقرار، لذلك يرى Roy Harrod (1939)

وEvsey Domar (1946) أنه من المستحيل توليد نمو اقتصادي في ظل المنافسة الكاملة والاستقرار.

افترضت نماذج Harrod-Domar دالة إنتاج ذات معاملات ثابتة تعني ضمنيا عدم إمكانية استبدال رأس المال محل عنصر العمل في عملية الانتاج، ما يعني ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج، كما افترضت أيضا ثبات معدل ادخار الاقتصاد أو ما يُعرف أيضا بـ"الميل الحدي للادخار" و أنه مُحدد خارج النموذج. بدلالة هتين الخاصيتين (ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج ومعدل الادخار) من المستحيل أن يُحقق النمو استقرارا في ظل المنافسة الكاملة، بل من المتوقع أن يدخل الاقتصاد في فترات طويلة من عدم الاستقرار والبطالة.

رغم ذلك، تميز العصر الذهبي بتحقيق الاقتصاديات معدلات نمو مرتفعة فضلا عن وجود انخفاض كبير في معدلات البطالة، نمو التجارة الدولية، تحسن مستويات معيشة السكان وتحقيق تقدم تكنولوجي عن طريق تكنولوجيا الإلكترونيات والاتصالات.... إن الازدهار الاقتصادي للبلدان في تلك الحقبة تتناقض مع استنتاجات نموذج Harrod-Domar. في تلك الفترة، قام النيوكلاسيك بتحدي استنتاجات نموذج Harrod-Domar واقتراح مناهج لمعالجة مسألة النمو تتلخص أساسا في أعمالSolow (1956)، Swan (1956)، Cass (1965) وKoopmans (1965).

يهدف نموذج Solow – Swan لإثبات إمكانية تحقيق النمو مع استقرار العمالة المضمونة في ظل المنافسة الكاملة، واعتبر Solow أن النماذج الكينزية خلصت إلى تلك النتائج المتشائمة حول النمو بسبب افتراض عدم وجود إحلال بين عوامل الإنتاج، وعلى هذا الأساس تم استبدال دالة الإنتاج ذات المعاملات الثابتة بدالة إنتاج نيوكلاسيكية التي تسمح بإمكانية وجود إحلال بين رأس المال والعمالة (توقف التعامل مع العلاقة بين الإنتاج ورأس المال على أنها معلمة). سمح هذا التعديل لـ Solow باستنتاج أن مخزون رأس المال والناتج ينمو بنفس معدل نمو العمالة والتأكيد على فرضية التوظيف الكامل، لكن افتراض نمو الناتج بنفس معدل نمو العمالة يقودنا لنتيجة مفادها أن نصيب العامل من الناتج (أو حصة العامل من الناتج) لا يُحقق نموا على المدى الطويل (أي نمو صفري).

يُشير الواقع العملي أن نصيب العامل من الناتج ينمو بمعدلات غير صفرية والتي تُناقض نتائج نموذج Solow-Swan، لذا وبهدف تفسير النمو الذي يشهده نصيب الفرد من الناتج فمن الضروري إدراج عامل إضافي لدالة الانتاج النيوكلاسيكية أي "التقدم التكنولوجي": مع افتراض معدل تغير تكنولوجي خارجي، سينمو الناتج الكلي بمعدل مساو لمجموع معدلات نمو القوى العاملة والتغير التكنولوجي في حين سينمو معدل نمو نصيب العامل من الناتج بمعدل مساو للتقدم التكنولوجي.

تم تأكيد هذه النتيجة عبر عملية محاسبة النمو التي اقترحها Solow (1957) باستخدام بيانات الولايات المتحدة من الفترة 1909 إلى 1949 وتجزئة معدل النمو إلى مكونات تُعزى إلى عوامل الإنتاج (رأس المال والعمل) وTFP. كشف Solow أن زيادة TFP هي المصدر الرئيسي للنمو الاقتصادي حتى مع تجاهل حقيقة أن جزءا كبيرا من زيادة نصيب الفرد من رأس المال يكون مدفوعا بزيادة TFP (ترفع عائد الاستثمار). أثبتت محاسبة النمو أنها أداة مفيدة جدا في الدراسات التجريبية للنمو الاقتصادي، لكن رغم تأكيد نموذج Solow-Swan وكذا الأجيال اللاحقة للنماذج النيوكلاسيكية على أهمية مكاسب TFP في النمو الاقتصادي، إلا أنها لم تتمكن من الإشارة لمصادر تلك المكاسب، لذلك افتُرض التقدم التكنولوجي أنه خارجي المنشأ ولم تتمكن هذه النماذج من شرح القوى التي تُحدد النمو الاقتصادي طويل المدى.

وجهت أدبيات النمو النيوكلاسيكية انتقادات أخرى لنماذج Harrod – Domar تتعلق بـ"خارجية معدل الادخار"، لذلك ظهرت نماذج تُدرج "نهج الأمثلية الزمنية" لإيجاد معدل ادخار محدد داخليا، ويُعتبر عمل Frank Ramsey "النظرية الرياضية للادخار" (1928) إحدى تلك النماذج إلى جانب نموذج Cass-Koopmans. ورغم تضمين نهج الأمثلية الزمنية في نماذج النمو، حافظ نموذج Ramsey-Cass-Koopmans على النتائج المتحصل عليها في النموذج النيوكلاسيكي لـSolow-Swan. من جانب آخر، تعرضت الفرضية النيوكلاسيكية حول عوائد الحجم

المتناقصة لانتقادات حادة لانعكاساتها الخطيرة على نتائج التحليل: عدم وجود نمو اقتصادي بدون تقدم تكنولوجي خارجي المنشأ، لكن رغم هذه العقبة إلا أن النموذج النيوكلاسيكي ودالة الإنتاج النيوكلاسيكية كانت دائما محور تحليل النمو الاقتصادي.

في الوقت الذي قادت فيه المدرسة النيوكلاسيكية هذه التطورات، اقترحت مدرسة Cambridge في المملكة المتحدة تحليلا جديدا للنمو مُمثلا أساسا في عمل Nicholas Kaldor وLuigi Pasinetti. قام Kaldor بنشر مقال "النظريات البديلة حول التوزيع" (1956) قدم فيها نموذجا للنمو الاقتصادي يتم فيه توزيع الناتج الوطني (أو الدخل الوطني) بين الرأسماليين والعمال: يتميز هؤلاء الأعوان الاقتصاديون بميول مختلفة اتجاه الادخار، لذا يُساوي معدل ادخار الاقتصاد إلى متوسط معدلات ادخار هؤلاء الأعوان مُرجحا بحصة دخل كل فئة اجتماعية من إجمالي الدخل. وعلى افتراض تمتع الرأسماليين بميل أكبر اتجاه الادخار مقارنة بالعمال، يُظهر Kaldor وPasinetti أن تغير توزيع الدخل لصالح الرأسماليين سيُؤدي لتوليد زيادة معدل الادخار وتراكم رأس المال، وبدوره يُمكن لزيادة حجم الاستثمارات استيعاب العمالة غير المشتغلة ومن الممكن أن تشهد الاقتصاديات بدالة إنتاج ذات معاملات ثابتة نموا موجبا في ظل التوظيف الكامل إذا تم تحديد معدل الادخار بشكل داخلي بدلالة تغير توزيع الدخل.

6.3.فترة انتعاش الرأسمالية الثانية

مع بداية السبعينات، تحيزت الأبحاث النظرية نحو دورات الأعمال الاقتصادية والظواهر قصيرة الآجل مُحفزة أساسا بثورة التوقعات العقلانية والفشل الذي أظهره النموذج الكينزي (سُميت تلك الفترة بـ"عشرية الأزمة"). في عام 1971، أصدر الرئيس الأمريكي Nixon قرارا يقضي بعدم قابلية تحويل الدولار إلى ذهب ما أدى لظهور نظام سعر الصرف العائم وحُدوث أزمة في نظام Bretton Woods. بعد ذلك بعامين، فشل صندوق النقد الدولي المصادقة على ضوابط رأس المال كما شهدت تلك السنوات حدثا هاما معروفا بـ"أزمة النفط" أين أدى ارتفاع أسعار النفط لحدوث صدمة في الإمدادات مُسببة ركودا اقتصاديا و تضخما (أو الركود التضخمي).

جددت هذه الأزمة الاهتمام نحو قضايا البطالة وأدرجت مسألة جديدة أخرى كضمان استمرارية نمو الإنتاجية لبلوغ مستويات رفاهية مستدامة، لكن بفضل عمل Romer (1986) وLucas (1988) عاد الاهتمام وبشكل متزايد لقضية النمو في ميدان الأبحاث النظرية.

على نقيض النيوكلاسيك الأوائل، يدعي هؤلاء الباحثون إمكانية تحقيق معدلات نمو موجبة على المدى الطويل دون الحاجة لافتراض خارجية التقدم التكنولوجي، ويُمكن تسليط الضوء على أهم التطورات النظرية خلال تلك الحقبة:

1- إلغاء فرضية عوائد الحجم المتناقصة وإدراج بدلا منها فرضية عوائد الحجم المتزايدة كتفسير منطقي لتناقص تكاليف الوحدة مع زيادة حجم الإنتاج (نذكر أعمال Kaldor (1966)، Romer (1986)، Lucas (1988)، Robelo (1991) وBarro (1990)). ويُمكن القول أن الخلفية النظرية لهذه التطورات ترجع أساسا لعمل Allyn Young (1928).

2- إدراج مفهوم المنافسة غير الكاملة لبناء نماذج تعتبر الاستثمار في أنشطة البحث والتطوير(R&D) مصدرا رئيسيا للتقدم التكنولوجي بفضل مساهمة Romer (1987, 1990,1994)، Aghion and Howitt (1992,1998)، Grossman and Helpman (1991) وAcemoglu (1998,2002). يقوم المجتمع بمكافأة الشركات المنخرطة في R&D عبر التمتع بسلطة احتكارية إذا كانت قادرة على اختراع مُنتج جديد أو استطاعت تحسين نوعية المنتجات الحالية، ومن المهم تدخل الحكومة لأن معدل النمو ليس أمثليا (حسب Pareto) لضمان حقوق ملكية الأصول المادية والفكرية، تنظيم الأسواق المالية، القضاء على التشوهات والحفاظ على أُطر قانونية تضمن النظام والأمن...الخ.

يتم تصنيف نماذج النمو الداخلي ضمن جيلين أساسيين: نماذج الجيل الأول التي تستمد خلفية نظرية من اسهامات عدد من باحثي حقبة الستينات وبدورها تُشكل خلفية لنماذج الجيل الثاني. ضمن الجيل الأول نُشير لعمل Frankel (1962)

ونموذج التعلم بالممارسة لـ Arrow (1962)، نموذج التعليم لـ Uzawa (1965) والنظرية التطورية لـ Nelson and Winter (1982) والتي تم توسيعها وتعديلها لاحقا من قبل Romer (1986) وLucas (1988) من بين آخرين، أما نماذج الجيل الثاني فطُوِّرت أواخر الثمانينات وبشكل عام تعرف باسم نظرية النمو الداخلي القائم على الابتكار.

الجزء الأول

نماذج النمو الخارجي

مهمتنا الأساسية في هذا الجزء من الكتاب هو تطوير إطار علمي يُساعدنا على فهم الأسباب المباشرة للاختلافات الحاصلة في الأداء الاقتصادي عبر البلدان وعبر الزمن، والتعرف على آليات عملية النمو الاقتصادي: أي شرح خصائص البلد التي تُفضي إلى مستويات أعلى من دخل الفرد وتحقيق نمو اقتصادي أسرع.

نقطة انطلاقتنا ستكون نماذج "النمو الخارجي Exogenous Growth" التي سُميت بهذا الاسم لأنها تعتبر مصادر النمو طويل المدى خارجية عن النظام (غير محددة داخل النموذج): كل شيء يدفع النمو الاقتصادي أو التقدم التكنولوجي على المدى الطويل خارجي بحد ذاته مثله مثل "الصندوق الأسود" وبالتالي فهو خارج تأثير الشروط (الحوافز) الاقتصادية، ما يعني ضمنيا أن السياسة الاقتصادية لا تُؤثر على معدل نمو بلد ما في المدى الطويل. لكن مع ذلك، تُعتبر نماذج النمو الخارجي مفيدة كإطار لطرح القضايا والأسئلة العامة: فهي تُشدد أنه لشرح النمو يجب أن نفهم طبيعة عملية تراكم رأس المال (المادي والبشري) وربما الأهم يجب أن نفهم طبيعة التقدم التكنولوجي التي تعتبر "صناديق سوداء" في نماذج النمو الخارجي، وبالتالي يُخصص الجزء الأكبر من هذا الكتاب للحفر أعمق كمحاولة لكشف كينونة هذه الصناديق السوداء.

بشكل عام، تبدأ نماذج النمو بافتراض (سواءا على المدى القصير أو الطويل) تساوي الادخار(S)بالاستثمار(I)، ما يعني بدلالة مسار النمو الديناميكي والساكن وجوب استيفاء الاقتصاديات شرط التوازن التالي:

$$S = I$$

يتحدد مستوى الادخار (S) على أساس الميل الحدي للادخار $(1 \succ s \succ 0)$، أي أن الاقتصاد يُدخر جزءا من الدخل:

$$S = sY$$

يُعرف الاستثمار الإجمالي (I) أنه الاستثمار الضروري لزيادة مخزون رأس المال (K) واستبدال الجزء المُهتلك (δK). يُساوي الاستثمار الصافي زيادة مخزون رأس المال ويُعبر عنه في الزمن المتصل بالرمز (dK) -الاستثمار الصافي يُساوي الاستثمار الإجمالي ناقصا اهتلاك رأس المال:

(الاستثمار الإجمالي) $$I = dK + \delta K$$

(الاستثمار الصافي) $$dK = I - \delta K$$

باستبدال شرط التوازن في معادلة الاستثمار الصافي نحصل على:

$$dK = sY - \delta K$$

وبقسمة طرفي المعادلة على (K)، نجد معدل نمو مخزون رأس المال:

$$\frac{dK}{K} = s\frac{Y}{K} - \delta$$

إذا عرفنا نسبة رأس المال إلى الناتج (v):

$$v = \frac{K}{Y}$$

نُعبر عن معدل نمو مخزون رأس المال وفق المعادلة التالية:

$$\frac{dK}{K} = \frac{s}{v} - \delta \qquad (1)$$

يتحدد معدل نمو مخزون رأس المال بدلالة الميل الحدي للادخار (s)، نسبة رأس المال إلى الناتج (v) ومعدل الاهتلاك (δ) (إن وجد).

لتحقيق نمو موجب، لابد أن تكون المعادلة (1) أكبر من الصفر، أي أن:

$$\frac{dK}{K} \succ 0 \Rightarrow \frac{s}{v} \succ \delta$$

ويُمكن ايجاد معدل نمو نسبة رأس المال إلى العمل (أو نصيب العامل من رأس المال، ليكن (k)) بطرح معدل نمو العمالة من معدل نمو رأس المال الكلي:

$$\frac{dK}{K} - \frac{dL}{L} = \frac{dk}{k} = \left(\frac{s}{v} - \delta\right) - n \qquad (2)$$

(n) هو معدل النمو السكاني الذي يُساوي معدل نمو قوة العمل.

بنفس الطريقة، كي يُحقق نصيب العامل من رأس المال (K/L) نموا موجبا، لابد أن تكون المعادلة (2) أكبر من الصفر، ما يعني:

$$\frac{dK}{K} - \frac{dL}{L} \succ 0 \Rightarrow \left(\frac{s}{v} - \delta\right) \succ n$$

بشكل عام، يُفترض (n) و (δ) أنها متغيرات خارجية التحديد.

من ناحية أخرى، وفق سلوك المعلمات (s) و (v) يُمكن تصنيف نماذج النمو إلى أنواع معينة:

- بدلالة الميل الحدي للادخار (s)، تفترض بعض النماذج معدل الادخار محددا خارج النموذج في حين تُدرج نماذج أخرى قرارات المستهلك في تحديد معدل ادخار الاقتصاد داخليا. ومن بين النماذج التي تُحدد ميل الادخار بشكل خارجي نذكر النموذج الكينزي من نوع Harrod-Domar والنموذج النيوكلاسيكي من نوع

Solow – Swanو Uzawa. أما في مجموعة النماذج التي تُدرج أمثلية الاستهلاك نذكر النماذج النيوكلاسيكية من نوع Ramsey-Cass-Koopmans ونموذج الأجيال لـ Diamond. وهناك نماذج كينزية أيضا كنموذج Kaldor ونموذج Pasinetti تجعل ميل الادخار محددا وفق تغير توزيع الدخل.

- بدلالة نسبة رأس المال إلى الناتج (v)، هناك نماذج تتعامل مع هذه النسبة أنها ثابتة، في حين تسمح نماذج أخرى بتغيرها على الأقل حتى يصل الاقتصاد إلى مستوى الحالة المستقرة. مثال على نوع الأول نذكر النموذج الكينزي من نوع Harrod-Domar الذي يستخدم دالة الإنتاج ذات المعاملات الثابتة. من ناحية أخرى، تتعامل نماذج النمو النيوكلاسيكي كنموذج Solow مع العلاقة بين رأس المال–الناتج أنها متغيرة من خلال السماح بإحلال عوامل الإنتاج للوصول إلى الحالة المستقرة للاقتصاد.

يُقدم الجدول الآتي تصنيفا لنماذج النمو الاقتصادي وفق خصائص المعلمات (v و s). في هذا الجزء سنتطرق أولا لنماذج النمو التي تُحدد معدل الادخار بشكل خارجي: أولا نقوم بدراسة النموذج الكينزي لـ Harrod-Domar (الفصل الثاني)، ثم النماذج النيوكلاسيكية لـ Solow-Swan (الفصل الثالث) وUzawa (الفصل الرابع). بعد ذلك، نتعامل مع نماذج أمثلية الاستهلاك النيوكلاسيكية (الفصل

الخامس والسادس) والكينزية في الفصل السابع التي تُتيح لنا دراسة أكثر منهجية لتراكم رأس المال بجعل معدل الادخار مُتغيرا ومُحددا بشكل داخلي.

s / v	محدد خارجيا	محدد داخليا
ثابت	نموذج Harrod- Domar	نموذج Kaldor نموذج Pasinetti
متغير	نموذج Solow-Swan نموذج Uzawa (ذو قطاعين)	نموذج Ramsey-Cass-Koopmans نموذج Diamond

الباب الأول

النمو الخارجي مع ادخار محدد خارجيا

في هذا الباب، تُعرض نماذج تُظهر معدل الادخار أو الميل الحدي للادخار كمعلمة محددة بشكل خارجي في النموذج. نقطة انطلاقتنا ستكون النموذج المبني على الإطار الكينزي المطور من قبل Harrod (1939) وDomar (1946) الذي يُؤكد على الجوانب المُختلة المحتملة للنمو الاقتصادي أو كيف يُمكن للنمو الاقتصادي أن يسير جنبا لجنب مع زيادة البطالة (الفصل الثاني). بعد ذلك، يُعرض النموذج النيوكلاسيكي المشهور المعروف بنموذج Solow-Swan (أو اختصارا نموذج Solow) يُظهر عيوب نموذج Harrod-Domar، كما يُشكل هذا النموذج الطريقة التي نتعامل بها ليس مع النمو الاقتصادي فحسب بل أيضا مع مجال الاقتصاد الكلي بأكمله (الفصل الثالث). أخيرا، يُمكننا من خلال نموذج Uzawa النيوكلاسيكي ثنائي القطاع توسيع نموذج Solow وإضفاء المزيد من التعقيد والواقعية (الفصل الرابع).

تجدر الإشارة أن أهم اختلاف منهجي بين النماذج الكينزية والنيوكلاسيكية يتمثل في نوع دالة الإنتاج المستخدمة في الإطار التحليلي: ففي الوقت الذي تستخدم فيه النماذج الكينزية دالة إنتاج ذات معاملات ثابتة وعوائد حجم ثابتة لكل مدخل،

تقوم النماذج النيوكلاسيكية باستخدام دالة إنتاج ذات إمكانية إحلال عوامل الإنتاج وعوائد حجم متناقصة لكل مدخل. وتُترجم هذه الاختلافات في نوع دالة الإنتاج في طريقة التعامل مع نسبة رأس المال إلى الناتج (v) التي تُفترض ثابتة في حالة النماذج الكينزية على عكس النماذج النيوكلاسيكية التي تفترض تغيرها أثناء تنقل الاقتصاد نحو الحالة المستقرة.

على هذا الأساس، من المنطقي وصول كل نظرية لنتائج مختلفة تماما عن الأخرى: من جانب، يتفق كلا النموذجين أن تراكم رأس المال و عملية نمو الاقتصاد يتم تنظيمهما من قبل رواد الأعمال بدافع تحقيق الربحية، لكن الكينزيين يعتقدون أن عملية التراكم و النمو المدفوع بالربحية تقود الاقتصاد نحو حالة عدم الاستقرار نتيجة الاختلافات المستمرة بين استخدام القدرة الفعلية (الحالية) و استخدام القدرة المرغوبة من قبل المستثمرين: بعبارة أخرى، يؤدي التناقض بين توقعات المستثمرين و النمو الفعلي إلى توليد حالات نمو تُصاحبها بطالة دائمة أو تضخم مزمن. من ناحية أخرى، ينفي النيوكلاسيك وجود حالة عدم الاستقرار لأن عملية تراكم رأس المال تكون مستدامة فقط إذا كانت توقعات المستثمرين صحيحة على المدى الطويل، كما تنتقد النماذج النيوكلاسيكية فرضية المعاملات الثابتة، وفي المقابل تُؤكد أنه إذا سُمح بتغير نسبة رأس المال إلى الناتج فبالإمكان ضمان نمو مستقر عند مستوى التوظيف الكامل.

الفصل الثاني

النمو الكينزي: نموذج Harrod-Domar

طوّر Roy Harrod (1939) و Evsey Domar (1946) بشكل مستقل نماذج نمو اقتصادي حظيت بشعبية واسعة خاصة لدى المخططين الاقتصاديين بعد الحرب العالمية الثانية، و عادة ما يتم الجمع بين الإطار التحليلي للنموذجين تحت مسمى "نموذج Harrod-Domar". تقديم هذان الاقتصاديان نموذجا متطابقا بشكل مستقل لم يكن مفاجئا: حيث يُعتبر امتدادا منطقيا لنموذج الاقتصاد الكلي المقدم من قبلJohn Maynard Keynes. في تلك الحقبة اعتمد الخبراء الاقتصاديون بشكل كبير على نموذج الاقتصاد الكلي الكينزي لبناء إطار تحليلي يعالج مختلف القضايا الاقتصادية.

عمل Harrod وDomar على تطوير نموذج ديناميكي كشف عن مصدر محتمل لعدم الاستقرار طويل الآجل اتفاقا مع نتائج نموذج الاقتصاد الكلي الكينزي القائم على الطلب. لقد ركز Keynes في تحليله لإمكانية استعادة مستوى التوظيف الكامل عبر سياسة الاقتصاد الكلي على الاستثمار كعنصر رئيسي في جانب الطلب الكلي على

ناتج الاقتصاد: ديناميكيا، إضافة لمساهمته في زيادة الطلب الكلي على الناتج الحالي، يُمكن للاستثمار رفع إمكانية ناتج الاقتصاد في المستقبل، لذا فهو يُمارس آثارا من جانبي العرض والطلب، والأهم من ذلك لا يُمكن الحفاظ على مستوى التوظيف الكامل على المدى الطويل إلا إذا نما الاستثمار ومصادر الطلب الكلي الأخرى بالسرعة الكافية لاستيعاب زيادة الناتج الذي يُتيحه الاستثمار.

أدرك Harrod وDomar أنه إذا لم يرتفع الطلب الكلي بمرور الوقت سيتسبب الاستثمار في تجاوز العرض الكلي لحجم الطلب الكلي وسترتفع البطالة في نهاية المطاف. ولأخذ التناقضات المحتملة بين آثار الاستثمار على الطلب الكلي وعلى نمو القدرة الإنتاجية للاقتصاد، فصل Harrod وDomar جانب العرض عن الطلب في النموذج واستعانوا بنسخة مبسطة من نموذج الاقتصاد الكلي الكينزي لتحليل جانب الطلب، كما افترضوا عملية مبسطة للغاية يُحدد فيها الاستثمار جانب عرض الاقتصاد. مع الأسف، غالبا ما يستخدم الاقتصاديون جانب العرض فقط متجاهلين جانب الطلب في نموذج Harrod-Domar الكامل.

1. نموذج Harrod

يُعتبر نموذج الاقتصادي البريطاني Roy Harrod المنشور في عمله "محاولة في النظرية الديناميكية An Essay in Dynamic Theory" (1939) امتدادا طبيعيا لتحليل التوازن الساكن للنظرية العامة المقدمة من قبل Keynes. وفق هذا النموذج، يتحقق شرط التوازن الساكن عند تطابق خطط الاستثمار مع خطط الادخار، وبهذه الطريقة يُدرج النموذج الاستثمار كدالة تابعة مُحددة بتوقعات الرأسماليين حول استخدام القدرة الإنتاجية أو مستوى استخدام هذه القدرة، وبهذا المعنى تُحدد نسبة رأس المال إلى الناتج أو نسبة الناتج إلى رأس المال بناءا على توقعات الرأسماليين.

السؤال الذي طرحه Harrod: ما هو معدل النمو الذي يجب على الناتج بُلوغه عند تحقق شرط توازن تحدده المساواة بين الاستثمار والادخار؟

للإجابة على السؤال، قدم Harrod ثلاثة مفاهيم مختلفة لمعدل النمو:

- معدل النمو الفعلي أو المُلاحظ (g) يُحدد بواسطة نسبة الادخار (s) ونسبة رأس المال إلى الناتج (v).
- معدل النمو المرغوب فيه أو المضمون (g_w) يُمثل معدل نمو ناتج الاقتصاد عند مستوى التوظيف الكامل.
- ومعدل النمو الطبيعي (g_n) يُمثل "أمثلية الرفاهية".

يُظهر معدل النمو الفعلي (g) تقلبات دورية قصيرة الأجل لمعدل النمو ولا يضمن التوازن بين مستوى الاستثمار لمُعادلة مستوى الادخار المخطط له، أما معدل النمو المضمون (g_w) فيُمثل معدل النمو المطلوب لموازنة خطط الاستثمار بخطط الادخار بحيث يظل الاقتصاد على مسار النمو التوازني يتم فيه تلبية توقعات المستثمرين، في هذه الحالة إذا نما الاقتصاد عند المعدل المضمون يتحقق التوظيف الكامل لرأس المال لكنه لا يضمن الاستخدام الكامل لعنصر العمل الذي يتحدد وفق معدل النمو الطبيعي (g_n) المُساوي لمجموع معدلات نمو عنصر العمل والإنتاجية (التقدم التكنولوجي).

الغرض من نموذج Harrod هو الكشف عن الشروط الضرورية لتحقق التوازن بين الادخار الكلي والاستثمار الكلي في اقتصاد ما يشهد نموا ويُمارس الاستثمار فيه تأثيرين أساسيين (ذو طبيعة مزدوجة): أولا كمُحدد الاستخدام الحالي للقدرة الإنتاجية (جانب العرض الكلي) وثانيا كعامل يخلق القدرة على الإنتاج (جانب الطلب الكلي). تُمثل الفرضية الجوهرية لهذا النموذج في أن الرأسماليين يملكون مخزون مرغوب فيه من رأس المال بدلالة حجم الطلب على منتجاتهم، أو لديهم معدل مرغوب فيه لاستخدام مخزونهم من رأس المال: إذا اُستخدم مخزون رأس المال أكثر من اللازم سيرغب أصحاب المشاريع في الاستثمار أكثر باحثين عن تحقيق مستوى رأس المال المرغوب فيه، لكن إذا اُستخدم أقل من اللازم سيعرف الاستثمار انخفاضا

محسوسا، و إذا تحقق مستوى التوظيف الكامل لرأس المال لن تحدث حالات إفراط أو نقص في الإنتاج و سيرغب المنتجون في الاستثمار مستقبلا بنفس المعدل الذي كان عليه في الماضي.

يفترض نموذج Harrod ثبات الناتج الحدي لرأس المال ما يعني أن كل وحدة إضافية من رأس المال تزيد الناتج النهائي بنفس المقدار، أي أن رأس المال لا يُعاني من عوائد الحجم المتناقصة لأن العمالة العاطلة عن العمل تكون متاحة دائما لمرافقة زيادات رأس المال والحفاظ على تغير مدخلات العوامل بشكل تناسبي، وبالتالي يُعطى الناتج كدالة ثابتة لمخزون رأس المال:

$$Y = \frac{K}{v} \qquad (2.\ 1)$$

يُمثل معكوس المعلمة (v) أو $(1/v)$ نسبة الناتج لرأس المال(أو إنتاجية رأس المال)و تُعطى ثابتة (لا يوجد أي اتجاه لتطورها عبر الزمن).

تفترض نماذج الاقتصاد الكلي الكينزي عادة الاستثمار كدالة عكسية لسعر فائدة تقيس تكلفة الفرصة البديلة للاستثمار، ويُفترض عادة معدل الفائدة أنه السعر الذي تُوجه خلاله الأسواق المالية الادخار نحو الاستثمار. إذا تحقق $(S = I)$ يعني هذا أن الدخل لا يتم انفاقه كله على الاستهلاك فقط بل على الاستثمار أيضا وبالتالي يتساوى العرض الكلي بالطلب الكلي، مع ذلك ينظر Keynes (1936) للاستثمار كدالة معقدة أكثر ومدفوعة بعدد كبير من المتغيرات بما في ذلك التوقعات المُتقلبة للمستقبل. يرى

Keynes أن قرار الاستثمار ليس نتيجة عملية قرار دقيق تُقارن فيها العوائد المستقبلية بتكلفة الفرصة البديلة للاستثمار: لا يُوجد لدى أحد ما يكفي من المعلومات حول المستقبل لأداء مثل هذه الممارسات الحتمية. كتب Keynes (1936: 162) **"كرحلة استكشافية للقطب الجنوبي، هل [الاستثمار]يعتمد حقا على حساب دقيق للفوائد القادمة؟"**.

بدلا من ذلك، اقترح Keynes أن يكون الدافع وراء الاستثمار ما أسماه "الأرواح الحيوانية Animal Spirits" التي يُقصد بها الجمع المعقد بين الثقة، التفاؤل والايمان غير القائم على الثقة بالنمو المستقبلي للاقتصاد: إن المشاعر، الإيمان والثقة مُتقلبة بطبيعتها لأننا لا نملك معلومات ثابتة حول المستقبل، وخلص Keynes أن تذبذب الاستثمار يُسبب صعود أو هبوط النمو الاقتصادي. اعتبر Keynes أنه طالما تحققت صحة معظم توقعات المستثمرين، سيستمر الاستثمار رغم عدم وجود "حسابات دقيقة للفوائد القادمة"، أما إذا فشل جزء كبير من الاستثمار في مقابلة التوقعات ستتلاشى الثقة في "الفوائد المقبلة" وينهار الاستثمار. افترض Keynes أن استمرار الاستثمار يعتمد على مدى سرعة نمو الطلب الكلي بالنسبة إلى الناتج (العرض الكلي) لذا هو يُثبط أو يُفسد الأرواح الحيوانية للمستثمرين.[1]

---

[1] – للمزيد من التفصيل أُنظر:

Akerlof, G. and Schiller, R. (2009). ***Animal Spirits: How Human Psychology Drives the Economy, and Why It Matters for Global Capitalism.*** Princeton: Princeton University Press.

في ضوء مناقشة Keynes لكيفية اعتماد ثقة المستثمرين على ما إذا كانت النتائج الاقتصادية الأخيرة مُتسقة مع الروح الحيوانية للمستثمرين، يفترض Harrod أن الطلب على الاستثمار دالة تابعة لنمو الطلب الأخير على الإنتاج. لتجسيد هذه الفكرة:

يُعرف مُعامل رأس المال إلى الناتج المرغوب فيه من قبل المستثمرين والمطلوب للحفاظ على معدل النمو المضمون (أو ذلك المعدل الذي يُقابل توقعاتهم) كالآتي:

$$v_d = \left(\frac{K_d}{Y}\right) \quad \text{(معامل رأس المال إلى الناتج المضمون)} \qquad (2.\ 2)$$

في نسخة الزمن المتصل، يُمكن التعبير عن تغير ناتج ورأس المال بالرمز $(\dot{Y} = dY/dt)$ و $(\dot{K} = dK/dt)$ على الترتيب. وفق دالة الإنتاج ذات المعاملات الثابتة $Y = \min\left[\left(K/v, L/u\right)\right]$ إذا كان (K) أو (L) أكبر من تلك المطلوبة لإنتاج (Y) ستظل الزيادة في هذه الحالة عاطلة (خاملة و غير مستغلة). بنفس الطريقة، وبدلالة ثبات مُعامل نسبة رأس المال إلى الناتج يُصبح تغير عرض الإنتاج مرتبطا مباشرة بتغير مخزون رأس المال (ما يعني أن ارتفاع أو انخفاض (Y) يتحدد وفق سلوك تغير (K) فقط)، أو:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} \qquad (2.\ 3)$$

بدلالة المعادلة (3 .2) ولشرح سلوك نمو الناتج (Y) لابد من فهم سلوك نمو مخزون رأس المال (K). يُعرف تغير مخزون رأس المال أنه صافي الاستثمار يُعطى وفق دالة الاستثمار التالية:[2]

$$I = \dot{K}_d \qquad \text{(دالة الاستثمار)} \qquad (2.4)$$

أما شرط التوازن بين الادخار والاستثمار هو:

$$S = I \qquad \text{(شرط التوازن)} \qquad (2.5)$$

يُمكن التعبير عن المعادلتين (4 .2) و (5 .2) كالآتي:

$$I = v_d \dot{Y} \qquad (2.6)$$

$$S = sY = I \qquad (2.7)$$

(s) هو الميل الحدي للادخار ($s = S / Y$).[3]

تُمثل المعادلة (6 .2) دالة الطلب على الاستثمار (أو الاستثمار المطلوب) الذي تُحدده المشاعر على أساس الزيادات الأخيرة في الإنتاج.

باستبدال المعادلتين (6 .2) و (7 .2) في معادلة شرط التوازن، نحصل:

---

[2] - يفترض نموذج Harrod عدم وجود اهتلاك لرأس المال، حيث يُعبر ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج على تغير الناتج بنسب مباشرة للاستثمار الجديد في رأس المال، كما أن عدم إدراج معدل الاهتلاك لا يُؤثر على نتائج التحليل.

[3] - يفترض Harrod ثبات سلوك الادخار في النموذج، لذلك يُصبح الميل المتوسط للادخار مُساويا ميله الحدي: $s = S / Y = \dot{S} / \dot{Y}$.

$$sY = v_d \dot{Y}$$

$$s = \frac{v_d \dot{Y}}{Y}$$

$$s = v_d \frac{\dot{Y}}{Y}$$

$$\frac{s}{v_d} = \frac{\dot{Y}}{Y}$$

يكون معدل النمو المضمون مُساويا:

$$g_w = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{s}{v_d} \quad \text{(معدل النمو المضمون)} \quad (2.\ 8)$$

هذه هي المعادلة الرئيسية للنموذج، حيث يُعتبر معدل النمو المضمون (المُعتمد على معدل الادخار ونسبة رأس المال إلى الناتج) ذلك المعدل الذي يُحافظ على مستوى التوظيف الكامل لرأس المال (لا يُوجد إفراط أو نقص في الإنتاج) ويُرضي رجال الأعمال بحجم الاستثمار الحالي المُنجز، وبعبارات Harrod **"يمُثل معدل النمو الذي يُرضي المنتجين بما يقومون به. إنه "التوازن المشاريعي" خط التقدم الذي إذا ما تحقق سيُرضي آخذي الربح بأنهم قاموا بالشيء الصحيح"**(25: 1939)، وبالتالي يرتبط هذا المعدل في المقام الأول بسلوك رجال الأعمال. عند هذا المعدل يتم استخدام مخزون رأس المال بالكامل في الاقتصاد ويكون الطلب مرتفعا بما فيه الكفاية ليبيع رجال الأعمال ما أنتجوه ويستمرون في الإنتاج بنفس وتيرة النمو: فهو يُمثل المسار الذي يُبقى العرض والطلب على السلع والخدمات في حالة التوازن. يُشير معدل النمو

المضمون أو المرغوب فيه إلى ضرورة نمو (Y) و (K) بنفس المعدل في الحالة المستقرة، و في حالة توازن الاقتصاد الكلي أيضا يتساوى معدل النمو الفعلي (g) و معدل النمو المضمون (g_w) أي($g_w = g$).

لتحديد معدل النمو الفعلي (g)، تُعطى نسبة رأس المال إلى الناتج وفق الآتي:

$$v = \left(\frac{K}{Y}\right) \quad \text{(معامل رأس المال إلى الناتج الفعلي)} \quad (2.9)$$

يُعطى معدل النمو الفعلي وفق المعادلة (2.10):

$$g = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{s}{v} \quad \text{(معدل النمو الفعلي)} \quad (2.10)$$

تُعبر هذه المعادلة عن المساواة اللاحقة بين الادخار والاستثمار في الحسابات الوطنية، أو بعبارة أخرى تُشير المعادلة (2.10) أن معدل نمو بلد ما يُساوي نسبة الادخار مقسومة على نسبة الاستثمار الجديد (بما في ذلك الاستثمار في المخزونات).

كذلك، يُعطى معدل النمو الطبيعي (g_n) أنه:

$$g_n = n + \rho \quad \text{(معدل النمو الطبيعي)} \quad (2.11)$$

يُمثل (n) معدل نمو قوة العمل و (ρ) معدل نمو إنتاجية العمل محددا بالتقدم التقني، هذا المعدل هو أقصى حد ممكن بلوغه لمعدل النمو سماه **Harrod** "الأمثلي اجتماعيا": يجب فهم معدل النمو الطبيعي أنه معدل نمو القوى العاملة بدلالة الوحدات الفعلية المُكون من عُنصرين هما معدل نمو عنصر العمل(n)و معدل نمو

إنتاجية العمل(ρ)و مجموع هذين العاملين يُعطينا معدل النمو الطبيعي (g_n) الذي يُفترض أنه خارجي التحديد:

$$\frac{(\dot{EL})}{EL}=\frac{\dot{E}}{E}+\frac{\dot{L}}{L}=\rho+n \quad (2.\ 12)$$

إذا تم توظيف العمالة بالكامل، يُصبح معدل النمو الفعلي (g) مُساويا معدل النمو الطبيعي (g_n)، أما إذا كان ($g \prec g_n$) هذا يعني وجود بطالة هيكلية متزايدة. يُعتبر هذا المعدل قيدا في مسار التوازن: لا يُمكن أن يكون معدل النمو الفعلي أعلى من معدل النمو الطبيعي بسبب الطبيعة الثابتة لمُعامل استخدام عنصر العمل (على أساس مبدأ تكامل عوامل الإنتاج).

1.1.المسار الذهبي

يصف Harrod المسار الذهبي[4] أنه مسار نمو متوازن يُحقق التوظيف الكامل لعوامل الإنتاج (رأس المال والعمل). في ظل هذه الظروف، لابد أن تتساوى معدلات النمو الثلاثة: الفعلي (g)، المضمون (g_w) والطبيعي (g_n) إلى جانب تساوي نسبة رأس المال إلى الناتج الفعلي (v) والمرغوب فيه (v_d) لتحقيق نمو مستقر:

$$g=g_w=g_n \wedge v=v_d$$

[4] - أطلقت Joan Robinson من مدرسة كامبريدج مصطلح "المسار الذهبي" للتأكيد على الطبيعة الأسطورية لهذه الوضعية لأنه لا يُوجد شيء في نموذج Harrod يُمكنه توليد هذه المصادفة السعيدة (تساوي معدلات النمو الثلاثة) بشكل تلقائي كما سنرى لاحقا.

عندما يكون معدل النمو الفعلي مساويا معدل النمو المضمون يتحقق شرط توازن الاقتصاد الكلي، ويُصبح الميل الحدي للادخار مُساويا:

$$s = g.v = g_w.v_d \tag{2.13}$$

الخطوة التالية تتطلب منا تعريف جانبي الطلب الكلي والعرض الكلي للاقتصاد: نبدأ بمحاسبة الناتج وفق طريقة الإنفاق في ظل اقتصاد مغلق ودون تدخل الحكومة. يُصبح الإنتاج مُساويا الاستهلاك زائدا الاستثمار:

$$Y_d = C + I \tag{2.14}$$

الاستهلاك هو الجزء غير المدخر من الدخل مع العلم أن (c) هو الميل الحدي للاستهلاك:

$$Y_d = cY_d + I$$

جانب الطلب الكلي هو دالة تابعة للمضاعف الكينزي وللاستثمار:

$$Y_d = \frac{1}{(1-c)}.I$$

ولأن الجزء غير المستهلك من الدخل يُوجه نحو الادخار، فإن $(1-c=s)$ وعليه نُعبر عن الطلب الكلي وفق المعادلة (2.15):

$$Y_d = \frac{1}{s}.I \tag{2.15}$$

بإدراج نسبة رأس المال إلى الناتج المرغوب فيها من قبل المستثمرين في دالة الإنتاج إلى العرض الكلي نجد:

$$Y_s = \frac{1}{v_d}.K \tag{2. 16}$$

إذا استخدمت الطاقة الإنتاجية التي خلقها المستثمرون بالمعدل المرغوب فيه، يُصبح الطلب الكلي مساويا العرض الكلي وسينمو الاقتصاد بالمعدل المضمون:

الطلب الكلي=العرض الكلي و $g = g_w$

$$\frac{I}{s} = \frac{K}{v_d} \tag{2. 17}$$

أو

$$\frac{\dot{K}}{K} = g_w = \frac{s}{v_d} \tag{2. 18}$$

لا يُعتبر إطار Harrod مفيدًا فقط لفهم بعض المشاكل الإنمائية التي تُواجهها البلدان النامية، لكنه مفيد أيضًا لأغراض التخطيط. يُشير Albert Hirshman (1958: 31-32):

" أثبت نموذج Harrod بشكل ملحوظ أنه متعدد الاستخدامات، فهو لا يسمح لنا فقط بإظهار المعدل الذي يجب أن ينمو به الاقتصاد إذا استخدم كل قدراته الناتجة عن الاستثمار الجديد ولكن بشكل عكسي، معدل الادخار المطلوب ونسب رأس المال إلى الناتج إذا أراد تحقيق معدل نمو مستهدف. في مثل هذه التمارين، يتم افتراض نسبة رأس المال إلى الناتج بين قيمتين 2.5 و5، وفي بعض الأحيان يتم وضع توقعات بديلة لمعدلات نمو معينة بشكل عام أو لنصيب الفرد مع توقع عدد معين من السكان. في الحالة الأخيرة، يمُكن اشتقاق الخطط بسهولة من إجمالي رأس المال المطلوب لخمس أو عشر سنوات ".

على سبيل المثال، إذا وضع بلد ما هدف تحقيق معدل نمو الناتج يُقدر بـ 5 بالمائة سنويًا مع العلم أن نسبة رأس المال إلى الناتج المطلوبة هي 3، يجب على المُخطط أن يدخر ويستثمر 15 % من GDP إذا أراد تحقيق معدل النمو المستهدف. من خلال تطبيق صيغة Harrod (المعادلة (18. 2))، يُمكن للمخطط الاقتصادي معرفة نسبة الادخار إلى الدخل المطلوبة للحفاظ على معدل نمو 5 بالمئة سنويا:

$$g_w.v_d = s$$

بالتطبيق العددي نجد:

$$0.05 \times 3 = 0.15$$

إذا كان الادخار المحلي أقل من 15 في المائة من GDP، ثمة فجوة بين الاستثمارات والمدخرات يُمكن سدها عن طريق الاقتراض الأجنبي.

2. نموذج Domar

قام الاقتصادي الأمريكي Evsey Domar بنشر عمله "توسع رأس المال، معدل النمو والعمالة Capital Expansion, Rate of Growth and Employment" (1946) توصل خلاله لنفس نتائج نموذج Harrod لكن بشكل مستقل. يبني Domar نموذجه على السؤال التالي: بما أن الاستثمار يرفع الدخل (جانب الطلب) عن طريق المضاعف الكينزي من جهة ويُوسع القدرة الإنتاجية (جانب العرض) من جهة أخرى، فما هو المعدل الذي ينبغي أن يزيد به الاستثمار لضمان تساوي العرض بالطلب والحفاظ على مستوى التوظيف الكامل؟

يُجيب Domar عن هذا السؤال بإيجاد علاقة بين الطلب الكلي والعرض الكلي بدلالة الاستثمار: من جانب الطلب الكلي، تُمثل زيادة الطلب الكلي زيادة مستوى الدخل التي تتحدد على أساس زيادة الاستثمار مضروبا بالمُضاعف الكينزي ($1/s$):

$$\dot{Y}_d = \frac{1}{s}.\dot{I} \qquad \text{(زيادة الطلب الكلي)} \qquad (2.\ 19)$$

في حين تُمثل زيادة القدرة الإنتاجية للاقتصاد زيادة الناتج الذي يُمكن للاقتصاد إنتاجه أو جانب العرض في النظام ويتحدد على أساس القدرة الإنتاجية لرؤوس الأموال المضافة المستثمرة مضروبة بمتوسط إنتاجية رأس المال (ϖ):

$$\dot{Y}_s = \varpi.I \qquad \text{(زيادة العرض الكلي)} \qquad (2.\ 20)$$

حيث($\varpi = \dot{Y} / I = Y / K$). للحفاظ على مستوى توازن الدخل عند التوظيف الكامل، لابد أن يتساوى الطلب الكلي (المعادلة (19. 2)) بالعرض الكلي (المعادلة (2.20))، لنصل إلى المعادلة الأساسية للنموذج:

$$\dot{Y}_d = \dot{Y}_s \Rightarrow \frac{\dot{I}}{s} = \varpi I$$

$$\frac{\dot{I}}{I} = s\varpi \qquad \text{(شرط التوازن)} \qquad (2.\ 21)$$

تتحقق حالة التوازن عند الأخذ بعين الاعتبار الدور المزدوج للاستثمار: كعامل لخلق الطلب وكعامل لبناء القدرة الإنتاجية. تُظهر المعادلة (21. 2) أنه للحفاظ على مستوى التوظيف الكامل، ينبغي نمو الاستثمار $(\dot{I} / I)$ بمعدل يُساوي $s\varpi$ (الميل الحدي للادخار مضروبا بإنتاجية رأس المال): هو المعدل الذي يجب على الاستثمار أن ينمو به لضمان استخدام القدرة الإنتاجية و الحفاظ على معدل نمو مستقر للاقتصاد عند مستوى التوظيف الكامل.

قدم Domar مثالا عدديا يُفسر هذه النتيجة: ليكن $\varpi = 25$ %سنويا و $s = 12\ \%$ و $Y = 150$ مليار دولار سنويا. إذا تم الحفاظ على التوظيف الكامل، فإن حجم 18مليار دولار ($I = 150 \times 12 / 100 = 18$) يجب استثماره سنويا لرفع القدرة الإنتاجية أو تغير الناتج (الحجم المستثمر مضروبا بإنتاجية رأس المال) بـ 4.5 مليار

دولار سنويا ($\dot{Y} = I \times \varpi = 150 \times 12/100 \times 25/100 = 4.5$)، لكن الارتفاع النسبي للدخل (معدل نموه) لابد أن يُساوي الزيادة المطلقة مقسومة على الدخل:

$$Y \times \frac{s\varpi}{Y} = s\varpi = 12/100 \times 25/100 = 0.03$$

للحفاظ على مستوى التوظيف الكامل، لابد أن ينمو الدخل عند معدل 3 % سنويا أو "معدل النمو التوازني". لاحظ أن أي انحراف عن هذا "المسار الذهبي" سيؤدي لحدوث تقلبات دورية: في حالة $\left(\dot{I}/I \succ s\varpi\right)$ سيشهد الاقتصاد انفجارا، أما إذا كان $\left(\dot{I}/I \prec s\varpi\right)$ سيُعاني الاقتصاد ركودا.

توصل نموذج Domar لنفس نتائج نموذج Harrod فيما يتعلق بحالة التوازن والنمو الاقتصادي: لاحظ أنه بافتراض ثبات نسبة رأس مال إلى ناتج وبتساوي الميل المتوسط للادخار ميله الحدي، تستوفي المساواة بين الادخار والاستثمار شرط معدل النمو التوازني.

هناك تشابه كبير بين النموذجين: معدل الادخار في نموذج Harrod هو نفسه في نموذج Domar، في حين يُساوي معدل النمو المضمون لـ Harrod (g_w) معدل النمو عند التوظيف الكامل لـ Domar $(s\varpi)$:

$$(Harrod)\, g_w = s / v_d = s\varpi\, (Domar)$$

للبرهان، لدينا:

$$s = \frac{S}{Y} \Rightarrow S = sY \qquad (2.\ 22)$$

$$\varpi = \frac{\dot{Y}}{I} \Rightarrow \dot{Y} = \varpi I \quad (2.\ 23)$$

لأن $I = S$ نقوم باستبدالها في المعادلة (2.23) نجد:

$$\dot{Y} = sY\varpi$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = s\varpi \quad (2.\ 24)$$

ولأن $\left(g_w = \dot{Y} / Y\right)$ فإن:

$$g_w = s\varpi \quad (2.\ 25)$$

برهنا رياضيا أن $\left(g_w\right)$ في نموذج Harrod هو نفسه $\left(s\varpi\right)$ في نموذج Domar. عند التوازن يتم توظيف رأس المال بالكامل لذا $\left(\varpi = 1 / v_d\right)$، لكن في الوقت الذي يبني فيه Domar نموذجه على معادلة نمو واحدة $\left(s\varpi\right)$، يستخدم Harrod ثلاث معدلات نمو للتعبير عن نموذجه: الفعلي $\left(g\right)$، المضمون $\left(g_w\right)$ والطبيعي $\left(g_n\right)$.

3. عدم الاستقرار في نموذج Harrod-Domar

يُعرف المسار الذهبي أنه الوضعية التي تتساوى فيها كل معدلات النمو:

$$g = g_w = g_n$$

$$\frac{s}{v} = \frac{s}{v_d} = n + \rho$$

بلوغ المسار الذهبي صعب جدا لأنه غير مرجح (لحد كبير) توافق قرارات ادخار أصحاب المشاريع مع قرارات استثمارهم: من ناحية، يعتمد الميل الحدي للادخار على تفضيلات وسلوك الأسر لكنه يُفترض خارجيا ما لم يتم نمذجة هذه القرارات في النموذج. كذلك، يُعطى معدل النمو السكاني (n) خارجيا في النموذج لكنه مُحدد بالديناميكية الديمغرافية (المواليد، الوفيات والهجرة...). من ناحية أخرى، تتحدد نسبة رأس المال إلى الناتج (v) وفق المستوى التكنولوجي المعطى بشكل ثابت يتم استيعابها في الاقتصاد. أخيرا، تعتمد نسبة رأس المال إلى الناتج المرغوب فيه (v_d) على توقعات الرأسماليين (الحالة المستقبلية لثقة المستثمرين أو الأرواح الحيوانية وفق Keynes). على هذا الأساس، لا تُوجد آلية تلقائية لضمان تساوي معدلات النمو الثلاثة، وإذا لم تتحقق هذه المساواة سيقع الاقتصاد في حالة اللاتوازن أو عدم الاستقرار.

هناك مشكلتان تظهران من هذا التحليل:

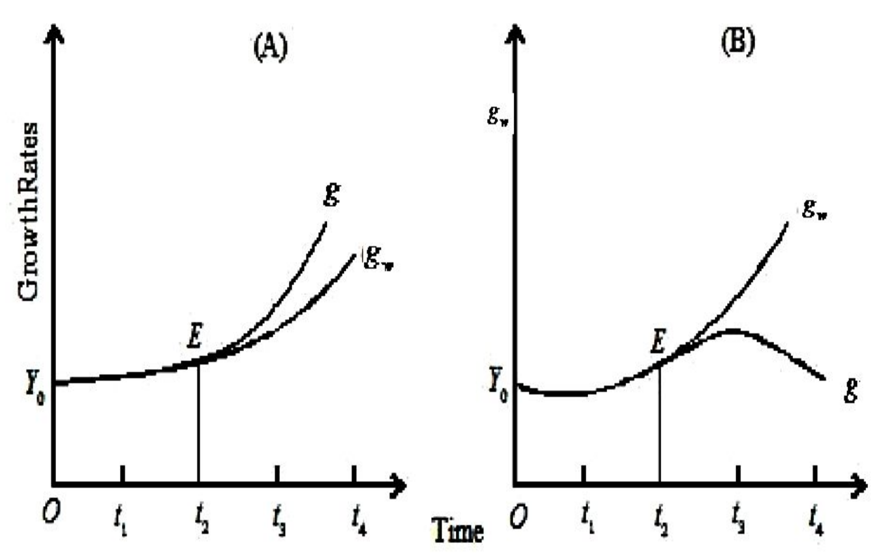
- عدم إمكانية نمو الاقتصاد عند معدل النمو المضمون وفي ظل التوظيف الكامل، وبالتالي تحدث بطالة لاإرادية (في جانبي رأس المال والعمالة) في سياق النمو الاقتصادي.
- عدم استقرار الاقتصاد الرأسمالي مع عدم وجود إمكانية حدوث تقارب نحو حالة التوازن.

على سبيل المثال، إذا كان معدل النمو الفعلي أكبر من معدل النمو المضمون، تكون نسبة رأس المال إلى الناتج أقل من نظيرتها المرغوب فيها:

$$\left[g \succ g_w\right] = \left[\frac{s}{v} \succ \frac{s}{v_d}\right] \Rightarrow v \prec v_d$$

يتجاوز الطلب الكلي (I / s) جانب العرض الكلي (K / v_d) للاقتصاد لأن الاستثمار الفعلي (الحالي) غير قادر على توسيع العرض الكلي بما يكفي لتلبية حجم الطلب الكلي في الفترة المقبلة (الاستثمار المرغوب فيه أكبر من الادخار)، على هذا الأساس سيُعاني الاقتصاد عجزا في مخزون رأس المال لأن مخزون رأس المال الفعلي أقل مما هو مرغوب فيه ($v \prec v_d$). في مثل هذه الظروف، يرتفع الطلب الكلي في الفترة المقبلة مع محاولة الرأسماليين زيادة استثماراتهم لتعويض الاستثمار الرأسمالي المفقود بغية توسيع القدرة الإنتاجية، أي زيادة مخزون رأس المال ومعه نسبة رأس المال إلى الناتج لبلوغ مستوى الطلب الكلي، مع ذلك تتجاوز خطط الاستثمار نظيرتها خطط الادخار ويُصبح الناتج الكلي أقل من الطلب الكلي ما يعني وجود عجز أكبر في

الإنتاج ويدخل الاقتصاد في دوامة تضخمية، بعبارة أخرى يتم تسريع النمو ويزيد الفارق بين معدل النمو الفعلي والمضمون ما يعني تحرك (g) بعيدا عن (g_w) وبهذا يتفاقم الطلب الزائد، أي أن زيادة مخزون رأس المال ستُولد انخفاضا في نسبة $(1/v)$ وزيادة معدل النمو الفعلي وتعمق الفارق بين المعدلين: تُعرف هذه الحالة بـ"التضخم التراكمي" التي يُمكن إظهارها في الشكل (1. 2) (على اليسار (A)).



الشكل (1. 2). حالات عدم الاستقرار وفق نموذج Harrod-Domar (I).

بداية من مستوى الناتج عند التوظيف الكامل الابتدائي (Y_0)، يتبع معدل النمو الفعلي (g) مسار النمو المضمون (g_w) إلى غاية النقطة E عند الزمن t_2، لكن بعد

هذه النقطة ينحرف (g) عن (g_w) ويُصبح $(g \succ g_w)$ وفي الفترات اللاحقة يُصبح التفاوت بين المعدلين أكبر فأكبر.

في حالة أخرى، إذا كان معدل النمو الفعلي أقل من معدل النمو المضمون تكون نسبة رأس المال إلى الناتج أكبر من نظيرتها المرغوب فيها من قبل المستثمرين، هذا يعني أن الاستثمار المرغوب فيه أقل من الادخار و لأن الطلب الكلي (I / s) يكون أقل من العرض الكلي (K / v_d) (أي الطلب الكلي ليس بالمستوى الكافي لاستيعاب تزايد ناتج تم خلقه من قبل استثمارات الفترة الماضية و لم تتحقق توقعات المستثمرين) سيُولد حافزا لدى المستثمرين لتقليل حجم الاستثمار المرغوب فيه لأن هناك فائض في مخزون رأس المال بدلالة ديناميكية النمو الاقتصادي معبرا عنه بالمعدل النمو الفعلي:

$$[g \prec g_w] = \left[\frac{s}{v} \prec \frac{s}{v_d}\right] \Rightarrow v \succ v_d$$

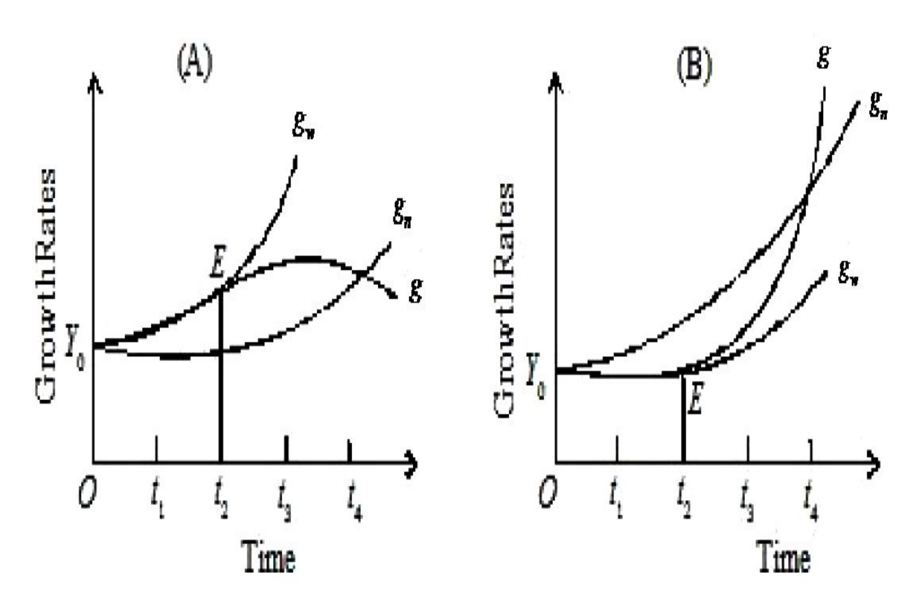
يُقوم المستثمرون بتخفيض مخزونهم الرأسمالي حتى تتناسب النسبة الفعلية مع النسبة المرغوب فيها ما يعني انخفاضا أكثر للطلب على الناتج. إحدى انعكاسات هذه العملية هي حدوث دوامة هبوطية تراكمية في الطلب الكلي ينتج عنه تراجع النمو الاقتصادي ويقود إلى الكساد والبطالة: تُعرف هذه الحالة بـ "الطلب الفعال غير الكافي"، مع ذلك سيُؤثر هذا الانخفاض على معدل النمو الفعلي ويزيد الفارق بين معدلات النمو لأن انخفاض الطلب الكلي دون مستوى التوظيف الكامل يُؤدي

لزيادة اختلال التوازن وسيتحرك الاقتصاد أبعد فأبعد عن مستوى التوظيف الكامل: على عكس الحالة السابقة تُعرف هذه الحالة بـ"الكساد التراكمي". يُظهر الشكل B هذه الحالة: بعد النقطة t_2 ينخفض (g) ويُصبح أقل من (g_w) ويُواصل المعدلين التباعد مع مرور الوقت.

يرى نموذج Harrod-Domar أنه بمجرد انحراف (g) عن (g_w)، سيبتعد الاقتصاد أكثر فأكثر عن وضعية توازن التوظيف الكامل ويخرج الاقتصاد عن السيطرة (بمجرد اضطرابه لا تُوجد إمكانية لتصحيحه ذاتيا). تم وصف نموذج Harrod-Domar أنه نموذج "توازن حافة السكين Knife Edge Equilibrium" الذي يُشير لحالة سقوط الاقتصاد عن حافة السكين، لذا هناك حاجة لسياسات اقتصادية نشطة تعمل على رفع أو تقليل الطلب الكلي من أجل الحفاظ على نمو الطلب والعرض أكثر أو أقل. أيضا، يُبين النموذج أن الانحراف عن التوظيف الكامل يُمكن أن يكون كبيرا ومستمرا لفترات طويلة.

تمثل مشكلة المدى القصير (الدورة الاقتصادية) في طبيعة العلاقة بين (g) و (g_w)، أما مشكلة المدى الطويل فتمثل طبيعة العلاقة بين (g_w) و (g_n): العلاقة بين نمو العمالة بالوحدات الفعلية ونمو رأس المال. يُمثل التوازن بين معدلات النمو الثلاثة توازنا من نوع حافة السكين لأنه بمُجرد حدوث تباعد بين المعدلات الثلاثة ينتج كساد أو تضخم مزمن في الاقتصاد: إذا كان $(g \succ g_w)$ يزيد الاستثمار أسرع من

الادخار ويرتفع الدخل الحالي بمعدل أسرع من (g_w)، أما إذا كان $(g \prec g_w)$ يكون الادخار أعلى من الاستثمار وسيزيد الدخل الحالي بمعدل أقل من (g_w). في نموذج Harrod-Domar، إذا كان $(g_w \succ g_n)$ تتطور حالة الكساد التراكمي لأن $(g_w \succ g)$ أين يُحدد الحد الأعلى لـ(g) حسب معدل النمو الطبيعي (g_n) كما هو موضح في الشكل (2. 2). عندما يكون $(g_w \succ g_n)$ فإن $(v \succ v_d)$ وبالتالي هناك فائض معطل في مخزون رأس مال بسبب نقص اليد العاملة وبدوره يُؤدي لإبقاء معدل زيادة الناتج عند مستوى أقل من (g_w)، في هذه الحالة تُصبح الآلات مُعطلة وهناك فائض في القدرة الإنتاجية يُؤدي لتقليل حجم الاستثمار، الإنتاج، العمالة والدخل ويقع الاقتصاد في قبضة كساد مزمن. في مثل هذه الظروف، يُعتبر الادخار "رذيلة" لأنه يُديم عجز الطلب الكلي في الاقتصاد.



الشكل (2 .2). حالات عدم الاستقرار في نموذج Harrod-Domar (II).

إذا كان $(g_w \prec g_n)$ يُصبح (g_w) أقل من (g) كما يُوضحه الشكل، وهناك اتجاه لحُدوث تضخم تراكمي في الاقتصاد، في هذه الحالة يكون $(v \prec v_d)$ ما يعني نقص مخزون رأس المال وفائض في العمالة (أو بطالة هيكلية). تكون الأرباح المتوقعة عالية لأن الاستثمار المرغوب فيه أعلى من الاستثمار المحقق، ويميل رجال الأعمال لزيادة مخزونهم من رأس المال ما يُؤدي لحدوث تضخم مزمن. في مثل هذه الحالة يُعتبر الادخار "فضيلة" لأنه يسمح بزيادة المعدل المضمون.

إحدى انعكاسات السياسة المُنبثقة من النموذج أن الادخار يُعتبر "فضيلة" في أي اقتصاد يُعاني فجوة تضخمية و "رذيلة" في اقتصاد يُعاني فجوة انكماشية، لذا يجب

أن يتحرك معدل الادخار صعودا أو هبوطا في اقتصاد ما كلما تطلب الأمر ذلك، لكن في نفس الوقت يتناقض هذا مع افتراض ثبات معدل الادخار في نموذج Harrod-Domar.

4. السياسة الاقتصادية وفق نموذج Harrod-Domar

يُعتبر نموذج Harrod-Domar نموذجا ديناميكيا يقوم على منطق الاقتصاد الكلي الكينزي، لذلك ليس مُستغربا أن يدعو هذا النموذج الحاجة لتدخلات سياسية نشطة بهدف زيادة أو خفض الطلب على الإنتاج والحفاظ على الطلب الكلي بما يتماشى مع قدرة الاقتصاد للبقاء على حافة السكين، على ذلك وجود إدارة فعالة للاقتصاد الكلي بهدف الاستقرار ضروري ليُحقق الاقتصاد نموا مستمرا.

في البلدان المتقدمة، يكون معدل النمو المضمون أعلى من المعدل الطبيعي بسبب انخفاض معدل المواليد في تلك البلدان، ما يعني عدم كفاية الاستثمار ليتطابق مع خطط الادخار وقد يُؤدي لحدوث كساد في الاقتصاد. رغم أن Keynes لم يستخدم مصطلحات "المعدل الطبيعي والمعدل المضمون" إلا أنه حدد هذا الخلل عام 1937 قبل نشر عمل Harrod (Thirlwall 2007 :2-3).

أما في البلدان المتخلفة، يكون المعدل الطبيعي أكبر من المعدل المضمون أي ادخار منخفض ونسبة رأس المال إلى الناتج مرتفعة ما يعني إنتاجية رأس مال منخفضة جدا. بعبارة أخرى، تعكس نسبة رأس المال إلى الناتج المرتفعة إنتاجية

استثمار منخفضة، وعليه يُعتبر اللاتوازن في البلدان المتخلفة بين نمو عنصر العمل ومعدل تراكم رأس المال إحدى الأسباب الرئيسية لحدوث البطالة الهيكلية وفق المصطلحات الكينزية.

كما رأينا، إذا كان معدل النمو الطبيعي (g_n) أكبر من معدل النمو المضمون (g_w) سيتجه الاقتصاد نحو البطالة الهيكلية وهي حالة تُميز البلدان المتخلفة، وبذلك تتمثل مهمة السياسة الاقتصادية في البلدان النامية في إحداث تطابق بين (g_n) و (g_w) إما بخفض معدل النمو الطبيعي (g_n) أو برفع معدل النمو المضمون (g_w) :

$$g_n \succ g_w$$

$$n + \rho \succ \frac{s}{v_d}$$

يُمكن للحكومة التدخل عبر عدة سياسات: سياسات تُؤثر على المعدل الطبيعي $(g_n = n + \rho)$ وسياسات تُؤثر على معدل النمو المضمون $(g_w = s / v_d)$ (أنظر الجدول (2.1)).

الجدول (1. 2). السياسة الاقتصادية وفق نموذج Harrod-Domar.

سياسات حول المعدل الطبيعي	سياسات حول المعدل المضمون
- تنظيم المواليد - خفض إنتاجية العمل	-إصلاح وتحرير النظام المالي - السياسة المالية والنقدية - سياسات معدل الفائدة في السوق المالي -خفض نسبة رأس المال إلى الناتج

4.1.السياسات المُستهدفة لمعدل النمو الطبيعي

للتحكم في توسع المعدل الطبيعي (g_n)، يُمكن لبرامج تنظيم المواليد أن تُخفض معدل نمو العمالة (n)، لكنها تكون أداة فعالة فقط على المدى الطويل، في المقابل هُناك سياسة أخرى لخفض معدل النمو الطبيعي كخفض معدل إنتاجية العامل (ρ)، لكن هذا المقياس سيُؤثر على مستوى المعيشة وتنافسية الاقتصاد.

4.2.السياسات المُستهدفة لمعدل النمو المضمون

تُشير معادلة معدل النمو المضمون إلى مفتاحين أساسيين لعملية النمو: الادخار ونسبة رأس المال إلى الناتج، وعليه يُرسل هذا النموذج رسالة واضحة مفادها "قم بادخار أكثر واستثمر بشكل مُنتج ينمو اقتصادك بشكل أعلى".

يُمكن رفع قيمة المعدل المضمون (g_w) بتنفيذ إصلاحات وتحرير النظام المالي ما يُشجع سلوك الادخار (زيادة الادخار)، إلى جانب أن تطبيق سياسات مالية ونقدية سيكون مفيدا أيضا في هذا المجال. مع ذلك من وجهة نظر كينيزية لا تضمن هذه

الإجراءات التي تدفع الادخار بالضرورة تحقق خُطط الاستثمار لأنها تعتمد على قرارات المستثمرين المدفوعة أساسا بدرجة توقعاتهم التي تقود عملية التراكم الرأسمالي: إذا وُجدت توقعات مواتية، يتجه المستثمرون نحو النظام المالي للحصول على الأموال التي يحتاجونها وتلعب سياسات أسعار الفائدة دورا حاسما في هذا الإطار. ويرى أنصار تحرير النظام المالي أن وجود أسعار فائدة مرتفعة سيُحفز الادخار لكن وجود أسعار فائدة مرتفعة جدا ستُثبط قرارات الاستثمار. يُدرج Keynes في نهاية كتابه "النظرية العامة حول العمالة، الفائدة والنقود" ملاحظة هامة:

" **أظهرنا أن حجم الادخار الفعال يُحدد بالضرورة حجم الاستثمار الذي يتم تشجيعه بأسعار فائدة منخفضة، شريطة ألا نُحاول تشجيعه بمستوى أبعد من المستوى المقابل للتوظيف الكامل**"(330: 1936).

غياب حوافز الاستثمار راجع لارتفاع معدلات الفائدة في الاقتصاد نظرا لوجود تفضيلات عالية اتجاه السيولة ورغبة قليلة للاستثمار، وبالمثل عادة ما يكون تفضيل السيولة مرتفعا في مناطق يُوجد فيها عدم اليقين بشأن السلوك المستقبلي لأسعار الفائدة المرتفعة جدا.

أخيرا، تقليل نسبة رأس المال إلى الناتج يعني ضمنيا استخداما أكثر لتقنيات إنتاج تُوظف العمالة بشكل مكثف، لكن من المهم تحليل ما إذا كانت البلدان النامية

قادرة على تغيير هيكل إنتاجها نحو تقنيات أكثر استخداما للعمالة دون أن يُؤدي ذلك خفض مستوى الناتج والادخار.

5. حدود نموذج Harrod-Domar

قبل الحديث عن نقاط الضعف وحدود هذا النموذج، من المُنصف الإشارة إلى نقاط القوة الرئيسية لهذا النموذج والتي ربما تتمثل أساسا في "بساطته": متطلبات البيانات قليلة ومعادلات سهلة الاستخدام والتقدير. يُمكن أن يكون النموذج دقيقا لحد ما من سنة إلى أخرى، وفي ظل غياب الصدمات الاقتصادية الحادة (كالجفاف، أزمة مالية أو تغييرات كبيرة في أسعار الصادرات أو الواردات) يقوم النموذج بعمل معقول في تقدير معدلات النمو المتوقعة في معظم البلدان خلال فترات زمنية قصيرة جدا (بضع سنوات).

نقطة قوة أخرى للنموذج تتمثل في تركيزه على الدور الرئيسي للادخار: تُعتبر القرارات الفردية حول مقدار الدخل الواجب توفيره واستهلاكه جوهرية لعملية النمو (مع تفضيل بعض الأفراد لاستهلاك الحاضر دون المستقبل، سيزيد استهلاكهم لكنه في المقابل يقل ما يُمكن توفيره لتمويل الاستثمار). يُوضح نموذج Harrod-Domar أن الادخار عنصر ضروري لنمو الدخل مع مرور الوقت.

مع ذلك، يتميز النموذج ببعض نقاط الضعف: أولا، تركيزه المفرط على الادخار. رغم أن الادخار ضروري للنمو إلا أن الشكل البسيط للنموذج يعني أيضا

أنه "عنصر كاف" لتحقيق نمو مستقر، لكن في حقيقة الأمر هو ليس كذلك: فالاستثمارات التي يتم تمويلها عن طريق الادخار يجب أن تُؤتي ثمارها بعائد أعلى في المستقبل، لكن قد لا تنجح كل الاستثمارات في تحقيق هذا المسعى. في الواقع العملي، يُمكن لقرارات الاستثمار السيئة أو تغير السياسات الحكومية أو الأسعار العالمية المتقلبة أو ببساطة سوء الحظ أن يُغير تأثير الاستثمار الجديد على الإنتاج والنمو. ويُمكن القول أن النمو الدائم يعتمد على إمكانية خلق استثمارات جديدة تضمن أن تكون مُنتجة مع مرور الوقت. في هذا السياق، تُمثل عملية التخصيص الأمثل للموارد نحو قطاعات وشركات معينة عاملا مهما في تحديد الناتج والنمو، ولأن نموذج Harrod-Domar يفترض وجود قطاع واحد فهو بذلك يُهمل مسألة التخصيص.

هناك مشكلة أخرى تظهر مع فرضية ثبات معدل الادخار في نموذج Harrod-Domar. أدرك Harrod أنه على المدى الطويل قد لا تكون نسبة الادخار ثابتة وأنها سوف تُعدل: في فترات الركود قد تنخفض المدخرات وفي فترات تضخم الطلب قد ترتفع. إحدى الطرق التي يتحقق بها هذا التعديل هو تغير التوزيع الوظيفي للدخل بين الأجور والأرباح و التي تم التأكيد عليها كآلية محتملة للتعديل من قبل الاقتصاديين الكينزيين أمثال Joan Robinson، Nicholas Kaldor، Richard Kahn و Luigi Pasinetti و غيرهم: إذا كان $(g_w \succ g_n)$ هناك اتجاه نحو الكساد يميل الاقتصاد فيه لتقليل حصة الأرباح في الدخل الوطني و زيادة حصة الأجور

بحيث إذا كان ميل ادخار المتولد عن الأرباح أعلى من ميل ادخار المتولد عن الأجور سيقلل هذا التغيير لتوزيع الدخل نسبة المدخرات الكلية و ينخفض (g_w) نحو (g_n) (مع ذلك، هناك حد ما لانخفاض حصة الأرباح بدلالة الحد الأدنى لمعدل الربح المقبول لدى أصحاب المشاريع). وبالمثل، إذا كان $(g_w \prec g_n)$ هناك اتجاه نحو تضخم الطلب وتميل حصة الأرباح في الدخل الوطني للارتفاع ما يزيد نسبة المدخرات الإجمالية ويرتفع (g_w)نحو (g_n) (لكن هناك أيضاً حد لارتفاع حصة الربح تُحددها الدرجة التي تُرضى العمال لتخفيض أجورهم الحقيقية، ما تُسميه Robinson "حاجز التضخم").

ولعل أهم قيود هذا النموذج ينبع من الافتراضات الصارمة لثبات نسبة رأس المال إلى العمل، نسبة رأس المال إلى الناتج ونسبة العمل إلى الناتج وتنطوي على قدر ضئيل من المرونة في الاقتصاد مع مرور الوقت. للحفاظ على ثبات هذه النسب، يجب أن ينمو رأس المال، العمل والناتج بنفس المعدل بالضبط وهو أمر غير مرجح حدوثه في الاقتصاديات الواقعية. كما أشرنا سابقا ينبغي أن ينمو مخزون رأس المال والناتج عند معدل $(g_w = s / v_d)$للحفاظ على ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج مع مرور الوقت. فيما يتعلق بالعمالة الفعلية فهي تنمو بنفس الوتيرة التي يتزايد بها السكان والتقدم التكنولوجي أو معدل النمو الطبيعي $(g_n = n + \rho)$، لذا الطريقة الوحيدة لنمو مخزون رأس المال والقوة العاملة بنفس المعدل هي أن يتساوى $(g_w = g_n)$، ومع

ذلك لا يُوجد هناك سبب وجيه بأن السكان، التقدم التقني ورأس المال ستنمو بنفس المعدل.

قد تكون هذه الافتراضات الصارمة الخاصة بثبات نسب رأس المال إلى الناتج، العمالة إلى الناتج ورأس المال إلى العمل دقيقة لحد معقول خلال فترات زمنية قصيرة جدا أو في ظروف خاصة للغاية، لكنها دائما ما تكون غير دقيقة مع تطور الاقتصاد وصعوده سلم التنمية، حيث تختلف ما بين البلدان وحتى في البلد الواحد مع مرور الوقت. في الواقع العملي، يُمكن أن تتغير إنتاجية رأس المال استجابة لتغير السياسة والتي تُؤثر بدورها على (v)، و يُمكن أن تتغير كثافة رأس المال في عملية الإنتاج مع مرور الوقت أي إمكانية وجود إحلال بين عوامل الإنتاج: على سبيل المثال، يُمكن لبلد فقير ذو معدل ادخار منخفض و فائض في العمالة أن يُحقق معدلات نمو عالية إذا ما استفاد بأكبر قدر ممكن من العمالة و أقل نسبيا من رأس المال كالاستثمار في القطاعات كثيفة العمالة ما يُؤدي لخفض قيمة (v)، لكن مع نمو الاقتصاد و ارتفاع دخل الفرد فيه يقل فائض العمالة و يتحول الاقتصاد تدريجيا نحو إنتاج أكثر كثافة رأسماليا ما يُعجل رفع (v). ومن الممكن أن تتغير نسبة رأس المال إلى الناتج عن طريق ميكانزمات السوق مع تغير أسعار العمالة ورأس المال استجابة لتغير جانب العرض: مع حدوث النمو، يُصبح الادخار أكثر وفرة نسبيا وينخفض سعر رأس المال بينما

ترتفع أجور العمالة، لذلك يقتصد المنتجون اعتمادهم على العمالة مستخدمين المزيد من رأس المال ويميل بذلك (v) للارتفاع.

نتيجة لهذه الصرامة، يُصبح نموذج Harrod-Domar غير دقيق على نحو متزايد على فترات زمنية أطول مع تغير (v) الفعلي ونسبة رأس المال إلى العمل، وفي عالم يتميز بدالة إنتاج ذات معاملات ثابتة لن يُسمح بأي إحلال بين رأس المال والعمل في عملية الإنتاج، لكن في الواقع العملي يحدث هناك استبدال بين عنصر العمل ورأس المال في معظم عمليات الإنتاج. كما سنرى في الفصل المقبل، إضافة هذه الميزة للنموذج يسمح لنا باكتشافات هامة في عملية النمو.

نقطة ضعف أخيرة في نموذج Harrod-Domar تتمثل في غياب أي دور لنمو الإنتاجية (القدرة على إنتاج المزيد بدلالة كميات نصيب عامل الإنتاج). هندسيا، يُمكن تمثيل تزايد إنتاجية رأس المال بتحول منحنى الكميات المتساوية نحو الأعلى ما يعني حاجة لعمال ورأس مال أقل لإنتاج نفس كمية الإنتاج، وأبسط طريقة لاستنتاج هذه الخاصية في نموذج Harrod-Domar هو إدراج نسبة (v) أصغر، لكنها بالطبع تتناقض مع فكرة ثبات (v).

رغم نقاط الضعف هذه، لا يزال نموذج Harrod-Domar وبشكل مُفاجئ يُستخدم على نطاق واسع. وثق William Easterly استخدام البنك العالمي ومؤسسات مالية أخرى لهذا النموذج في حساب "فجوات التمويل" بين حجم

الادخار المتاح وحجم الاستثمار المرغوب فيه لتحقيق معدل نمو مستهدف، لكن في المقابل يُظهر Easterly أن استخدام نموذج مبسط وغير مبهم قد يُؤدي في بعض الأحيان لتقديم تحليل ضعيف واستنتاجات خاطئة. في جوهره، يميل المحللون الذين يعتقدون ببساطة النموذج للتغاضي عن أوجه قصوره عند تطبيقه على العالم الحقيقي.

يُقدم نموذج Harrod-Domar بعض الأفكار المفيدة لكنه لا يأخذنا بعيدا جدا في ميدان التحليل وتطبيقات السياسة. يُقدم افتراض نموذج ذات معاملات ثابتة مُرونة قليلة لا تستوعب قدرة شركات العالم الحقيقي على تغيير مزيج المدخلات في عملية الإنتاج، ويُمكن للنموذج أن يكون دقيقا من سنة لأخرى (في غياب الصدمات) وهو محق في تركيزه على أهمية الادخار، لكنه يُصبح غير دقيق لحد كبير في معظم البلدان على فترات زمنية أطول ما يعني ضمنيا أن الادخار شرط "ضروري" لكنه "غير كاف" لعملية النمو الاقتصادي. أبدى Domar أواخر الخمسينات شكوكا قوية حول نتائج نموذجه مشيرا أن الغرض الأصلي لتصميم نموذجه كان دراسة قضايا التوظيف في الاقتصاديات المتقدمة بدلا من قضايا النمو وأنه كان صارما جدا بحيث لا يُكون مفيدا في تفسير النمو طويل الأجل، كما أبدى تأييده لنموذج Solow الذي سنتطرق إليه.

الفصل الثالث

النمو النيوكلاسيكي: نموذج Solow-Swan

يتعامل نموذج Harrod-Domar مع العلاقة الموجودة بين رأس المال والناتج (v)على أنها معلمة ثابتة، لذلك لن يعرف مخزون رأس المال ولا نسبة رأس المال إلى العمل زيادة إلا إذا زاد معدل الادخار. مع ذلك، يفترض النموذج أن الميل الحدي للادخار والاستهلاك محددان بشكل خارجي عن النموذج، لذلك لا يُمكن ضمان حدوث تقارب نحو وضعية التوازن عند مستوى التوظيف الكامل.

لمواجهة هذه التناقضات التي أشار إليها Harrod - Domar حول عدم إمكانية تحقيق الاقتصاد للنمو والاستقرار عند مستوى التوظيف الكامل، قدم الخبير الاقتصادي الأمريكي Robert Solow (حائز على جائزة نوبل عام 1987) نموذجا نيوكلاسيكيا للنمو في ورقته "مساهمة في نظرية النمو الاقتصادي A Contribution To The Theory of Economic Growth" (1956)، و في نفس السنة نشر الاقتصادي الأسترالي Trevor Swan عمله "النمو الاقتصادي و تراكم رأس المال Economic Growth and Capital Accumulation"مُقدما نموذجا مماثلا لما

أصبح يُعرف الآن بنموذج Solow-Swan. كان غرض هذا النموذج هو إظهار إمكانية نمو الاقتصاد الرأسمالي (نمو الناتج الكلي) عند معدل نمو عنصر العمل والتقدم التكنولوجي، وأن هذا النمو مستقر أو يقترب نحو حالة التوازن على المدى الطويل بين الطلب الكلي والعرض الكلي.[1]

تكمن المشكلة التي أشار إليها نموذج Harrod-Domar (عدم الاستقرار واستحالة النمو عند مستوى التوظيف الكامل) في غياب إمكانية إحلال عوامل الإنتاج (رأس المال والعمل)، وبالتالي يتضمن حل هذه المشكلة افتراض إمكانية حدوث استبدال بين رأس المال والعمل وبهذه الطريقة تُصبح نسبة رأس المال إلى الناتج "متغيرة". إذا أمكن ذلك، سيسمح تغير نسبة رأس المال إلى الناتج باقتراب الاقتصاد نحو حالته المستقرة، ولا يُوجد سبب لحدوث النمو في ظل بطالة لاإرادية ولا لحدوث عدم الاستقرار.

في الصدد، كتب Solow (66: 1956):

"إن الافتراض الحاسم حول الإنتاج يحدث في ظل شروط النسب الثابتة، حيث لا تُوجد هناك إمكانية لإحلال العمالة من قبل رأس المال في الإنتاج...من الخصائص المميزة لنموذج Harrod–Domar أنه يدرس باستمرار مشاكل طويلة الآجل بأدوات قصير الآجل المعتادة".

---

[1] - يفترض النموذج أن نمو عنصر العمل (النمو السكاني) ونمو الإنتاجية (التقدم التكنولوجي) لا يعتمدان على قرارات الأعوان الاقتصاديين، وبالتالي يُعرف النموذج بـ "النمو الخارجي Exogenous growth".

لم يجد Solow الكثير من الواقعية في نموذج Harrod-Domar للنمو الاقتصادي، ورأى أنه في ظل افتراضاته الصارمة ستكون النتائج مضللة، وبالتالي يُعتبر نموذج Harrod-Domar للنمو "متوازنا على حافة السكين".

1. نموذج Solow-Swan دون تقدم تكنولوجي

يقوم نموذج Solow-Swan بوصف التطور الزمني لاقتصاد ما يتحقق فيه النمو في ظل بعض الشروط الأولية، حيث يُدرج النموذج الفرضيات النيوكلاسيكية كشرط عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال وعوائد الحجم الثابتة لدالة الإنتاج.

يفترض النموذج وجود اقتصاد مغلق دون تدخل الحكومة وبالتالي يتساوى الادخار مع الاستثمار عند كل نقطة زمنية $(S = I)$. تستخدم الشركات رأس المال والعمل لإنتاج سلعة وحيدة تُوجه إما نحو الاستهلاك أو تتراكم على شكل رأس مال مادي (يُستخدم الناتج سواءا للاستهلاك أو الاستثمار) طالما أنه لا يُوجد هناك استهلاك عمومي ولا تبادل مع قطاع أجنبي. من جهة أخرى، يتعرض رأس المال للإهتلاك بمعدل سنوي ثابت $(\delta \geq 0)$، في حين ينمو عدد السكان بمعدل ثابت $(n \geq 0)$ سنويا. ولأن الأسعار والأجور تتميز بالمرونة الكاملة، سيعمل هذا الاقتصاد دائما عند مستوى التوظيف الكامل. في ظل هذا الافتراض مع عدم إقصاء أي هيكل عمري للسكان، تُصبح القوى العاملة والتوظيف متساويتان عند أي نقطة زمنية أي $(\dot{L} = nL)$.

يتم اقتطاع جزء ثابت من الدخل يُوجه نحو الادخار $(S = sY)$، لكننا لا نعلم ما إذا كان المستهلكون يتبعون سلوكا أمثليا في تخصيص الدخل أم لا. حقيقة، لا يتم افتراض أي أمثلية لسلوك الأعوان الاقتصاديين أو الحكومة في نموذج Solow-Swan وبالتالي فالتحليل ذو طابع وضعي أكثر منه معياري.

على هذا الأساس، تتكون النسخة الأساسية لنموذج Solow-Swan في الزمن المتصل من المعادلات التالية:

(3. 1) (معادلة الادخار) $S = sY$

(3. 2) (معادلة الاستثمار) $I = \dot{K} + \delta K$

(3. 3) (شرط التوازن) $S = I$

(3. 4) (معدل نمو عنصر العمل) $\frac{\dot{L}}{L} = n$

(3. 5) (دالة الإنتاج) $Y = F(K, L)$

حيث (s) هو الميل الحدي للادخار $(1 \le s \le 0)$، (δ) هو معدل اهتلاك رأس المال و (n) هو معدل نمو عنصر العمل(و التي يُفترض كلها محددة خارج النموذج).

ولأن دالة الإنتاج النيوكلاسيكي تتميز بعوائد الحجم الثابتة (متجانسة من الدرجة الأولى)، فمن الممكن تحويلها بدلالة نصيب العامل:

$$y = f(k)$$

حيث $\left(y=Y/L\right)$ يُمثل نصيب العامل من الناتج (أو نسبة الناتج إلى العمل)، $\left(k=K/L\right)$ نصيب العامل من رأس المال (أو نسبة رأس المال إلى العمل). في الواقع، ينظر نموذج Solow-Swan للاقتصاد بدلالة نصيب العامل (نصيب الفرد): حيث تُظهر $y = f\left(k\right)$ نصيب العامل من الناتج كدالة تابعة لنصيب العامل من رأس المال.

تستوفي هذه الدالة شروط دالة الإنتاج النيوكلاسيكية: نفترض أن $F\left(K,0\right)=F\left(0,L\right)=0$ وبالتالي لا يُمكن إنتاج أي سلعة دون استخدام كميات موجبة من كلا مدخلي الإنتاج.

تستوفي هذه الدالة أيضا شروط Inada:

$$\lim_{k\to\infty} f'\left(k\right)=0 \qquad \lim_{k\to 0} f'\left(k\right)=\infty$$

ما يعني أن كل مدخل إنتاج يتميز بعوائد حجم متناقصة، أو عدم إمكانية الوصول إلى نمو موجب عند الحالة المستقرة:

$$f'\left(k\right)\succ 0, f''\left(k\right)\prec 0$$
$$f'\left(L\right)\succ 0, f''\left(L\right)\prec 0$$

ولأن نصيب العامل من رأس المال يحدد حجم نصيب العامل من الناتج $\left(y\right)$، فمن المنطقي أن يُحدد الاستهلاك أيضا بدلالة نصيب العامل من رأس المال (المتغير الرئيسي في هذا الاقتصاد).

1.1.ديناميكية الاقتصاد

نقوم الآن بتحليل السلوك الديناميكي للاقتصاد والتي تعمل دالة الإنتاج النيوكلاسيكية على وصفه. في ظل اقتصاد مغلق وبدون تدخل الحكومة، يتم تقسيم نصيب العامل من الناتج بين الاستثمار والاستهلاك بدلالة نصيب العامل كالآتي:

$$y = f\left(k\right) = \frac{C}{L} + \frac{I}{L} \tag{3. 6}$$

يُستخدم الاستثمار لاستبدال رأس المال المتقادم (المهتلك) وكإضافة صافية لمخزون رأس المال. من المعادلة (3.2) وشرط التوازن (المعادلة (3.3)) لدينا:

$$\dot{K} + \delta K = sY$$

يُمكن التعبير عن هذه المعادلة بدلالة نصيب العامل:

$$\frac{\dot{K}}{L} + \delta\frac{K}{L} = s\frac{Y}{L} \Rightarrow \dot{k} + \delta k = sf\left(k\right) \tag{3. 7}$$

بالإضافة إلى ذلك، تُعطى العلاقة المتغيرة بين رأس المال والعمل كالآتي:

$$\dot{k} = \left(\frac{\dot{K}}{L}\right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2}$$

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L}\frac{\dot{L}}{L}$$

باستبدال معدل نمو قوة العمل بقيمة (n):

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - n\frac{K}{L}$$

أو

$$\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk \tag{3.8}$$

بإدراج المعادلة (3.8) في المعادلة (3.7) نحصل على:

$$\dot{k} + nk + \delta k = sf(k)$$

بهذه الطريقة، يُمكن الحصول على **"المعادلة النيوكلاسيكية الأساسية"** للنمو:

$$\dot{k} = sf(k) - (n+\delta)k \tag{3.9}$$

وهي معادلة تفاضلية غير خطية تعتمد فقط على (k). تمثل هذه المعادلة قانون حركية الاقتصاد وتُظهر كيف يتزايد نصيب العامل من رأس المال في كل فترة يتجاوز فيها نصيب العامل من الادخار $(sf(k))$ رأس المال المتهالك $((n+\delta)k)$.

كذلك، يُمكن التعبير عن معدل نمو نصيب العامل من رأس المال:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

مع الأخذ بعين الاعتبار تعريف الاستثمار:

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - nk \quad \text{أو} \quad \dot{k} = \frac{I - \delta K}{L} - nk$$

$$\dot{k} = i - (n+\delta)k$$

حيث $(i = I/L)$ تُمثل نصيب العامل من الاستثمار وتُساوي:

$$i = \dot{k} + (n+\delta)k$$

من المعادلة (3.6) نحصل على:

$$f(k) = c + \dot{k} + (n+\delta)k$$

حيث $(c = C / L)$ يُعبر عن نصيب العامل من الاستهلاك. لاحظ أن هذه المعادلة تصف طريقة استخدام الدخل بدلالة نصيب العامل: تُوجه كل وحدة من ناتج العامل نحو الاستهلاك وكإضافة صافية لمخزون رأس المال التي قد تكون موجبة أو سالبة، ويعكس الباقي حاجة استبدال رأس المال المفقود بسبب الإهتلاك فضلا عن توفير رأس مال إضافي لكل عامل جديد مقارنة بالعامل الحالي (ينمو عدد العمال بنفس معدل نمو السكان (n) ويُشبه سلوكه سلوك الاهتلاك).

باستخدام معادلة نصيب العامل من الادخار، يُمكن التعبير عن المعادلة الديناميكية وفق الآتي:

$$sf(k) = f(k) - c = \dot{k} + (n + \delta)k$$

1.2. الحالة المستقرة أو التوازن على المدى الطويل

في اقتصاد ما، تُمثل الحالة المستقرة مُتجه قيم معدلات نمو المتغيرات الأساسية (رأس المال المادي، الناتج والاستهلاك) بدلالة وحدات العمل والتي إذا ما تم بلوغها تُبقى معدلات النمو ثابتة للأبد. إذن تُشير الحالة المستقرة إلى "وضعية توازن الاقتصاد على المدى الطويل" بالنظر لثبات معدلات نمو المتغيرات الأساسية في النموذج المُعرَفة سابقا.

بدلالة قانون حركية (ديناميكية) الاقتصاد (المعادلة (9. 3))، يُمكن الحصول على معدل نمو نصيب العامل من رأس المال:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s\frac{f(k)}{k} - (n+\delta)$$

في الحالة المستقرة، يجب أن يبقى $(\dot{k}/k)$ ثابتا (بالتعريف) ولابد أن يكون $(f(k)/k)$ ثابتا أيضا. باشتقاق هذا الأخير بدلالة الزمن نجد:

$$\frac{d(sf(k)/k)}{dt} = -\left\{\frac{kf'(k) - f(k)}{k}\right\}.\frac{\dot{k}}{k} = 0$$

ولأن $(kf'(k) - f(k))$ يُمثل الناتج الحدي لعنصر العمل[2] المُفترض أنه موجب، فإنه في الحالة المستقرة $(\dot{k}/k = 0)$ ما يعني أن $(\dot{k} = 0)$ وبالتالي سيبقى نصيب العامل من رأس المال ثابتا في الحالة المستقرة.

جبريا، عندما يصل (k) إلى الحالة المستقرة(ليكن k^*)فإن المعادلة (3 .9) تُصبح مُساوية للصفر، لدينا:

$$sf(k^*) = (n+\delta)k^*$$

يتحقق هذا الشرط إذا وفقط:

$$v^* = \frac{k^*}{f(k^*)} = \frac{s}{(n+\delta)}$$

---

[2] -نقوم باشتقاق دالة الإنتاج التالية $F(K,L) = Lf(k)$ بدلالة (L) لنحصل على الناتج الحدي لعنصر العمل:

$$f'(L) = f(k) + Lf'(k)\left(-\frac{K}{L^2}\right) = f(k) - kf'(k) \succ 0$$

تُصبح نسبة رأس المال إلى الناتج في الحالة المستقرة (v^*) مُرتفعة أو مُنخفضة بدلالة قيم المعلمات الهيكلية (s,n,δ) المُحددة في النموذج: وجود معدلات ادخار عالية تسمح بزيادة تراكم رأس المال مما يرفع مخزون رأس المال، في حين ستُقلل معدلات الاهتلاك المرتفعة حجم الموارد المستخدم في تراكم المزيد من صافي رأس المال، كما أن وجود عدد سكاني كبير يتطلب موارد أكثر يجب تخصيصها للمستهلكين الجدد بنفس حجم رأس المال المتاح لدى المستهلكين الحاليين. ويتزايد الناتج بنفس مستوى رأس المال المادي، وتعتمد مستويات الحالة المستقرة للناتج $f(k^*)$ و الاستهلاك (c^*) بدلالة وحدات العمل على قيم المعلمات الهيكلية (s,n,δ).

كما نعلم، تُصبح نسبة رأس المال إلى الناتج (v) ثابتة عند بلوغها الحالة المستقرة ويُصبح معدل نمو الناتج ورأس المال متساويان:

$$\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{s}{v}-\delta$$

لاحظ أن نصيب العامل من الادخار الذي يُساوي نصيب العامل من الاستثمار يُعادل الاستثمار الذي يرفع النسبة (K/L) زائدا الاستثمار الذي يُبقي النسبة (K/L) ثابتة بدلالة معدل نمو العمالة واهتلاك رأس المال (يُعرف النوع الثاني من الاستثمار بكمية الاستثمار الضرورية للحفاظ على ثبات نصيب العامل من رأس المال أو مُقابل الاستثمار). في حالة غياب أي تغير لـ (k) في الاقتصاد، يُصبح هذا الاقتصاد

في وضعية الحالة المستقرة وسينمو بمعدل مُساو معدل نمو العمالة (n) الذي يُبقي العلاقة (k^*) ثابتة.

يُمكننا إظهار نمو الناتج ورأس المال بنفس معدل نمو العمالة (n): من المعادلة (3 .9) لدينا $(\dot{k}=0)$ وعليه:

$$f\left(k^*\right)=\frac{\left(n+\delta\right)}{s}k^*$$

بأخذ اللوغاريتم واشتقاقه بدلالة الزمن:

$$\log f\left(k^*\right)=\log\left(n+\delta\right)+\log k^*-\log s$$

$$\frac{d\log f\left(k^*\right)}{dt}=\frac{d\log\left(n+\delta\right)}{dt}+\frac{d\log k^*}{dt}-\frac{d\log s}{dt}$$

و لأن (n) و (δ) و (s) ثابتة عبر الزمن، فإن لوغاريتم هذه المعلمات ثابت أيضا و اشتقاقه بدلالة الزمن لكل معلمة تُساوي الصفر. إذن في الحالة المستقرة، يُساوي معدل نمو نصيب العامل من الناتج ورأس المال الصفر لأن مخزون نصيب العامل من الناتج يبقى ثابتا $(\dot{k}=0)$:

$$\frac{d\log f\left(k^*\right)}{dt}=\frac{d\log k^*}{dt}=0\Rightarrow\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{k}}{k}=0$$

في الحالة المستقرة، يبقى مخزون نصيب العامل من رأس المال ثابتا وكذا نصيب العامل من الناتج. في هذه الحالة، يُمكن حساب معدل نمو مخزون رأس المال والناتج في الحالة المستقرة كالآتي:

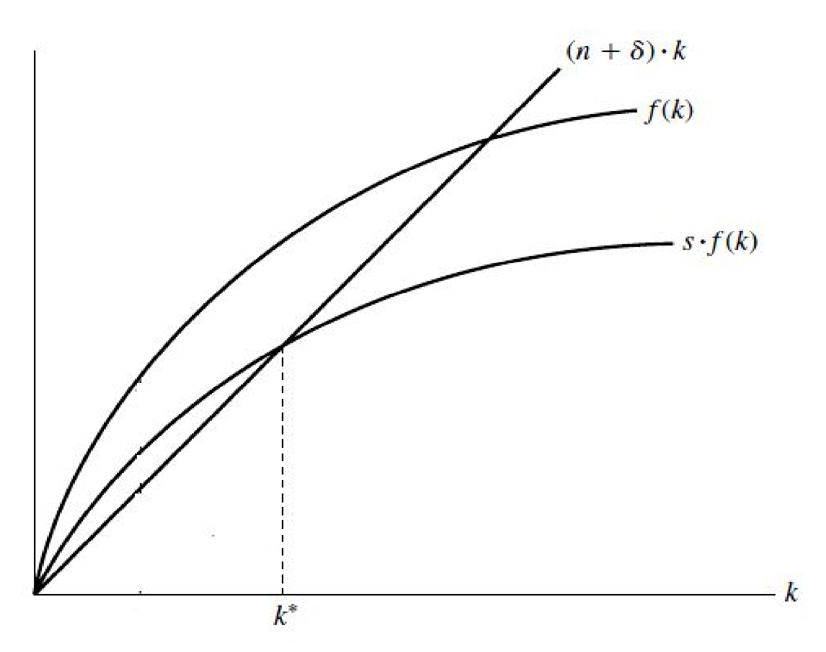
$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{Y}}{Y}-\frac{\dot{L}}{L}=0\Rightarrow\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{\dot{L}}{L}=n$$
$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{L}}{L}=0\Rightarrow\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{L}}{L}=n$$

في الحالة المستقرة (عندما يكون $(\dot{k})$ و $(\dot{y})$ مساويان للصفر) تُصبح نسبة رأس المال إلى الناتج (v^*) ثابتة. في هذه الحالة، إن وجد أن وصل اقتصاد ما لهذا المستوى لن يتغير مستوى مخزون رأس المال بسبب التوازن الحاصل بين الاستثمار والاهتلاك: عند قيمة $(k^* \succ 0)$ يُصبح $(\dot{k}=0)$ ويُصبح مخزون رأس المال (k^*) والناتج $f(k^*)$ مستقرا عبر الزمن طالما أن الاستثمار عند كل فترة ليس قادرا على تجاوز الاهتلاك الذي يحدث في الإنتاج، وعليه نُسمي (k^*) بمستوى "الحالة المستقرة لرأس المال Steady State Level of Capital". بدلالة المعادلة (9. 3) وقانون عوائد الحجم المتناقصة، يكون ميل منحنى $(sf(k))$ موجبا (لأن $f'(k) \succ 0$) ويُصبح أكثر تسطحا كلما ارتفع (k) (لأن $f''(k) \prec 0$)، أما بموجب قانون Inada يأخذ منحنى $sf(k)$ شكلا عموديا عندما $(k=0)$ ويُصبح أكثر تسطحا كلما اتجه (k) نحو ما لانهاية. تُشير هذه الخصائص أن منحنى $sf(k)$ وخط $(n+\delta)k$ يتقطعان مرة واحدة وفقط (عند النقطة (k^*)).

لمقارنة نموذج Solow-Swan بنموذج Harrod-Domar، يُمكن التعبير عن معدل نمو الناتج في الحالة المستقرة كالآتي:

$$g = s\frac{f\left(k^*\right)}{k^*} - \delta = \frac{s}{v^*} - \delta = n \qquad (3.\ 10)$$

في هذه الحالة، يُصبح الاقتصاد في حالته المستقرة عند مستوى التوظيف الكامل. تُعتبر الحالة المستقرة مهمة لسببين رئيسيين: أولا، سيبقى أي اقتصاد يصل إلى الحالة المستقرة فيها للأبد، ثانيا كل اقتصاد لا يُوجد عند الحالة المستقرة سيسعى للوصول إليها. بغض النظر عن مستوى رأس المال الذي انطلق منه الاقتصاد سينتهي به المطاف لمستوى رأس مال الحالة المستقرة. يُظهر الشكل (3 .1) عند قيمة مخزون رأس المال وحيدة (بدلالة نصيب العامل، k^*) يُساوي الاستثمار $sf\left(k\right)$ كمية الاهتلاك $\left(n+\delta\right)k$: تُعرف هذه الوضعية بالحالة المستقرة.



الشكل (1. 3). نصيب العامل من رأس المال والحالة المستقرة.

لرؤية لماذا دائما سينتهي الاقتصاد به المطاف في وضعية الحالة المستقرة، نفترض أن الاقتصاد يبدأ عند $\left(k \prec k^*\right)$ ما يُؤدي لارتفاع مخزون رأس المال لأن نصيب العامل من الادخار يتجاوز مقابل الاستثمار $\left(\frac{s}{v} \succ n+\delta\right)$: يعمل مخزون رأس المال المتزايد على استبدال حجم رأس المال المتهالك (δk) وحجم (nk) المطلوب توفيره لعدد العمال الجدد، ما يعني نمو (k) بمعدل موجب. عندما يحدث العكس $\left(k \succ k^*\right)$، يتناقص مخزون رأس المال لأن نصيب العامل من الادخار أقل من مقابل الاستثمار، بمعنى أن الاستثمار الجديد ليس كافيا ليحل محل رأس المال المتهالك وفي نفس الوقت

غير قادر على توفير رأس مال إضافي للعمالة المتزايدة (أي أن رأس المال يتقادم أسرع من الكميات التي يتم استبدالها به)، وينخفض نصيب العامل من رأس المال (الشكل (3.1)). في هذه الحالة، كلما ابتعد الاقتصاد عن الحالة المستقرة إما عن طريق زيادة أو نقصان نصيب العامل من رأس المال، تُوجد هناك دائما قوة تدفعه نحو مسار التوازن طويل الآجل للحالة المستقرة.

عندما يكون معدل نمو (k^*) مُساويا (n) سيكون مستقلا تماما عن النسبة التي يتم ادخارها من الدخل. في الواقع، يعمل نصيب العامل من الادخار على توفير رأس المال اللازم للعمالة المتزايدة ولاستبدال رأس المال المتهالك دون أن يُحدث أي تغيير في نصيب العامل من رأس المال، وتُمثل هذه الحالة "المسار الذهبي" التي ينمو عندها مخزون رأس المال والناتج بنفس معدل نمو القوى العاملة.

كما رأينا ولأن نسبة رأس المال إلى العمل ثابتة، لا ينمو نصيب العامل من الناتج على المدى الطويل:

$$y = \frac{Y}{L} \Rightarrow \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{L}}{L} = n - n = 0$$

1.3. الديناميكية الانتقالية

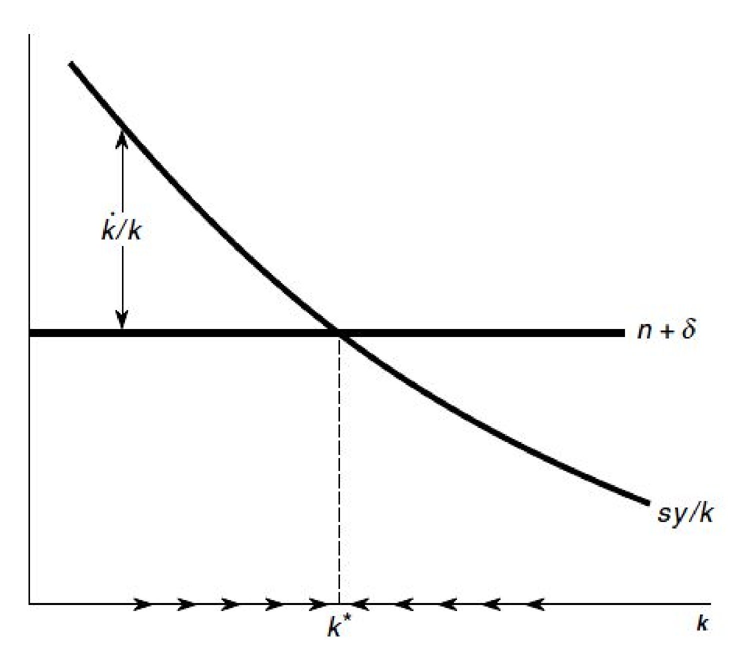
خارج الوضعية المستقرة أو توازن المدى الطويل، لا يكون معدل نمو الاقتصاد ثابتا لأنه يتبع سلوك المعادلة (9. 3) الذي يتغير مع تغير مستوى (k). نُطلق على هذه الحالة اسم "الديناميكية الانتقالية Transition Dynamics" التي تُعبر عن عملية انتقال الاقتصاد من حالته الابتدائية (k_0, y_0) نحو حالته المستقرة (k^*, y^*).

لاحظ من خلال معادلة نمو نصيب العامل من رأس المال، يُمثل العنصر الأول من المعادلة $(sf(k)/k = sy/k)$ دالة ذات ميل متناقص لوحدات (k) والتي تبدأ عند ما لانهاية عند $(k=0)$ وتقترب نحو الصفر عند $(k=\infty)$ وفق شروط Inada. أما العنصر الثاني من المعادلة $(n+\delta)$ فهو ثابت يُمثل هندسيا خطا موازيا لمحور الفواصل، وعليه تُمثل المسافة العمودية بين منحنى الادخار وخط الاهتلاك معدل نمو نصيب العامل من رأس المال (أنظر الشكل (2. 3)). لاحظ وجود قيمة وحيدة لمخزون رأس المال عندها $sf(k)/k=(n+\delta)$ و $(\dot{k}/k=0)$ (عند النقطة التي يُصبح فيها معدل نمو نصيب العامل من رأس المال مساويا الصفر تُوجد حالة مستقرة وحيدة للاقتصاد (k^*)).[3] ولأن معدل نمو $(\dot{k}/k)$ يكون موجبا عند أي قيمة مخزون رأس مال تحت مستوى الحالة المستقرة وسالبا عند أي قيمة مخزون رأس المال فوق

[3] - طالما أن $(n+\delta) \succ 0$ ومنحنى $sf(k)/k$ ينحدر من لانهاية نحو الصفر، سيتقاطع منحنى الادخار وخط الاهتلاك مرة واحدة وفقط. وبالتالي، تُوجد حالة مستقرة "وحيدة" لنصيب العامل من رأس المال $(k^* \succ 0)$.

الحالة المستقرة، يُشير النموذج ضمنيا لوجود تقارب "رتيب" نحو الحالة المستقرة وبالتالي تُعبر الحالة المستقرة عن "التوازن الكلي للاقتصاد". بالإضافة إلى ذلك، ولأن الفجوة بين منحنى $sf(k)/k$ وخط $(n+\delta)$ تُعبر عن معدل النمو $(\dot{k}/k)$ نلاحظ تقلص حجمها مع اقتراب الاقتصاد نحو الحالة المستقرة في كلا الجانبين (الشكل (2. 3)). بعبارة أخرى، ينص هذا المبدأ أنه "كلما كان الاقتصاد بعيدا عن الحالة المستقرة نما الاقتصاد أسرع لسد هذه الفجوة، وبالمثل كلما اقترب الاقتصاد أعلى نحو الحالة المستقرة انخفض النمو".

إن السبب الرئيسي وراء انخفاض معدلات النمو على طول مسار الديناميكية الانتقالية يرجع أساسا لقانون "تناقص عوائد الحجم": عند حجم (k) صغير نسبيا يكون متوسط إنتاجية رأس المال $f(k)/k$ كبيرا نسبيا، وطالما أن المستهلكين يدخرون جزءا ثابتا من الناتج فإن نصيب وحدة رأس المال من الاستثمار $sf(k)/k$ الذي يتناسب طرديا مع متوسط إنتاجية رأس المال يكون كبيرا أيضا. وبوجود معدل اهتلاك ثابت سيكون معدل النمو $(\dot{k}/k)$ عاليا نسبيا ويحدث العكس عند مستويات (k) العالية.



الشكل (2. 3). الديناميكية الانتقالية.

من الناحية التحليلية، تُعطى تغيرات $\left(\dot{k}/k\right)$ بدلالة تغير مخزون رأس المال:

$$\frac{d\left(\dot{k}/k\right)}{dk}=s.\frac{kf'(k)-f(k)}{k^2}\prec 0$$

والتي تحمل إشارة سالبة لأن البسط يُساوي ناقص الإنتاجية الحدية للعمل.

ومع بقاء العوامل الأخرى على حالها، تعني هذه المعادلة أن وجود قيم صغيرة لـ(k) ترتبط بقيم كبيرة لـ $\left(\dot{k}/k\right)$.

تُعرف مرونة الإنتاج بالنسبة لمخزون رأس المال أنها:

$$e_{Y,K}=\alpha_k(k)=\frac{kf'(k)}{f(k)}\in(0,1)$$

في ظل عوائد الحجم الثابتة، يُمثل $\alpha_k(k)$ حصة رأس المال من توزيع الدخل، وفي دالة Cobb-Douglas تُعطى $\alpha_k(k)=\alpha$ بقيمة ثابتة. انطلاقا من فكرة التوازن التنافسي، يتم استئجار رأس المال من قبل الشركات بسعر يُساوي الناتج الحدي لرأس المال وتُعبر $\alpha_k(k)$ عن نسبة الإنتاج المخصصة لتسديد أموال أصحاب رأس المال.

وبسبب طابع الاستقرار المميز لنموذج Solow-Swan، يتوقع النموذج أن أي اقتصاد إما أنه يتواجد في وضعية حالته المستقرة أو أنه يقترب منها. نفترض أن اقتصاد ما يعمل خارج الحالة المستقرة أي أنه يتواجد في المرحلة الانتقالية نحو حالته المستقرة، على طول مسار المرحلة الانتقالية سيتبع الناتج سلوك المعادلة التالية:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{f'(k)}{f(k)}\dot{k}=k\frac{f'(k)}{f(k)}\frac{\dot{k}}{k}=\alpha_k(k)\frac{\dot{k}}{k} \qquad (3.\ 11)$$

تُظهر هذه المعادلة أن العلاقة بين $(\dot{y}/y)$ و $(\dot{k}/k)$ تتحدد وفق سلوك حصة رأس المال.

وكمثال على ذلك، إذا وُجدت تكنولوجيا كلية من نوع Cobb-Douglas، فإن حصة رأس المال هي $\alpha_k(k)=\alpha$، إذن:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\alpha\frac{\dot{k}}{k}$$

وعليه تتبع معدلات نمو الدخل ورأس المال سلوكا متشابها أي أنها تتناقص في الحجم كلما اقترب الاقتصاد نحو حالته المستقرة.

بشكل عام، يُمكن تعويض $\left(\dot{k}/k\right)$ بما يُساويها وفق المعادلة (3 .9) في المعادلة (3.11) لنحصل على:

$$\frac{\dot{y}}{y} = sf'\left(k\right) - \left(n+\delta\right)\alpha_k\left(k\right)$$

وعليه:

$$\frac{\partial \dot{y}/y}{\partial k} = \frac{f''\left(k\right)k}{f\left(k\right)}\frac{\dot{k}}{k} - \frac{\left(n+\delta\right)f'\left(k\right)}{f\left(k\right)}\left(1-\alpha_k\left(k\right)\right)$$

طالما أن $1 \le \alpha_k\left(k\right) \le 0$ يُصبح $\frac{\partial \dot{y}/y}{\partial k} \prec 0$ عندما يكون $\dot{k}/k \ge 0$، وبالتالي تنخفض قيمة $\left(\dot{y}/y\right)$ مع ارتفاع قيمة $\left(k\right)$ (وقيمة $\left(y\right)$ أيضا) في المنطقة التي يكون فيها $\left(k \prec k^*\right)$. إذا كان العكس $\dot{k}/k \prec 0$ $\left(k \succ k^*\right)$ تُصبح إشارة $\frac{\partial \dot{y}/y}{\partial k}$ غامضة في ظل الصيغة العامة لدالة الإنتاج $f\left(k\right)$. مع ذلك، كلما اقترب الاقتصاد نحو الحالة المستقرة كان حجم $\left(\dot{k}/k\right)$ أصغر ويتحقق $\frac{\partial \dot{y}/y}{\partial k} \prec 0$ حتى في حالة $\left(k \succ k^*\right)$. هذا يعني أنه إذا انطلق اقتصاد ما من مستوى مخزون رأس مال أقل من $\left(k^*\right)$ سيتزايد $\left(k\right)$ و $\left(y\right)$ لكن في المقابل يتباطأ معدل نمو نصيب العامل من الناتج $\left(\dot{y}/y\right)$ و رأس المال $\left(\dot{k}/k\right)$ ليصل إلى الصفر مع بلوغه الحالة المستقرة.

الآن العكس، إذا انطلق الاقتصاد بمخزون رأس مال أولي أعلى من $\left(k^*\right)$ فإن $\left(k\right)$ و $\left(y\right)$ سينخفضان لكننا لا نعلم السلوك الذي يتبعه $\left(\dot{y}/y\right)$ على العموم. مع ذلك عندما يُصبح الاقتصاد قريبا جدا من الحالة المستقرة سيتزايد $\left(\dot{y}/y\right)$ تدريجيا لأن

مخزون رأس المال يستمر في الانخفاض نحو $\left(k^{*}\right)$. قد يكون مفاجئا رؤية تزايد معدل النمو $\left(\dot{y}/y\right)$رغم انخفاض رأس المال نحو $\left(k^{*}\right)$لكنه لا يزال معدل نمو سلبي. إذن، مع انخفاض مخزون رأس المال نحو الحالة المستقرة ينخفض نصيب العامل من الناتج نحو حالته المستقرة الجديدة بمعدل متناقص. في حالة مخزون$\left(k\right)$عال نسبيا، يكون الاهتلاك مرتفعا لدرجة عدم قدرة الادخار والاستثمار على استبدال حجم رأس المال المهتلك ولذا ينخفض مخزون رأس المال والناتج. ومع انخفاض مخزون رأس المال من مستواه الأولي المرتفع يجب تخصيص موارد أقل لتعويض الإهتلاك مما يُسبب انخفاض نصيب العامل من الدخل بكميات أقل إلى أن يستقر عند حالته المستقرة الجديدة.

في نموذج Solow-Swan أين يُفترض ثبات معدل الادخار، يُصبح معدل نمو نصيب العامل من الاستهلاك مساويا معدل نمو نصيب الناتج عند أي نقطة زمنية $\left(\dot{c}/c=\dot{y}/y\right)$وبالتالي يتبع الاستهلاك نفس السلوك الديناميكي للناتج.

1.4. تغير المعلمات الهيكلية

يُخصص هذا القسم لتحليل استجابة النموذج للتغيرات الحاصلة في قيم المعلمات الهيكلية المختلفة. بعبارة أخرى، ماذا سيحدث لرأس المال والناتج بدلالة نصيب العامل في اقتصاد ما يبدأ من وضعية الحالة المستقرة عندما يُواجه "صدمة": أي زيادة معدل الادخار/ الاستثمار، زيادة معدل النمو السكاني أو معدل الاهتلاك.[4]

1.4.1. تغير معدل الادخار

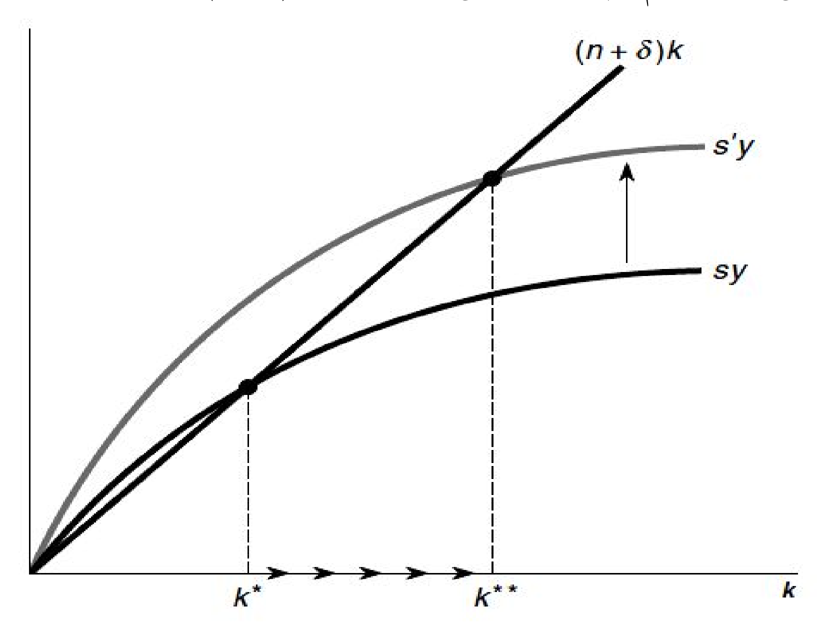
نُريد في هذا الجزء معرفة ماذا سيحدث للاقتصاد (k و y) عندما يرتفع معدل الادخار: ليكن لدينا اقتصاد ما وصل إلى حالته المستقرة عند قيمة نصيب العامل من رأس المال $\left(k^*\right)$والناتج$\left(y^*\right)$. نفترض الآن ارتفاع معدل الادخار بشكل مستمر من (s)إلى قيمة أعلى (s')(ربما لأن الأسر تُغير سلوكها أو لأن الحكومة تقوم بتبني سياسة ترفع معدل الادخار).[5]

---

[4] - لاحظ أن قيمة نسبة رأس المال إلى الناتج في الحالة المستقرة ترتفع وفق معدلات الادخار وتنخفض بدلالة معدل النمو السكاني ومعدل الاهتلاك. لذلك، سنقتصر في هذا الجزء على إظهار تأثير تغير معدل الادخار ومعدل النمو السكاني فقط لأن تغير معدل الاهتلاك يُمارس سلوكا مشابها لسلوك تغير معدل النمو السكاني.

[5] - إن المعلمة المرجح أن تُؤثر عليها السياسة بسهولة (نسبيا) بدلالة نموذج Solow-Swan هي معدل الادخار: فمن المرجح أن يُؤثر تقسيم مشتريات الحكومة بين السلع الاستهلاكية والاستثمارية، تقسيم ايراداتها بين الضرائب والاقتراض ومعاملاتها الضريبية اتجاه الادخار والاستثمار–على جزء الدخل الموجه نحو الادخار/ الاستثمار.

يُظهر الشكل (3.3) أن زيادة الادخار تُؤدي لتحويل منحنى (sy) نحو منحنى أعلى $(s'y)$، وبالتالي عند المستوى الحالي لرأس المال (k^*) مع ارتفاع معدل الادخار (عند s') يتجاوز نصيب العامل من الاستثمار الكمية المطلوبة لإبقاء نصيب العامل من رأس المال ثابتا (لم تُغير مخزون رأس المال المُهتلك $(n+\delta)k$).



الشكل (3.3). زيادة معدل الادخار.

يبدأ الاقتصاد بتراكم رأس المال مرة أخرى أو توليد زيادة في (k) أي $(\dot{k}/k \succ 0)$، لكن مع زيادة (k) يتباطأ معدل نموه ليقترب نحو الصفر عندما يتحقق الشرط $s'y=(n+\delta)k$ و يبلغ نصيب العامل من رأس المال قيمة أعلى في الحالة المستقرة الجديدة (k^{**}) (عند هذه النقطة يبقى (k) ثابتا). ووفق دالة الإنتاج، نعلم

ارتباط المستوى المرتفع لنصيب العامل من رأس المال ايجابا بالمستوى المرتفع لنصيب العامل من الناتج وعليه يُصبح الاقتصاد أكثر ثراءا مما كان عليه من قبل.

يُظهر نموذج Solow-Swan معدل الادخار كمُحدد رئيسي لمخزون رأس المال والناتج في الحالة المستقرة: إذا كان معدل الادخار عاليا يُصبح لدى الاقتصاد مخزون كبير من رأس المال ومستوى عال من الناتج في الحالة المستقرة، أما إذا كان معدل الادخار منخفضا يملك الاقتصاد مخزونا صغيرا من رأس المال ومستوى منخفض من الناتج في الحالة المستقرة.[6]

لكن ما هي العلاقة الموجودة بين الادخار والنمو الاقتصادي على المدى الطويل؟ يبدو أن ارتفاع الادخار سيُؤدي لتسريع النمو في نموذج Solow-Swan لكن بشكل مؤقت فقط: زيادة الادخار تدفع زيادة النمو فقط حتى يبلغ الاقتصاد حالة مستقرة جديدة، وإذا حافظ اقتصاد ما على معدلات ادخار عالية سيُحافظ على

---

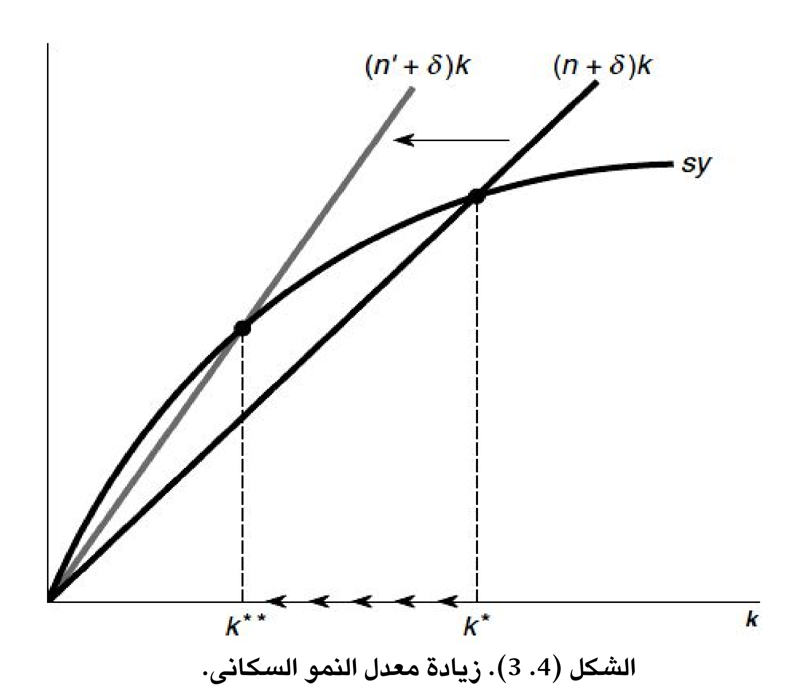
[6] - يُمكن لبلد ما ذات معدل ادخار مرتفع أن يُعمق بسهولة قاعدته الرأسمالية ويُوسع بسرعة مقدار نصيب العامل من رأس المال ويُوفر أساسا لتحقيق نمو مرتفع للناتج. في سنغافورة على سبيل المثال، بلغ متوسط معدل الادخار أكثر من 40 بالمئة منذ أوائل الثمانينات لذا لم يكن صعبا توفير رأس المال للعمالة المتنامية وتجديد رأس المال المُتهالك، بل كان هناك رأس مال إضافي يُوجه نحو التعميق الرأسمالي. على نقيض ذلك، بلغ متوسط معدل الادخار في كينيا نحو 15 بالمئة ما يعني مقدار أقل من رأس المال من أجل زيادة التعميق الرأسمالي بعد توفير الآلات للعمال الجدد وتعويض الاهتلاك، ونتيجة لذلك لا ينمو رأس المال ولا الناتج لكل عامل بالسرعة المطلوبة. جُزئيا بسبب هذا الفارق الكبير في معدلات الادخار، حققت سنغافورة نموا بمتوسط معدل 4.9 بالمئة سنويا بين عامي 1960 و2010 مقابل حوالي 0.34 بالمئة في كينيا خلال نفس الفترة.

مخزون رأس مال عال ومستوى مرتفع من الناتج، لكنه في المقابل لن يكون قادرا للمحافظة على معدلات نمو موجبة بعد ذلك.[7] وبالتالي، تُمارس السياسات التي تهتم بمعدلات نمو نصيب الفرد من الدخل في الحالة المستقرة "تأثيرات النمو Growth effects"، على العكس تُمارس معدلات الادخار "تأثيرات المستوى Level effects" لأنها تُؤثر على مستوى نصيب الفرد من الدخل وليس على معدل نموه في الحالة المستقرة. بعبارة أخرى، يعمل تغير معدل الادخار على تغيير مسار توازن الاقتصاد طويل الآجل (مستوى نصيب العامل من الناتج) عند أي نقطة زمنية لكنه لا يُؤثر على معدل نمو الناتج لكل عامل في الحالة المستقرة.

4.1.2. تغير معدل النمو السكاني

نفترض الآن اقتصادا ما بلغ حالته المستقرة، لكن بسبب زيادة معدل الخصوبة أو معدل الهجرة على سبيل المثال ارتفع معدل النمو السكاني من (n) إلى (n'): ما الذي سيحدث لـ(k) و (y) في هذا الاقتصاد؟

[7] -لاحظ أن مقدار زيادة نصيب الفرد من الدخل بسبب زيادة معدلات الادخار وفق نموذج Solow-Swan أقل من مقدار الزيادة المماثلة وفق نموذج Harrod-Domar وهذا راجع لاعتماد النموذج النيوكلاسيكي على فرضية عوائد الحجم المتناقصة للإنتاج.



الشكل (4. 3). زيادة معدل النمو السكاني.

يُظهر الشكل (4. 3) الإجابة بيانيا: يتحرك خط $(n+\delta)k$ إلى اليسار نحو وضعيته الجديدة $(n'+\delta)k$ و عند القيمة الحالية لرأس المال في الحالة المستقرة (k^{*}) لم يعد نصيب العامل من الادخار الآن مرتفعا بما يكفي للحفاظ على الثبات و مواجهة ارتفاع عدد السكان، و بالتالي يبدأ نصيب العامل من رأس المال (k) في الهبوط (أي $(\dot{k}/k \prec 0)$) و يُواصل ذلك إلى أن يصل عند النقطة (k^{**}) (مستوى الحالة المستقرة الجديدة) التي تُحقق الشرط $sy=(n'+\delta)k$ في الشكل. عند هذه النقطة، يملك الاقتصاد كمية أقل من $(k=k^{**})$ مقارنة بالوضعية السابقة $(k=k^{*})$ ويُصبح أكثر

فقرا: وبطبيعة الحال يُصبح الناتج أقل بعد زيادة معدل النمو السكاني في هذا المثال، لكن لماذا؟

لاحظ وفق دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas، يُعطى نصيب العامل من رأس المال والناتج في الحالة المستقرة وفق المعادلات التالية:

$$k^* = \left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{1/1+\alpha}$$

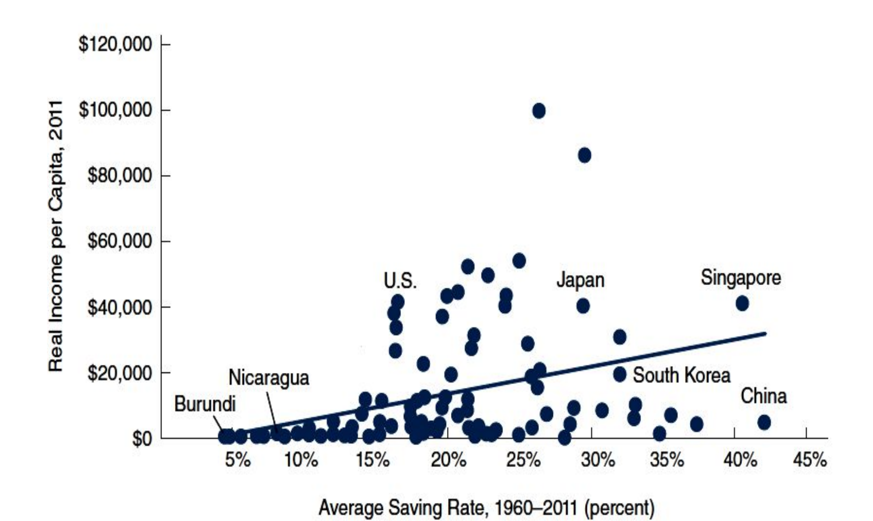
$$y^* = \left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\alpha/1-\alpha}$$

تستطيع هتان المعادلتان في نموذج Solow-Swan الإجابة على سؤال "لماذا هناك بلدان غنية وأخرى فقيرة؟": تميل بلدان تتمتع بمعدلات ادخار / استثمار عالية أن تُصبح "غنية"(مع بقاء العوامل الأخرى على حالها) لأنها تستطيع مراكمة مزيد من نصيب العامل من رأس المال وترفع نصيب العامل من الناتج على عكس بلدان تشهد نموا سكانيا مرتفعا والتي تميل أن تُصبح "فقيرة" لأنه وفق نموذج Solow-Swan ستُوجه معدلات الادخار العالية فقط لإبقاء مستوى (k) ثابتا لمواجهة نمو السكان المتزايد. وفي ظل هذه المتطلبات المفروضة على توسع رأس المال، يُصبح من الصعب تراكم رأس المال وبالتالي تميل هذه البلدان لتجميع كميات أقل من (k).

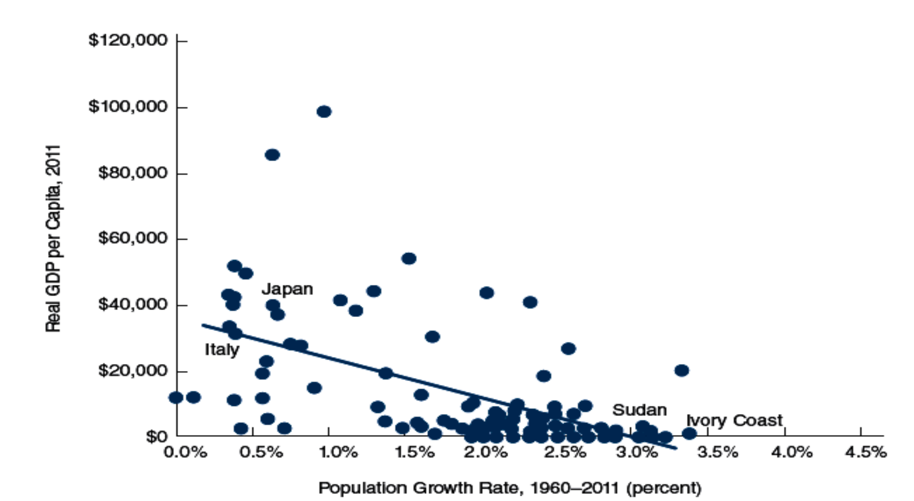
إلى أي مدى تتوافق توقعات نموذج Solow-Swan مع الأدلة التجريبية؟ يُظهر الشكلان (3 .5) و (3 .6) نصيب العامل من الناتج مقابل الاستثمار الكلي كنسبة من

GDP ومعدلات النمو السكاني، على الترتيب. بشكل عام، يتم تأكيد توقعات نموذج Solow-Swan من خلال الأدلة التجريبية: تميل بلدان تتمتع بمعدلات استثمار عالية أن تكون أكثر ثراءا في المتوسط من بلدان ذات معدلات استثمار منخفضة، في حين تميل بلدان ذات معدل نمو سكاني مرتفع أن تُصبح فقيرة في المتوسط. عند هذا المستوى تبدو التوقعات العامة لهذا النموذج مدعومة بقوة بالبيانات الواقعية.[8]

[8] - يُبرز Hsieh and Klenow (2007) ملاحظة هامة للغاية تتعلق بالعلاقة الموجودة بين معدلات الاستثمار ونصيب العامل من GDP: لا ينبغي الاعتقاد أن وجود معدلات استثمار منخفضة تعكس وجود رغبة أقل في الادخار أو وجود سياسات ضريبة مفروضة على الاستثمار، بدلا من ذلك قد تُمثل معدلات الاستثمار المنخفضة الملاحظة في البلدان الفقيرة إنتاجية منخفضة في تحويل مدخراتها لسلع استثمارية فعلية.



الشكل (3 .5). نصيب الفرد من الدخل الحقيقي مقابل معدل الادخار وفق البيانات الدولية.



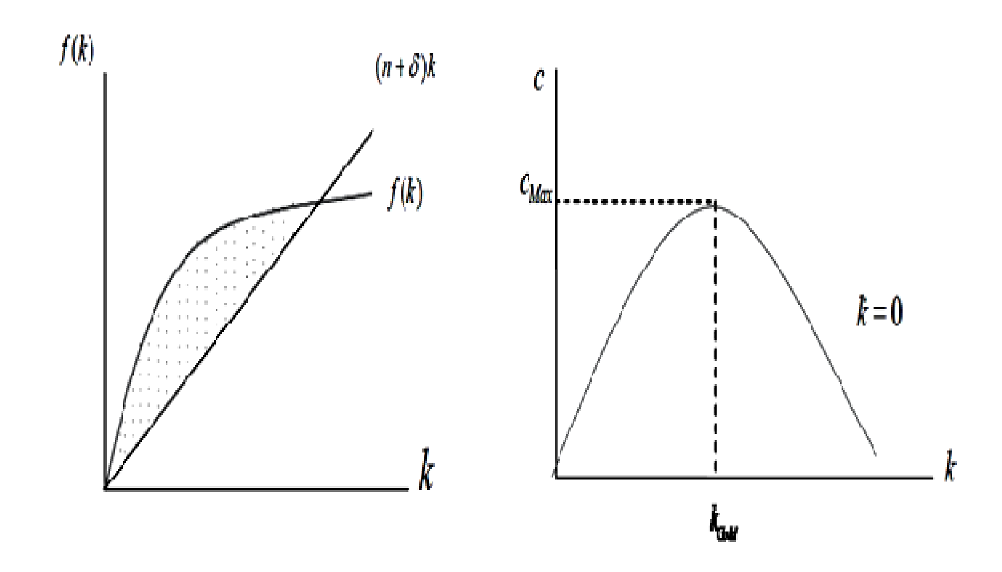
الشكل (3 .6). نصيب الفرد من الدخل الحقيقي مقابل النمو السكاني وفق البيانات الدولية.

1.5. القاعدة الذهبية لتراكم رأس المال

في الحالة المستقرة، يُصبح مخزون نصيب العامل من رأس المال والناتج ثابتان، مع ذلك يُمكن للحالة المستقرة في اقتصاد ما أن تتصف بمزيج مختلف لنصيب العامل من رأس المال والناتج. أو بمعنى آخر، بدلالة قيم المعلمات الهيكلية (α,δ,n) تعتمد مستويات الحالة المستقرة لرأس المال، الناتج والاستهلاك على قيم مختارة لمعدل الادخار (s).[9] في المقابل، يُعتبر الاستهلاك إحدى المؤشرات الأكثر استخداما للتعبير عن رفاهية الأفراد: كما نعلم وبدلالة الحسابات الوطنية في ظل اقتصاد مغلق، يُعطى الاستهلاك على أنه الفرق بين الناتج والادخار (المُساوي للاستثمار). في الجانب الأيسر من الشكل (7. 3)، يتم إظهار الاستهلاك (المنطقة الداكنة في الشكل) أنه الفرق بين دالة الإنتاج بدلالة نصيب العامل والاستثمار المُوجه لاستبدال رأس المال المُهتلك ولإضافة رأس مال إلى العمال الجدد.

---

[9] - رأينا في نموذج Solow-Swan كيف يُحدد معدل الاستثمار / الادخار في اقتصاد ما مستويات الحالة المستقرة لرأس المال والدخل. سيقودنا هذا التحليل لنتيجة مفادها أن الادخار العالي هو دائما أمر جيد بسبب رفعه الدائم لمستوى الدخل. نفترض أن بلدا ما لديه معدل ادخار 100 ٪من الناتج: يعني هذا الوصول لأكبر إمكانية لمخزون رأس المال وأكبر إمكانية للدخل، لكن إذا تم توجيه كل الدخل لن يبقى شيء للاستهلاك، فما نفع ذلك؟ في هذا الجزء سنناقش الكمية الأمثلية لتراكم رأس المال حسب نموذج Solow-Swan.



الشكل (7. 3). القاعدة الذهبية لرأس المال.

تأخذ دالة الإنتاج النيوكلاسيكية شكلا محدبا في (k) وبالتالي تستوفي شروط Inada، ومع زيادة (k) تبلغ الإنتاجية الحدية قيمة عظمى لكنها بعد ذلك تنخفض. على يمين الشكل، يتم اظهار نصيب العامل من الاستهلاك كدالة تابعة لنصيب العامل من رأس المال: عند مستويات منخفضة لـ (k)، يتزايد الاستهلاك مع زيادة نصيب العامل من رأس المال حتى يبلغ قيمة عظمى $(c_{\max})$، لكن بعد هذه النقطة حتى إذا واصل نصيب العامل من رأس المال الزيادة سينخفض حجم الاستهلاك.

ولتعظيم دالة الاستهلاك بدلالة نصيب العامل من رأس المال في الحالة المستقرة، يجب إيجاد قيمة (k^*) عند مستوى القاعدة الذهبية.[10]

طالما أن نصيب العامل من الدخل لا ينمو في الحالة المستقرة (بدون تقدم تكنولوجي)، من المهم معرفة تحت أي ظرف يتم بلوغ مستوى الرفاهية أو المستوى الذي يُعظم عنده نصيب العامل من الاستهلاك.

هناك قيمة (k) وحيدة تُسمى "مستوى القاعدة الذهبية" لرأس المال تُعرف أنها قيمة نصيب العامل من الناتج التي تُعظم نصيب العامل من الاستهلاك في الحالة المستقرة. تاريخيا، تعود تسمية "القاعدة الذهبية للتراكم Golden rule of accumulation" لورقة Edmund Phelps (1961) "القاعدة الذهبية للتراكم: خرافة النمو "The Golden Rule of Accumulation: A Fable Growthmen (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2006). قدم Phelps طريقة بسيطة لاكتشاف

[10] - نفترض أن واضعي السياسات يُمكنهم التحكم في معدل الادخار عند أي مستوى، فبتحديد معدل الادخار يُمكن لصناع القرار تحديد مستوى الحالة المستقرة، لكن ما هي الحالة المستقرة التي ينبغي على صناع القرار اختيارها؟ الأكيد أن هدف صانع القرار هو تعظيم رفاهية الأفراد الذين يُشكلون المجتمع، لكن الأفراد أنفسهم لا يهتمون بكمية رأس المال في الاقتصاد أو حتى بكمية الإنتاج، ما يهمهم فقط هو كمية السلع والخدمات التي يستهلكونها. وبالتالي، فإن صناع القرار الجيدون يسعون لاختيار الحالة المستقرة عند أعلى مستوى استهلاك.

معدل الادخار الأمثلي تتمثل في قياس تعظيم الاستهلاك الكلي بين الأزمنة. في هذا الصدد، يقول Phelps (635 :1961):

" أعني بالقاعدة الذهبية ذلك التوازن الديناميكي الذي ينمو فيه الناتج ورأس المال بمعدل أسي بنفس المعدل الذي يُبقي نسبة رأس المال إلى الناتج ثابتة عبر الزمن".

نحصل على نصيب العامل من الاستهلاك: نطلق من المعادلة النيوكلاسيكية الرئيسية: عندما يبلغ الاقتصاد حالته المستقرة

$$c^* = f\left(k^*\right) - sf\left(k^*\right)$$

في الحالة المستقرة لدينا:

$$\dot{k} = 0 \Rightarrow c^* = f\left(k^*\right) - \left(n + \delta\right) k^*$$

لاحظ أن $\left(k^*\right)$ هو مستوى نصيب العامل من رأس المال في الحالة المستقرة.

من أجل تعظيم نصيب العامل من الاستهلاك، نقوم باشتقاق الدالة بدلالة $\left(k^*\right)$ وجعلها مُساوية الصفر:

$$\frac{dc^*}{dk^*} = f'\left(k^*_{Gold}\right) - \left(n + \delta\right) = 0 \Rightarrow f'\left(k^*_{Gold}\right) - \delta = n$$

لاحظ أن الناتج الحدي لرأس المال ناقصا الإهتلاك يُساوي معدل الفائدة الحقيقي (r). ولكي يبلغ نصيب العامل من الاستهلاك قيمته العظمى لابد أن يُساوي معدل الفائدة الحقيقي معدل النمو الطبيعي (n):

$$f'\left(k^*_{Gold}\right) - \delta = n$$

$$r = n$$

إذن، يُصبح رأس المال في الحالة المستقرة الذي يتساوى عنده صافي الناتج الحدي لرأس المال بمعدل نمو عنصر العمل "المستوى الأمثلي الذي يُعظم عنده نصيب العامل من الاستهلاك". من الناحية الاقتصادية، يُمكننا تفسير نتيجة القاعدة الذهبية كالآتي: "إذا قدمنا نفس كمية الاستهلاك لأعضاء الجيل الحالي والمستقبلي، فإن الحد الأقصى لمقدار نصيب الفرد من الاستهلاك هو c^*_{Gold}". هندسيا، يُظهر الشكل (8. 3) مستوى وحيد لمخزون رأس المال (مستوى القاعدة الذهبية $\left(k^*_{Gold}\right)$) يُعظم الاستهلاك ممثلا بالنقطة التي يُوازي فيها ميل $f\left(k^*\right)$ الخط $\left(n+\delta\right)k^*$.

بناءا على مخزون رأس المال عند القاعدة الذهبية $\left(k^*_{Gold}\right)$، يُوجد هناك معدل ادخار يُعظم عنده نصيب العامل من الاستهلاك (لأن معدل الادخار يُؤثر على مخزون رأس المال فمن المنطقي أنه يُؤثر على الاستهلاك أيضا). لإيجاد هذا المعدل، نجعل $\left(\dot{k}\right)$ في المعادلة النيوكلاسيكية الأساسية للنمو بدون تقدم تكنولوجي مُساويا الصفر في الحالة المستقرة:

$$\dot{k} = sf\left(k^*_{Gold}\right) - \left(n+\delta\right)k^*_{Gold} = 0 \Rightarrow sf\left(k^*_{Gold}\right) = \left(n+\delta\right)k^*_{Gold}$$

$$s_{Gold} = \frac{\left(n+\delta\right)k^*_{Gold}}{f\left(k^*_{Gold}\right)}$$

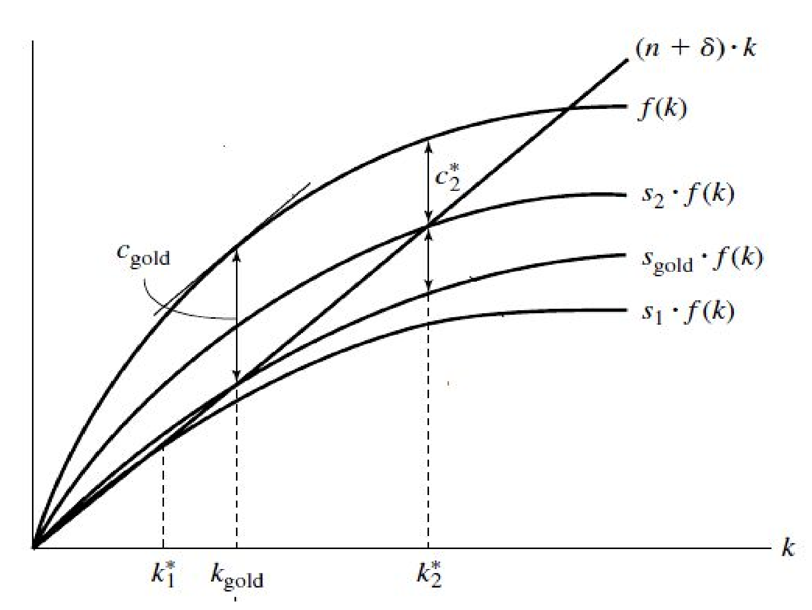
معدل الادخار عند القاعدة الذهبية $\left(s_{Gold}\right)$ هو ذلك المعدل الذي يجعل الدالة $s_{Gold}f\left(k^*\right)$ تتقاطع مع الخط $\left(n+\delta\right)k^*$ عند النقطة $\left(k^*_{Gold}\right)$ (أنظر الشكل (8. 3)). من

خلال الشكل، على يمين $\left(k_{Gold}^{*}\right)$ يقع الاقتصاد في منطقة اللاكفاءة الديناميكية التي تتحقق فيها العلاقة التالية:

$$f'\left(k^{*}\right)-\delta \prec f'\left(k_{Gold}^{*}\right)-\delta$$
$$r_{k^{*}} \prec n$$

في منطقة اللاكفاءة الديناميكية، يكون $\left(s_{Gold} \prec s\right)$ ويُصبح معدل الفائدة الحقيقي أصغر من معدل نمو الناتج الكلي. وسُميت بمنطقة اللاكفاءة الديناميكية لأن معدل الادخار يكون غير كفء عند هذا المستوى الذي تُرفع فيه وحدات الاستهلاك عاليا عند كل نقطة زمنية على حساب خفض معدل الادخار، ويقع مسار نصيب الفرد من الاستهلاك تحت المسار المناسب عند كل نقطة زمنية.

للتفصيل، لدينا اقتصاد ما بمعدل ادخار $\left(s_{2}\right)$ كما يظهره الشكل (8. 3): لاحظ أن $\left(s_{Gold} \prec s_{2}\right)$ و بالتالي $\left(k_{Gold}^{*} \prec k_{2}^{*}\right)$ و $\left(c_{Gold}^{*} \prec c_{2}^{*}\right)$ ما يعني أن مستوى الاستهلاك أقل من مستوى القاعدة الذهبية بسبب أن مقدار زيادة الناتج $sf\left(k_{2}\right)$ أقل من مقدار زيادة الإهتلاك $\left(n+\delta\right)k$.



الشكل (8. 3). نصيب العامل من رأس المال ومعدل الادخار عند القاعدة الذهبية.

إذا كان $(s_{Gold} \succ s_1)$ (معدل الادخار (s_1) في الشكل (8. 3)) سترتفع حصة الفرد من الاستهلاك في الحالة المستقرة مع زيادة معدل الادخار، لكن خلال فترة ما في الديناميكية الانتقالية تُؤدي زيادة معدل الادخار لخفض حجم الاستهلاك، وبالتالي يُنظر لهذه النتيجة أنها جيدة أو سيئة تبعا لأحجام الاستهلاك الحالية للأسر مقارنة بمسار الاستهلاك المستقبلي.

1.5.1. القاعدة الذهبية باستخدام دالة Cobb-Douglas

بدءا بدالة إنتاج $\left(Y = K^{\alpha} L^{1-\alpha}\right)$ من نوع Cobb-Douglas، يُمكن تحويلها بدلالة نصيب العامل كالآتي:

$$y = k^{\alpha}$$

و

$$f'(k) = \frac{\alpha}{k^{1-\alpha}}$$

باستخدام المعادلة النيوكلاسيكية الأساسية لنموذج Solow-Swan، نجد نصيب العامل من الاستهلاك في الحالة المستقرة:

$$c = k^{\alpha} - sk^{\alpha} = (1-s)k^{\alpha} \Rightarrow c = k^{\alpha} - (n+\delta)k$$

يتم تعظيم نصيب العامل من الاستهلاك بدلالة مخزون رأس المال $\left(k^{*}_{Gold}\right)$ في الحالة المستقرة للقاعدة الذهبية:

$$\underset{k}{Max}\, c = k^{\alpha} - (n+\delta)k$$

$$\frac{dc}{dk} = \frac{\alpha}{k^{*1-\alpha}_{Gold}} - (n+\delta) = 0 \Rightarrow \frac{\alpha}{k^{*1-\alpha}_{Gold}} = (n+\delta)$$

$$k^{*}_{Gold} = \left(\frac{\alpha}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \Rightarrow y^{*}_{Gold} = \left(\frac{\alpha}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

باستبدال قيمة $\left(k^{*}_{Gold}\right)$ بما يُساويها في المعادلة (24 .3)، نحصل على معدل الادخار عند القاعدة الذهبية مُساويا مرونة إنتاج رأس المال (α):

$$s_{Gold} = \frac{(n+\delta)k^*_{Gold}}{f\left(k^*_{Gold}\right)} \Rightarrow s_{Gold} = (n+\delta)\left(\frac{\alpha}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\frac{\alpha}{n+\delta}\right)^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$\Rightarrow s_{Gold} = \alpha$$

لكن تجدر الإشارة أنه سيكون من الخطأ تفسير فكرة القاعدة الذهبية لتراكم رأس المال أنها التوزيع الأمثل للموارد: صحيح أن القاعدة الذهبية هي حالة مستقرة أو توازن طويل الآجل يحقق عندها أقصى قدر من الاستهلاك، إلا أنه ما لم تُدرج دالة منفعة المستهلك التي تحقق "نقطة النعيم" ينبغي تفضيل القاعدة الذهبية على أي حالة مستقرة أخرى ممكنة.

1.6. نموذج Solow-Swan في الزمن المتصل

كما هو حال النماذج التي سيتم عرضها في الفصول المقبلة، يخضع التطور الزمني لمخزون رأس المال لمعادلة تفاضلية غير خطية من الدرجة الأولى والتي لا يُوجد لها حل تحليلي ذو صيغة مغلقة بشكل عام. مع ذلك، يُمكن العثور على حل لنموذج Solow-Swan بإيجاد دوال زمنية مستمرة تصف المسار الزمني الدقيق لمخزون رأس المال، الناتج، الاستهلاك والادخار أو الاستثمار.

يُمثل الحل الكمي لنموذج Solow-Swan ذلك الحل الذي يكشف مسار رأس المال والاستهلاك في الاقتصاد. من المعادلة النيوكلاسيكية الأساسية (3.9):

$$\dot{k} = sf(k) - (n+\delta)k$$

نستبدل $f(k)$ بدالة إنتاج من نوع Cobb- Douglas بدلالة نصيب العامل:

$$Y = F(K,L) = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

$$\frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L},1\right) = k^{\alpha}$$

تأخذ المعادلة النيوكلاسيكية الأساسية الشكل التالي:

$$\dot{k} = sk^{\alpha} - (n+\delta)k$$

أو

$$\dot{k} + (n+\delta)k = sk^{\alpha} \qquad (3.'9)$$

تتميز هذه المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى أنها "غير خطية" في رأس المال (k)-يُسمى هذا النوع من المعادلات التفاضلية بمعادلة Bernoulli التي تأخذ الشكل العام التالي:[11]

$$\frac{dx}{dt} + Rx = Tx^{m}$$

[11] - تحمل هذه المعادلة اسم Bernoulli نسبة إلى عالم الرياضيات الشهير Johann Bernoulli الذي استطاع ايجاد طريقتين لحل مثل هذه المعادلات عام (1697). يتم توضيح الطريقة الأولى في هذا الجزء، أما طريقة الحل الثانية فتحمل نفس فكرة حل المعادلة الخطية من الدرجة الأولى. لأكثر تفاصيل، أنظر:

De La Grandville, O.(2018). ***Economic Growth: A Unified Approach***. 2nd Ed., Cambridge, UK: Cambridge University Press: 57-59.

حيث (m) هو أي عدد ماعدا الصفر والواحد. وفق هذا الترميز الجديد، يُمثل (x) مخزون نصيب العامل من رأس المال (k) و المعلمتين (R) و (T) تُمثلان $(n+\delta)$ و (s) على التوالي، بينما يتم تمثيل (α) بـ (m).

يُمكننا اختزال هذه المعادلة إلى معادلة تفاضلية خطية، لذا يُوجد هناك حل:
بقسمة التعبير السابق على (x^m) نجد:

$$x^{-m}\frac{dx}{dt}+Rx^{1-m}=T$$

نُشير للمتغير الجديد $(z=x^m)$ للتبسيط. يتم مفاضلة المتغير (z) بدلالة الزمن لنحصل على:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{dz}{dx}\frac{dx}{dt}\Rightarrow\frac{dz}{dt}=(1-m)x^{1-m}\frac{dx}{dt}\Rightarrow x^{-m}\frac{dx}{dt}=\frac{1}{(1-m)}\frac{dz}{dt}$$

باستبدال $\left(x^{-m}\frac{dx}{dt}\right)$ و (x^{-m}) على الترتيب بما يُساويها بدلالة المتغير (z):

$$\frac{1}{(1-m)}\frac{dz}{dt}+Rz=T$$

تُمثل هذه الصيغة معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى وطريقة حلها معروفة: إذا كان $(m=\alpha)$، $(R=n+\delta)$ و $(T=s)$، يُمكن إعادة كتابة المعادلة (9'. 3):

$$\frac{1}{(1-\alpha)}\frac{dz}{dt}+(n+\delta)z=s$$

بضرب طرفي المعادلة بـ $(1-\alpha)$:

$$\frac{dz}{dt}+\left[(1-\alpha)(n+\delta)z-(1-\alpha)s\right]=0$$

يأخذ حل هذه المعادلة التفاضلية الخطية غير المتجانسة الصيغة التالية:

$$z_t = z_c + z_p$$

$$z_t = Z_0 \ell^{-(1-\alpha)(n+\delta)t} + c$$

هناك حل تكميلي (z_c) مُساو $z_c = Z_0 \ell^{-(1-\alpha)(n+\delta)t}$ ، أما الحل الخاص هو $(z_p = c)$ يتم الحصول عليه بافتراض أن (z) تأخذ قيمة ثابتة، أي $\frac{dz}{dt}=0$:

$$(1-\alpha)(n+\delta)z-(1-\alpha)s=0$$

$$(n+\delta)z-s=0$$

$$c=z=\frac{s}{(n+\delta)}$$

يتم الحصول على قيمة (Z_0) بافتراض وجود وضعية ابتدائية: إذا افترضنا رأس المال عند الزمن $(t=0)$ يُساوي الصفر، فإن:

$$z_{(0)} = Z\ell^{-(1-\alpha)(n+\delta)(0)} + \frac{s}{(n+\delta)}$$

$$z_{(0)} = Z_0 + \frac{s}{(n+\delta)}$$

$$Z_0 = z_{(0)} - \frac{s}{(n+\delta)}$$

باستبدال هذه القيمة في الحل العام نحصل على:

$$z_t = \left[z_0 - \frac{s}{(n+\delta)} \right] \ell^{-(1-\alpha)(n+\delta)t} + \frac{s}{(n+\delta)}$$

أخيرا، باستبدال $\left(z = k^{1-\alpha}\right)$ نحصل على معادلة رأس المال:

$$k_t^{1-\alpha} = \left[k_{(0)}^{1-\alpha} - \frac{s}{(n+\delta)} \right] \ell^{-(1-\alpha)(n+\delta)t} + \frac{s}{(n+\delta)}$$

$$k_t = \left(\left[k_{(0)}^{1-\alpha} - \frac{s}{(n+\delta)} \right] \ell^{-(1-\alpha)(n+\delta)t} + \frac{s}{(n+\delta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

يُمكننا أيضا الحصول على معادلة الاستهلاك التالية:

$$c_t = (1-s) \left(\left[k_{(0)}^{1-\alpha} - \frac{s}{(n+\delta)} \right] \ell^{-(1-\alpha)(n+\delta)t} + \frac{s}{(n+\delta)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

و على معادلة الناتج، الاستثمار/ الادخار من خلال المعادلات $\left(y = k^{\alpha}, S = I = sY\right)$. أخيرا، نُشير أنه مع مرور الوقت نحصل على قيمة (k) في الحالة المستقرة (عند $\dot{k} = 0$):

$$\lim_{k \to \infty} k_t = k^* = \left(\frac{s}{n+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

2. نموذج Solow-Swan مع تقدم تكنولوجي خارجي

يُقدم نموذج Solow-Swan استنتاجا مثيرا مفاده أن الافتراضات النيوكلاسيكية تسمح بنمو الناتج بمعدل مساو النمو السكاني عند مستوى التوظيف الكامل، لكنها في المقابل تُولد ركود نصيب الفرد من الدخل (أي عدم إمكانية نمو نصيب الفرد من الناتج على المدى الطويل)، إلا أن الأدلة التجريبية تُشير أن نصيب الفرد من GDP يشهد نموا موجبا عبر الزمن وعبر البلدان. في هذه الحالة، لا يُمكن لنموذج Solow-Swan تفسير نمو نصيب العامل من الناتج إلا بإدراج عامل خارجي آخر في النموذج. أو بعبارة أخرى، باستخدام دالة الانتاج النيوكلاسيكية لا يُمكن تفسير نمو الناتج بشكل كلي بدلالة نمو عوامل الإنتاج فقط بل هناك "بواقي" في عملية محاسبة النمو كما رأيناه في الفصل الأول.

بدأت مناقشة احتمال وجود بواقي عملية محاسبة النمو في ثلاثينات القرن الماضي، ونُسبت عدة التسميات لهذه البواقي: التقدم التقني، الكفاءة والتغير التكنولوجي وغيرها. وقد تم بناء أنواع متعددة من المؤشرات بهدف التقاط هذه البواقي وتحليل تطورها عبر الزمن.

مع ذلك، أدرك الاقتصاديون والمتخصصون في مجال الاقتصاد القياسي منذ ذلك الوقت وجود قيود مفروضة على البيانات مؤكدين على ضرورة استخدام

تقديراتهم بعناية دقيقة. وكمثال على هذا الوعي الموجود بين الاقتصاديين، أشار Abramovitz (1956) إلى هذه المؤشرات بمصطلح "مقياس جهلنا".[12]

في عام 1957، قام Solow بدمج النظرية الاقتصادية القائمة على دالة الإنتاج النيوكلاسيكية مع منهجية الحسابات والمؤشرات المُطورة حتى ذلك الحين. وتُدعم النتائج التي اكتشفها Solow باستخدام التقدم التقني (المحايد) بمعناه الواسع النتائج التي قدمتها الأدبيات السابقة (أنظر الجدول (1. 3)): بشكل عام يتم تفسير جزء كبير من نمو الناتج ونصيب الفرد من الناتج بدلالة التغير التقني. بعد ذلك، قام Denison (1985) بتجزئة التغير التقني الذي تم حسابه من قبل Solow ووجد أن نمو رأس المال البشري والتقدم التقني هي العوامل الأكثر أهمية لشرح النمو. مع ذلك، يُشير Solow (1988) أن عمله المنشور عام (1957) وعمل Denison (1985) يعتمدان بشكل كبير على العوامل التي تُعوض الناتج الحدي وعلى افتراض حيادية التقدم التقني.

---

[12] - لمراجعة أكثر تفصيل لهذه المناقشة، أنظر:

Griliches, Z .(1996).**The Discovery of the Residual : a Historical Note**. *Journal of Economic Literature* 34(3) :1324-1330.

الجدول (1. 3). التقديرات الأولية لبواقي معدل النمو في الولايات المتحدة (نسبة النمو غير المُفسرة بدلالة العوامل).

المصدر	الفترة	في الناتج (النسبة)	في نصيب الفرد من الناتج (النسبة)
دراسة Tinbergen (1942)	1914-1870	% 27	%100
دراسة Stigler (1947) حول الصناعة	1937-1904	-	% 89
دراسة Schmookler (1952) حول الصناعة	1938-1869	% 37	-
	1928-1869	%31	%89
دراسة Fabricant (1954)	1950-1870	-	% 92
دراسة Kendrick (1955) حول الصناعة	1948-1899	-	% 87
دراسة Abramovitz (1956)	1878-1869 إلى 1953-1944	% 48	%86
دراسة Solow (1957)	1949-1909	% 52	% 88

Source: Griliches. (1996 :1327).

باختصار، يُمكن لنموذج Solow-Swan تفسير نمو نصيب الفرد من الناتج بإدراج عامل خارجي (التقدم التقني) في دالة الإنتاج[13] (يتم تقديم نموذج Solow بتقدم تقني خارجي). ينبغي الإشارة أن نموذج Solow لا يشرح كيفية يحدث التقدم التكنولوجي، لكنه بدلا من ذلك يُعطى أنه خارجي (مصدره غير معروف) ويُظهر كيف يتفاعل مع المتغيرات الأخرى في عملية النمو الاقتصادي.

لكن مع ذلك، المشكلة الأولى التي تُواجهنا تتمثل في كيفية إدراج التقدم التكنولوجي الخارجي في النموذج لأن هذا التقدم قد يتخذ أشكالا مختلفة: قد تمسح التكنولوجيا بتوليد نفس الحجم من الإنتاج سواءا برأس مال أو عمالة أقل نسبيا، وهي حالات يُشار إليها بالتقدم التكنولوجي المُوفر لرأس المال أو المُوفر للعمالة (كما لو أن الاقتصاد يملك المزيد من رأس المال أو العمالة لإنتاج نفس الكمية من الإنتاج). وتُسمى التكنولوجيا التي لا تُوفر نسبيا أي من المدخلات بـ"المحايدة أو غير المتحيزة" كما أشرنا إليها في الفصل الأول.

رغم أن جميع أشكال التقدم التكنولوجي قد تبدو قابلة للتطبيق، إلا أننا سنرى عدم إمكانية تحقيق النمو المتوازن إلا إذا أدرجنا التقدم التكنولوجي المُوسع

---

[13] -وفق هذه الفكرة، فإن السبب الرئيسي وراء قدرة فرنسا وألمانيا والمملكة المتحدة والولايات المتحدة وغيرها من البلدان ذات الدخل المرتفع للحفاظ على نمو دخل الفرد على مدى فترات طويلة جداً يكمن في التقدم التكنولوجي الذي سمح لنصيب الفرد من الناتج بمواصلة النمو.

للعمالة أو حيادية Harrod.[14] وهكذا، اعتماد دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas تتميز بخاصية ثبات حصص عوامل الإنتاج من الدخل (في ظل الوضعية التنافسية) (والتي تبدو صحيحة في حالة العديد من الاقتصاديات المتقدمة وفق حقيقة Kaldor) يكون صائبا بافتراض تقدم تكنولوجي مُوسع للعمالة.

تُعطى دالة الإنتاج ذات التكنولوجيا الموسعة (A) التي تجعل القوة العاملة أكثر كفاءة (من نوع حيادية Harrod):[15]

$$Y = K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha} \tag{3. 12}$$

يُفترض معدل نمو التقدم التقني (g) مُحددا خارجيا، ويُمكن التعبير عن معدل نمو الناتج كالآتي:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha\,\frac{\dot{K}}{K} + \left(1-\alpha\right)\left[\frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{A}}{A}\right]$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha\,\frac{\dot{K}}{K} + \left(1-\alpha\right)\left[n+g\right] \tag{3. 13}$$

---

[14] - أنظر الملحق 2 لإظهار البرهان المتعلقة بضرورة أخذ التقدم التكنولوجي شكل حيادية Harrod أو الموسع للعمالة.

[15] - تُعتبر كفاءة عنصر العمل أداة تعكس المعرفة الكامنة في مجتمع ما حول طرق الإنتاج: مع تطور التكنولوجيا الحالية ترتفع كفاءة العمل لتُسهم كل ساعة من ساعات العمل أكثر في إنتاج السلع والخدمات. على سبيل المثال، حققت كفاءة العمل زيادات كبيرة مع التحول الذي عرفته خطوط الإنتاج في القطاع الصناعي أوائل القرن العشرين، وارتفعت مجددا بإدخال أجهزة الكمبيوتر أواخر القرن العشرين. كما تحسنت كفاءة العمل أيضا مع التحسينات الحاصلة في مجال الصحة والتعليم أو مهارة عنصر العمل. هنا لابد أن نشير أن التقدم التكنولوجي لا يُسبب زيادة عدد الحالي للعمال(كميا)، بل يُسبب زيادة عدد الفعال للعمال(نوعيا).

لشرح كيف ينمو (Y) لابد أن نفهم كيف ينمو (K) :

$$\dot{K} = sY - \delta K \qquad \text{(معادلة الاستثمار)}$$

يُمكن التعبير عن (Y) و (K) بدلالة العمل المقاس بالوحدات الفعلية:

$$\tilde{y} = \frac{Y}{AL} = \frac{y}{A} \tag{3. 14}$$

$$\tilde{k} = \frac{K}{AL} = \frac{k}{A} \tag{3. 15}$$

يُمكن تمثيل دالة الإنتاج بدلالة العمل المقاس بالوحدات الفعلية (AL) :

$$\tilde{y} = \frac{K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha}}{AL} \Rightarrow \tilde{y} = \tilde{k}^{\alpha} \tag{3. 16}$$

لدينا أيضا التغير النسبي لنسبة رأس المال إلى العمالة الفعلية:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} - \frac{\dot{A}}{A}$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{sY - \delta K}{K} - n - g \tag{3. 17}$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} - \left(n + g + \delta\right)$$

وبالتالي:

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - \left(n + g + \delta\right)\tilde{k} \tag{3. 18}$$

كما سبق، يُصبح تغير مخزون رأس المال $\left(\dot{\tilde{k}}\right)$ مساويا نصيب العامل الفعلي من الاستثمار $\left(s\tilde{y}\right)$ ناقصا مقابل الاستثمار $\tilde{k}\left(n+g+\delta\right)$. الآن و لأن $\left(\tilde{k}=k/AL\right)$ فإن مقابل الاستثمار يتكون من ثلاثة عناصر: مع إبقاء $\left(\tilde{k}\right)$ ثابتا، يُمثل $\left(\delta\tilde{k}\right)$ رأس المال المتهالك، $\left(n\tilde{k}\right)$ حجم رأس المال الواجب توفيره للعمال الجدد و $\left(g\tilde{k}\right)$ يُعبر عن حجم رأس المال الجديد الواجب توفيره للعمالة الفعلية الجديدة المتأتية من التقدم التكنولوجي.

في الحالة المستقرة، لدينا:

$$\dot{\tilde{k}}=0\Rightarrow\frac{s\tilde{y}}{\tilde{k}}=\left(n+g+\delta\right) \tag{3. 19}$$

من المعادلة (17 .3)، يُمكننا حساب معدل نمو الناتج بالوحدات الفعلية للعمل: بأخذ اللوغاريتم واشتقاقه بدلالة الزمن، نحصل على:

$$\tilde{y}=\tilde{k}^{\alpha}\Rightarrow\log\tilde{y}=\alpha\log\tilde{k}$$

$$\frac{d\log\tilde{y}}{dt}=\alpha\frac{\log\tilde{k}}{dt}\Rightarrow\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}}=\alpha\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}$$

في الحالة المستقرة:

$$\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}}=\alpha\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}=0$$

يتناسب معدل نمو نصيب العامل الفعلي من الناتج $\left(\dot{\tilde{y}}/\tilde{y}\right)$ طرديا مع معدل نمو نصيب العامل الفعلي من رأس المال $\left(\dot{\tilde{k}}/\tilde{k}\right)$. وطالما أن $\left(\dot{\tilde{k}}\right)$ ثابت في الحالة المستقرة، يبقى $\left(\dot{\tilde{y}}\right)$ ثابتا أيضا:

$$\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}} = \frac{\dot{y}}{y} - \frac{\dot{A}}{A} = 0 \tag{3. 20}$$

مع ذلك، سينمو نصيب العامل من الناتج بمعدل نمو التكنولوجيا:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} = g \tag{3. 21}$$

يُمكننا إظهار نمو (Y) و (K) بمعدل مُساو $(n+g)$. من المعادلة (3.14):

$$\tilde{y} = \frac{Y}{AL}$$

$$\log\tilde{y} = \log Y - \log A - \log L \Rightarrow \frac{d\log\tilde{y}}{dt} = \frac{d\log Y}{dt} - \frac{d\log A}{dt} - \frac{d\log L}{dt}$$

$$\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{L}}{L} = 0$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L} = g + n \tag{3. 22}$$

من المعادلة (3.15) نحصل على:

$$\tilde{k} = \frac{K}{AL}$$

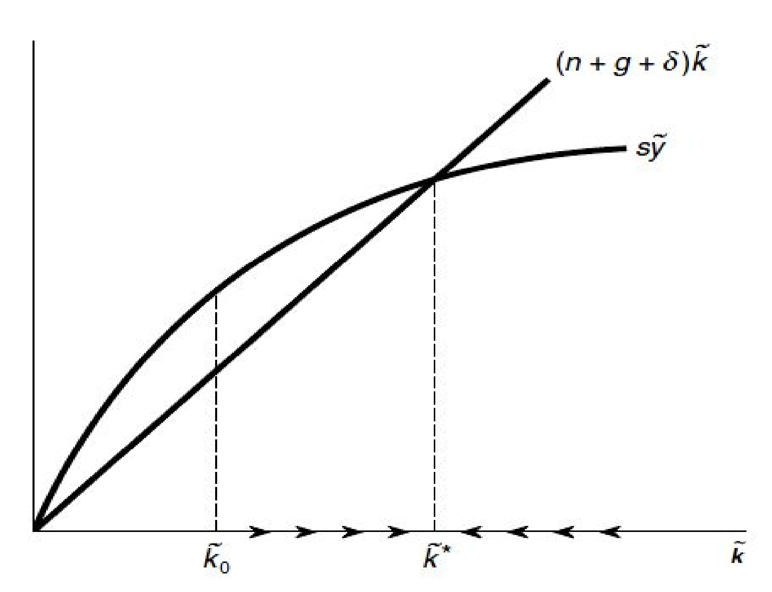
$$\log \tilde{k} = \log K - \log A - \log L \Rightarrow \log \tilde{k} = \log k - \log A$$

$$\frac{d\log \tilde{k}}{dt} = \frac{d\log K}{dt} - \frac{d\log A}{dt} - \frac{d\log L}{dt} \Rightarrow \frac{d\log \tilde{k}}{dt} = \frac{d\log k}{dt} - \frac{d\log A}{dt}$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{L}}{L} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{k}}{k} - \frac{\dot{A}}{A} = 0$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L} \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{A}}{A}$$

يُظهر الشكل (9. 3) نموذج Solow-Swan مع التقدم التكنولوجي. نُشير أن تحليل هذا البيان مشابه جدا للتحليل السابق بدون التقدم التقني (أنظر الشكل (1. 3))، لكن التفسير مختلف قليلا هنا: نفترض اقتصاد ما يبدأ بنصيب العامل الفعلي من رأس المال دون الحالة المستقرة (ليكن $\tilde{k}_0$)، وسترتفع قيمته تدريجيا مع مرور الوقت لأن مقدار الاستثمار الجاري يتجاوز الحجم اللازم للحفاظ على ثبات نصيب العامل الفعلي من رأس المال، لكن معدل نموه سيتباطأ تدريجيا ليصل إلى الصفر مع بلوغه قيمة $\left(\tilde{k}^*\right)$ يتحقق عندها $s\tilde{y} = \left(n + g + \delta\right)$ –عند هذه النقطة يكون الاقتصاد في حالته المستقرة.



الشكل (9. 3). نموذج Solow-Swan مع تقدم تكنولوجي خارجي.

من المعادلة (3.18) نحصل على:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} - (n+g+\delta)$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{s}{v} - (n+g+\delta) = 0$$

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{E}}{E} - \frac{\dot{L}}{L} = \frac{s}{v} - (n+g+\delta) = 0$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{s}{v} - \delta = \frac{\dot{Y}}{Y}$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = n+g \qquad (3.\ 23)$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = g \tag{3. 24}$$

ينمو مخزون رأس المال بمعدل مساو مجموع معدلات نمو عنصر العمل زائدا التقدم التكنولوجي (المعدل الطبيعي بمصطلحات Harrod)، في حين تنمو المتغيرات بدلالة نصيب العامل بمعدل يُساوي معدل التقدم التكنولوجي المحدد خارجيا عن النموذج.[16] وكما أشرنا سابقا، لا ينمو نصيب العامل من الناتج إلا بوجود تقدم تكنولوجي.

بإدراج التقدم التكنولوجي في النموذج، يُمكننا في نهاية المطاف تفسير الزيادة المستدامة في مستويات المعيشة المُشاهدة في العالم. لقد رأينا أن التقدم التكنولوجي يُؤدي لنمو مستدام في نصيب الفرد من الناتج على نقيض معدل الادخار الذي يُؤدي وجود مستويات مرتفع منه لرفع معدل نمو فقط حتى يصل الاقتصاد إلى الحالة المستقرة، بعد ذلك يُصبح معدل نمو نصيب العامل من الناتج مُعتمدا فقط على التقدم التكنولوجي. وفقSolow - Swan، يُمكن للتقدم التكنولوجي وحده وفقط تفسير النمو المستدام ورفع مستويات المعيشة على المدى الطويل.

وفق دالة الإنتاج من نوع Cobb-Douglas، يُعطى نصيب العامل الفعلي من رأس المال والناتج عند الحالة المستقرة ($\dot{\tilde{k}} = 0$) كالآتي:

---

16 -لأن $c = (1 - s)\, y$ سينمو نصيب العامل من الاستهلاك في الحالة المستقرة بمعدل مساو التقدم التكنولوجي (g).

$$\tilde{k}^* = \left(\frac{s}{n+g+\delta}\right)^{1/1-\alpha}$$

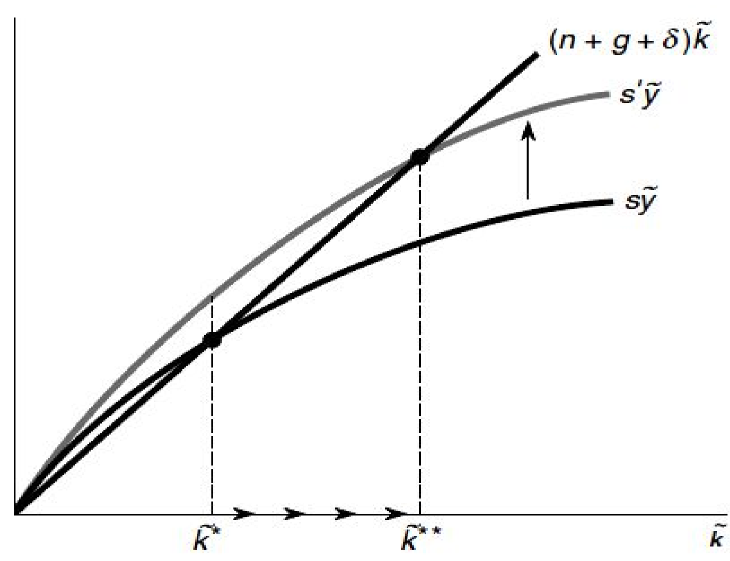
$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s}{n+g+\delta}\right)^{\alpha/1-\alpha}$$

ما يعني أن نصيب العامل من الناتج في الحالة المستقرة يُساوي:

$$y^* = A.\left(\frac{s}{n+g+\delta}\right)^{\alpha/1-\alpha}$$

إحدى الملاحظات المثيرة للاهتمام تُظهرها هذه المعادلة أن تغير معدل الاستثمار أو معدل النمو السكاني سيُؤثر على مستوى نصيب العامل من الناتج على المدى الطويل، لكنها لا تُؤثر على معدل نموه في الحالة المستقرة.

نفترض أن اقتصادا ما يبدأ عند حالة مستقرة بمعدل ادخار يُساوي (s) ويرتفع باستمرار نحو قيمة أعلى (s'): يظهر هذا التغير في معدل الادخار وفق الشكل (10. 3) والتي تبدو نتائجه مشابهة تماما لنفس الحالة دون التقدم التكنولوجي (الشكل (3. 3)). عند قيمة نصيب العامل الفعلي من رأس المال الابتدائي ($\tilde{k}^*$)، يتجاوز الاستثمار الكمية المطلوبة لإبقاء ($\tilde{k}$) ثابتا ويبدأ ($\tilde{k}$) في الارتفاع.



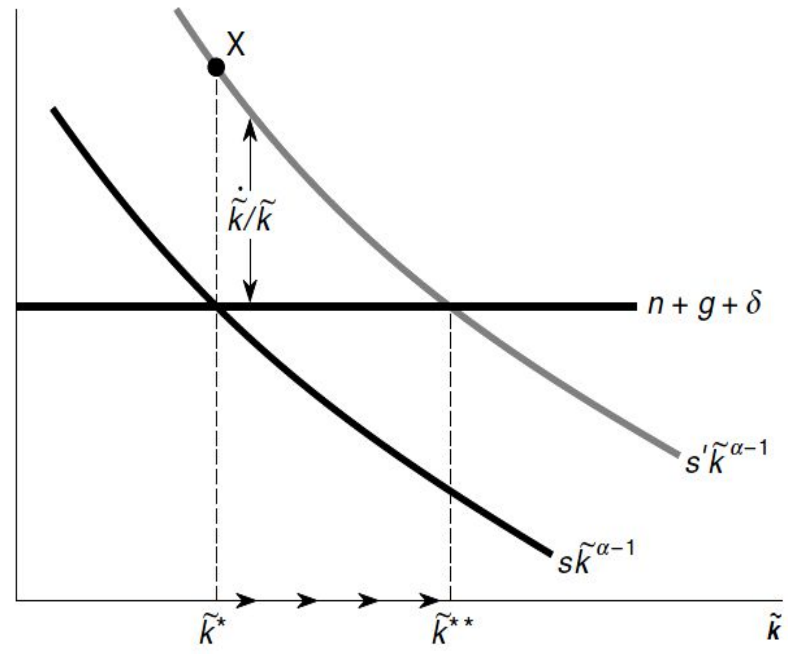
الشكل (10 .3). زيادة معدل الادخار.

لرؤية تأثير ذلك على النمو، لدينا:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{\tilde{y}}{\tilde{k}} - \left(n+g+\delta\right)$$

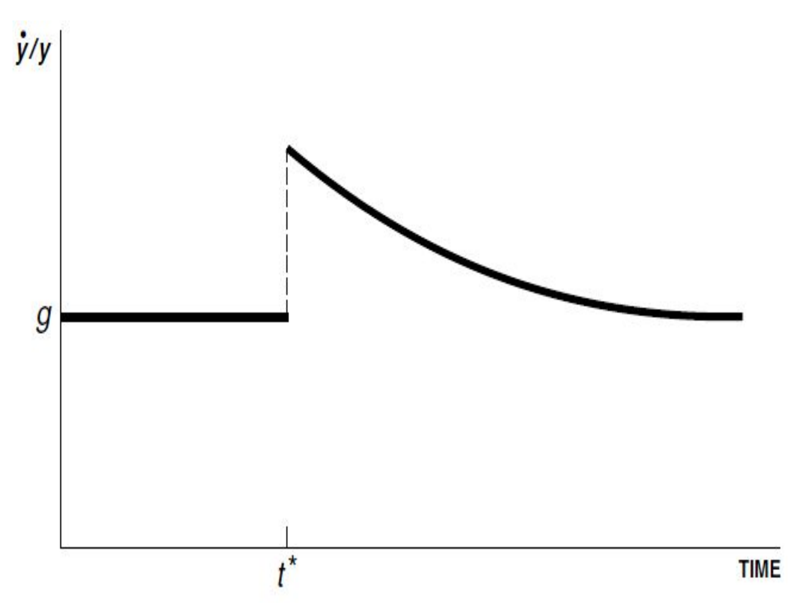
يُظهر الشكل (11 .3) الديناميكية الانتقالية وفق هذه المعادلة: تُؤدي زيادة معدل الادخار لتحوُّل منحنى $\left(sf\left(\tilde{k}\right)/\tilde{k} = s\tilde{k}^{1-\alpha}\right)$ نحو اليمين $\left(s'\tilde{k}^{1-\alpha}\right)$ وتحوُّل التقاطع مع الخط $\left(n+g+\delta\right)$ إلى اليمين نحو حالة مستقرة جديدة أعلى $\left(\tilde{k}^{**}\right)$. عند $\left(\tilde{k} = \tilde{k}^*\right)$ تكون الفجوة بين $\left(s'\tilde{k}^{1-\alpha}\right)$ و $\left(n+g+\delta\right)$ موجبة ما يعني نموا موجبا $\left(\dot{\tilde{k}}/\tilde{k} \succ 0\right)$ لكن بشكل مؤقت لأنه سيقترب نحو الصفر مع انتقال الاقتصاد نحو حالته المستقرة الجديدة $\left(\tilde{k} = \tilde{k}^{**}\right)$. وطالما أن $\left(g\right)$ ثابتة، تعني سرعة نمو $\left(\tilde{k}\right)$

خلال الفترة الانتقالية ضمنيا أن نصيب العامل من الناتج ينمو بمعدل أسرع من نمو التكنولوجيا $(\dot{y}/y \succ g)$.[17] من جانب آخر، يُظهر الشكل (12 .3) سلوك نمو نصيب العامل من الناتج عبر الزمن.



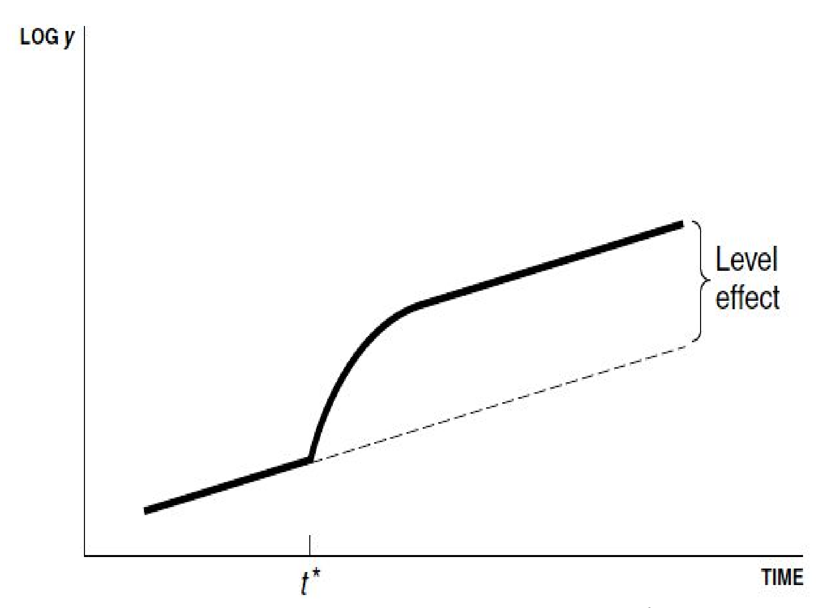
الشكل (11 .3). زيادة معدل الادخار خلال الفترة الانتقالية.

[17] - سيتم تقدير معدل نمو نصيب الفرد من الناتج على طول مسار الديناميكية الانتقالية نحو الحالة المستقرة في القسم الخاص بحساب سرعة التقارب (أنظر المعادلة (29 .3)).



الشكل (12. 3). تأثير زيادة معدل الادخار على النمو.

أما الشكل (13. 3) يُظهر ماذا يحدث لمستوى (سلوك) نصيب العامل من الناتج عبر الزمن. قبل تغير معدل الادخار، ينمو نصيب العامل من الناتج بمعدل (g) ثابت ويرتفع لوغاريتم نصيب العامل من الناتج بشكل خطي عبر الزمن، لكن في اللحظة التي يتغير فيها معدل الادخار(ليكن t^*) يبدأ نصيب الناتج النمو بمعدل أسرع ويُواصل النمو بهذه الوتيرة مُؤقتا حتى يبلغ نصيب العامل الفعلي من الناتج حالته المستقرة الجديدة. عند هذه النقطة يرجع النمو لمستوى (g) على المدى الطويل.



الشكل (13. 3). تأثير زيادة معدل الادخار على مستوى نصيب العامل في الناتج.

يُبين هذا التحليل نقاطا هامة: أولا، يُؤثر تغير المعلمات الهيكلية في نموذج Solow-Swan على معدل النمو بشكل مؤقت خلال مرحلة انتقال الاقتصاد نحو حالته المستقرة الجديدة، ولا يُمارس التغير الجاري في هذه السياسات أي تأثيرات على النمو في المدى الطويل. ثانيا، تُمارس تلك السياسات "تأثيرات المستوى" ما يعني تغير مستوى نصيب الفرد من الناتج صعودا أو هبوطا.

2.1. نموذج Solow-Swan مع التكنولوجيا الموسعة في الزمن المتصل

نقوم بإتباع نفس خطوات الجزء السابق لإيجاد حل النموذج في حالة عمالة مُحسنة بالتقدم التكنولوجي. من المعادلة (3.18) لدينا:

$$\dot{\tilde{k}} = s\tilde{y} - (n+g+\delta)\tilde{k}$$

التي تُمثل معادلة تفاضلية غير خطية في $(\tilde{k})$: الفارق الوحيد الآن أن نصيب العامل من رأس المال والناتج يُعبر عنهما بدلالة الوحدات الفعلية، على ذلك أصبح واضحا أيضا أن معادلة نمو رأس المال تعكس وجود تقدم تكنولوجي ينمو بمعدل ثابت يُساوي (g).

لإيجاد حل لهذه المعادلة، لابد من اختصارها على شكل معادلة تفاضلية خطية. بإعادة ترتيب الصيغة:

$$\dot{\tilde{k}} + (n+g+\delta)\tilde{k} = s\tilde{k}^{\alpha}$$

بقسمة طرفي المعادلة على $\tilde{k}^{\alpha}$:

$$\frac{d\tilde{k}}{dt}\tilde{k}^{-\alpha} + (n+g+\delta)\tilde{k}^{1-\alpha} = s$$

للتبسيط، نضع $z = \tilde{k}^{-\alpha}$ وبمفاضلتها بدلالة الزمن نجد:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{d\tilde{k}}\frac{d\tilde{k}}{dt} \Rightarrow \frac{dz}{dt} = (1-\alpha)\tilde{k}^{1-\alpha}\frac{d\tilde{k}}{dt}$$

$$\frac{1}{(1-\alpha)}\frac{dz}{dt} + (n+g+\delta)z - s = 0$$

وهي معادلة تفاضلية خطية غير متجانسة. يتضمن الحل الشكل التالي:

$$z_t = z_c + z_p$$

$$z_t = Z_0 \ell^{-(1-\alpha)(n+g+\delta)t} + c$$

يُساوي الحل التكميلي $Z_0 \ell^{-(1-\alpha)(n+g+\delta)t}$، أما الحل الخاص (c) يُمكن الحصول عليه بافتراض (z) تأخذ قيمة ثابتة، أي $\frac{dz}{dt} = 0$:

$$(1-\alpha)(n+g+\delta)z - (1-\alpha)s = 0$$

$$c = z = \frac{s}{(n+g+\delta)}$$

قيمة (Z_0) يتم الحصول عليها بافتراض وضعية ابتدائية: إذا كان رأس المال عند الزمن $(t=0)$ يُساوي الصفر، فإن:

$$z_{(0)} = Z\ell^{-(1-\alpha)(n+g+\delta)(0)} + \frac{s}{(n+g+\delta)}$$

$$Z_0 = z_{(0)} - \frac{s}{(n+g+\delta)}$$

أخيرا، باستبدال $(z = \tilde{k}^{1-\alpha})$ نحصل على معادلة رأس المال:

$$\tilde{k}_t = \left(\left[\tilde{k}_{(0)}^{1-\alpha} - \frac{s}{(n+g+\delta)} \right] \ell^{-(1-\alpha)(n+g+\delta)t} + \frac{s}{(n+g+\delta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

يُمكن الحصول أيضا على معادلة الاستهلاك التالية:

$$c_t = (1-s) \left(\left[\tilde{k}_{(0)}^{1-\alpha} - \frac{s}{(n+g+\delta)} \right] \ell^{-(1-\alpha)(n+g+\delta)t} + \frac{s}{(n+g+\delta)} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

3. التقارب في نموذج Solow

من المعادلة النيوكلاسيكية الأساسية:

$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k$$

يتم ايجاد معادلة نمو نصيب العامل في رأس المال:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s\frac{f(k)}{k} - (\delta + n)$$

يعتمد معدل نمو نصيب العامل من رأس المال ايجابيا على معدل الادخار ومتوسط إنتاجية رأس المال وسلبا على معدل النمو السكاني ومعدل الاهتلاك. لاحظ أن العنصر الأول يتناقص مع تزايد مخزون رأس المال بسبب انخفاض متوسط إنتاجية رأس المال مع زيادة مخزون رأس المال، أي عند المستويات المنخفضة لـ(k) يكون معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال عاليا لأن متوسط إنتاجية رأس المال يكون عاليا لكنه يتناقص مع تزايد (k)، أي كلما كان (k) أبعد من الحالة المستقرة للاقتصاد نما بمعدل أكبر.

هنا يُثار سؤال هام جدا حول هذه المسألة: هل تعني هذه النتيجة أن الاقتصاديات ذات مستوى منخفض لرأس المال تنمو أسرع بدلالة نصيب الفرد؟ بعبارة أخرى، هل هناك ميل للتقارب بين البلدان؟

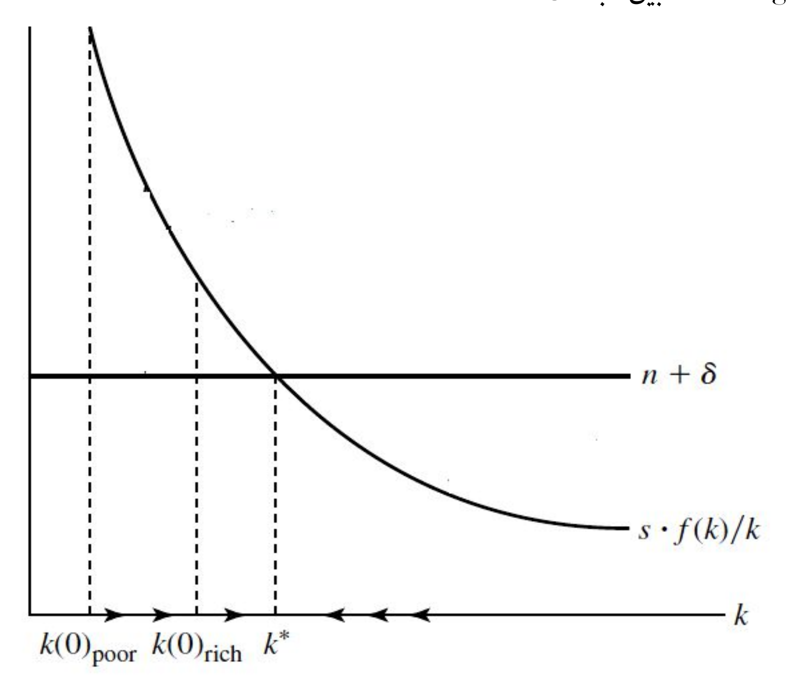
للإجابة على هذه الأسئلة، نفترض مجموعة من الاقتصاديات المغلقة (مناطق أو بلدان منعزلة) تتمتع بهياكل مشابهة (تملك نفس قيم المعلمات (s, n, δ) ونفس دالة

الإنتاج $F(\bullet)$) ما يعني أنها ستقترب نحو نفس مستوى الحالة المستقرة (y^*) و (k^*).
تصور الآن الفرق الوحيد بين هذه الاقتصاديات هو المستوى الأولي لنصيب الفرد من رأس المال $(k(0))$-هذه الاختلافات في القيم الأولية تعكس الاضطرابات السابقة كالحروب أو الصدمات المؤقتة لدالة الإنتاج أو معدل الادخار..، و وفق النموذج ستسجل الاقتصاديات الأقل تقدما (ذات قيم $k(0)$ و $y(0)$ منخفضة) معدلات نمو أعلى مقارنة بالاقتصاديات المتقدمة، أي أن الاختلاف بينها سيتقلص مع مرور الوقت (ستتقارب نحو نفس مستوى التوازن طويل الآجل أو الحالة المستقرة).

يُميز الشكل (14. 3) بين بلدين: البلد الأول فقير يملك مخزونا أوليا منخفضا لرأس المال $k(0)_{poor}$ والبلد الثاني غني بمخزون أولي مرتفع لرأس المال $k(0)_{rich}$.
طالما أن البلدين يتشابهان في قيم المعلمات الهيكلية فإن الديناميكية التي يُظهرها (k) مُحددة بنفس المنحنى $sf(k)/k$ والخط $(n+\delta)$، وسيكون معدل نمو $(\dot{k}/k)$ عاليا في اقتصاد ذات قيمة أولية منخفضة $k(0)_{poor}$.

تُظهر هذه النتيجة شكلا من أشكال التقارب: تشهد المناطق أو البلدان ذات القيم الأولية المنخفضة لنصيب الفرد من رأس المال نموا عاليا من حيث نصيب الفرد $(\dot{k}/k)$ ولذا تميل للحاق بالركب أو التقارب مع المناطق أو البلدان ذات القيم الأولية المرتفعة لنصيب الفرد من رأس المال عند نفس مستوى الحالة المستقرة. على هذا

الأساس، يتوقع النموذج النيوكلاسيكي حدوث "تقارب مطلق Absolute Convergence" بين البلدان.



الشكل (14. 3). التقارب المطلق.

3.1. كيفية إجراء اختبار فرضية التقارب المطلق

يعني مفهوم التقارب ضمنيا أن الاقتصاديات ذات المستويات المتدنية من نصيب الفرد من الدخل (بدلالة المسافة بين قيمتها الأولية وقيمتها عند الحالة المستقرة) تميل للنمو بشكل أسرع من حيث نصيب الفرد. بشكل عام، يتم إجراء

اختبار فرضية التقارب المطلق باستخدام انحدار المقطع العرضي (بين البلدان أو المناطق $i = 1,....,N$) كالآتي:

$$\log y_{i,t} - \log y_{i,t=0} = \beta \log y_{i,t=0} + u_i$$

حيث $(y_{i,t})$ نصيب الفرد من الناتج للبلد (i) عند الزمن (t) و (u_i) يمثل عنصر الاضطراب، و (β) معدل التقارب يأخذ قيما بين $[-1,0]$. تعني فرضية التقارب المطلق ضمنيا أن $(\beta \prec 0)$ ما يعني أن معدل النمو(الاختلافات في لوغاريتم نصيب الفرد من الناتج في المستوى الحالي $(t=1)$ و مستواه الابتدائي $(t=0)$) يرتبط عكسيا بالمستوى الإبتدائي لناتج الفرد: إذا كان $(\beta \prec 0)$ ستنمو البلدان ذات مستويات أولية منخفضة من الإنتاج بمعدل أعلى من تلك البلدان ذات مستويات أولية أعلى- تُعرف هذه المنهجية باسم "اختبار التقارب من نوع β ".

من ناحية أخرى، هناك طريقة أخرى للتعبير عن هذا الانحدار:

$$\log y_{i,t} = (1+\beta)\log y_{i,t=0} + u_i$$
$$\Rightarrow \log y_{i,t} = \pi \log y_{i,t=0} + u_i$$

حيث $(\pi = 1+\beta)$ و $(1 \succ \pi \succ 0)$. في هذه الحالة تعني فرضية التقارب المطلق أن $\pi \prec 1$. مع ذلك، هل حقيقة تنمو البلدان الفقيرة بسرعة أكبر من البلدان الغنية بشكل يضمن تقاربها في نهاية المطاف نحو نفس مستوى التنمية؟ إن اختبار التقارب من نوع (β) لا يتحقق إلا بوجود علاقة عكسية بين معدل النمو والمستوى الابتدائي لنصيب الفرد من الناتج، لكن في المقابل أيضا بسبب هذه العلاقة العكسية تحديدا

ستلحق البلدان الفقيرة بركب البلدان الغنية. لذلك، كيف يُمكن معرفة فيما إذا كانت مستويات نصيب الفرد من الناتج تتقارب بين مختلف البلدان؟

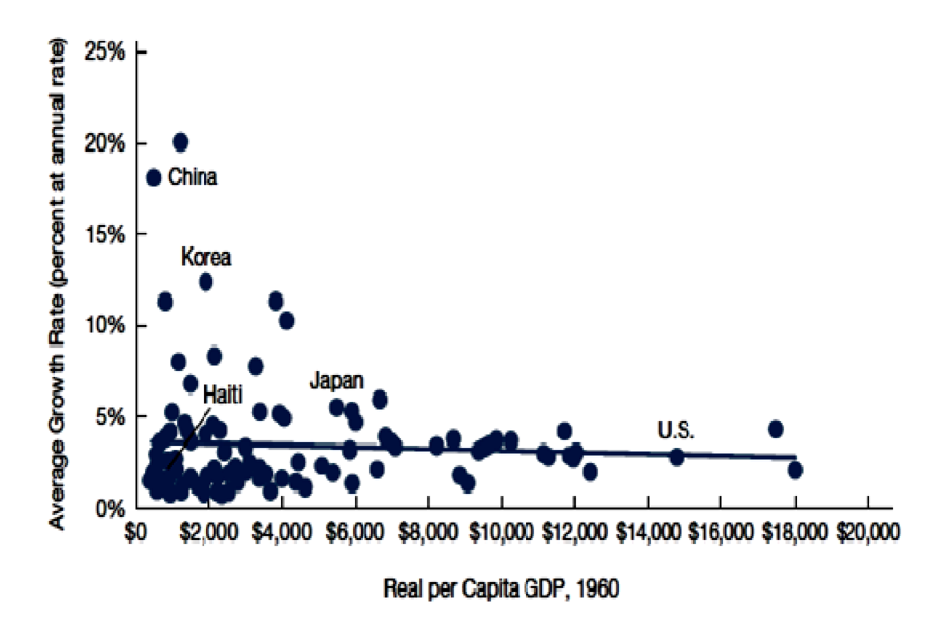
يُظهر Lichtenberg (1994: 576)طريقة أخرى لإجراء اختبار فرضية التقارب تتضمن تحليل التباين بين مستويات نصيب الفرد من الناتج لمختلف البلدان واستنتاج فيما إذا كانت تتقلص مع مرور الوقت. بهذه الطريقة، يتطلب إجراء هذا الاختبار الحصول على مشتق تباين لوغاريتم نصيب الفرد من الناتج بالنسبة للزمن: إذا أخذ هذا المشتق قيمة سلبية فهناك تقارب أي أن البلدان الفقيرة تقترب من البلدان الغنية بدلالة مستويات نصيب الفرد من الناتج. في هذا الإطار، يُطلق على هذا النوع من الفرضيات اسم "اختبار التقارب من نوع σ" (σ تُمثل الانحراف المعياري في عينة الدخل بين البلدان):

$$d\left[Var\left(\log y_t\right)\right]/dt \prec 0$$

تُعتبر هاتان الطريقتان اللتان تدعمان فرضية التقارب متكاملتان مع بعضهما البعض: لاحظ أن تحقق التقارب من نوع (β) يُعد شرطا ضروريا لكنه ليس كافيا للتحقق الكامل من حدوث التقارب من نوع (σ). بالإضافة إلى ذلك، يسمح اختبار التقارب من نوع (β) للحصول على معلومات قيمة حول المعلمات الهيكلية لنموذج النمو، لكنه لا يُظهر توزيع الدخل عبر البلدان.

لكن مع ذلك، لا تُدعم أغلبية الدراسات التجريبية هذه الفرضية للنموذج النيوكلاسكي. على سبيل المثال، لم يجد De Long (1988) في دراسته عينة تتكون من عدد كبير من البلدان أي دليل على وجود تقارب في مستويات الرفاهية بين البلدان الغنية والفقيرة. وحسب البيانات الدولية، تظهر الصورة أكثر تعقيدا: وفق البيانات المتعلقة بنصيب الفرد من الدخل حول العالم، تم كشف أدلة ضعيفة حول هذا النوع من التقارب، بل تبين أن الاقتصاديات التي تنطلق فقيرة لا تنمو أسرع في المتوسط من الاقتصاديات التي تنطلق غنية، أي أن البلدان المختلفة لديها حالات مستقرة مختلفة أيضا.

يُصور الشكل (3.15) العلاقة بين متوسط معدل النمو في الفترة 1960–2012 ومستوى GDP الحقيقي للفرد في عام 1960 لعينة تتكون من 105 بلد غني وفقير. ما يُمكن ملاحظته من هذا الشكل عدم وجود نمط معين لأغلبية النقاط (التي تُمثل البلدان)، ما يثبت غياب أي علاقة بين المستوى الابتدائي لـ GDP الحقيقي للفرد في عام 1960 ومتوسط معدل النمو خلال الفترة 1960–2012، أي ليس هناك ميل بين البلدان الفقيرة لتوليد معدلات نمو أسرع أو أبطأ من البلدان الغنية: مقابل كوريا وبوتسوانا يُوجد مدغشقر والنيجر. ومن الملاحظ أنه من أصل 105 بلدا يُوجد 14 بلدا سجلت نموا سالبا خلال تلك الفترة، إذن لم يكن هناك أي لحاق بالركب في العينة ككل مما يُؤكد عدم تحقق "تقارب مطلق" للعالم أجمع خلال فترة ما بعد الحرب.



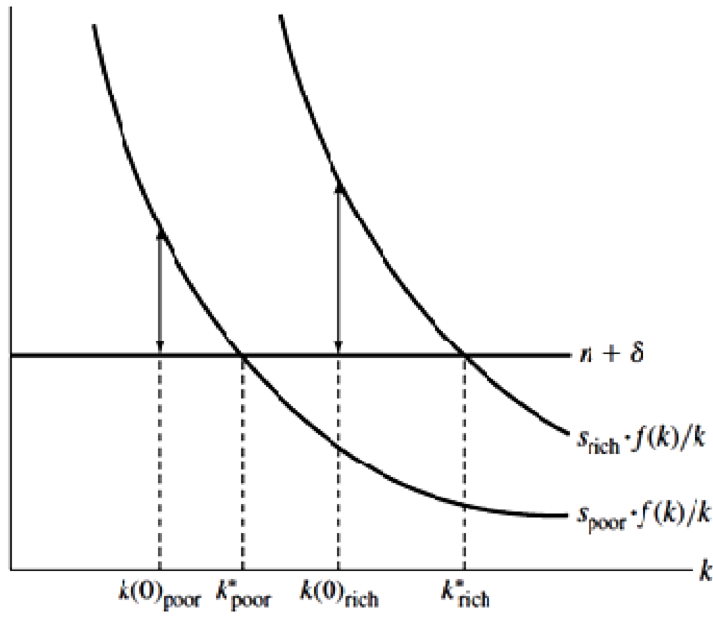
الشكل (15. 3). التقارب المطلق لـ 105 بلدا؟

من ناحية أخرى وبشكل أكثر واقعية، تم الاعتراف باختلاف البلدان بدلالة قيم المعلمات الأساسية وأن كل اقتصاد سيتقرب نحو حالته المستقرة الخاصة به: هذا ما يٌعرف بـ "التقارب النسبي" أو "التقارب المشروط Conditional Convergence" (مشروط بمعلمات كل اقتصاد معين). في هذا الإطار وعلى عكس النوع الأول من التقارب، تٌدعم الأدلة التجريبية بقوة هذه الفرضية (أنظر Mankiw et al. (1992) و Barro and Sala-i-Martin (1991,1992)).

تتوافق تجارب البلدان مع هذا التحليل لكن في عينة تملك نفس الخصائص والثقافات التي وٌجد أنها تتقارب مع بعضها البعض، أي في مجموعة البلدان الأكثر

تجانسا (بلدان OECD، ولايات أمريكية، اقتصاديات المحافظات في بلد معين وما إلى ذلك) لأنه من المحتمل أن تُظهر مجموعة أوسع من الاقتصاديات فُروقا كبيرة في معدل الادخار، النمو السكاني ومستويات رأس المال.

إذن يُمكن حدوث توافق بين النظرية والملاحظات التجريبية حول التقارب إذا سُمح بتجانس العينة، أو بعبارة أخرى إذا أسقطنا فرضية أن كل الاقتصاديات لديها نفس المعلمات وبالتالي نفس وضعية الحالة المستقرة–أي بإدراج مفهوم التقارب المشروط الذي يُظهره الشكل (16. 3).



الشكل (16. 3). التقارب المشروط.

نفترض وجود بلدين يختلفان فقط في جانبين: أولا، ينطلقان من قيم مختلفة لمخزون نصيب الفرد من رأس المال أولي $k(0)_{poor} \prec k(0)_{rich}$، وثانيا يختلفان في معدلات الادخار $s_{poor} \neq s_{rich}$. كما أشرنا سابقا، تُولد الفروق في معدلات الادخار اختلافات في الاتجاه نحو قيم الحالة المستقرة لنصيب الفرد من رأس المال، ما يعني $k^*_{poor} \neq k^*_{rich}$ (تتحدد قيم الحالة المستقرة بدلالة تقاطع منحنيات $s_i f(k)/k$ و الخط المشترك $(n+\delta)$).و بما أن $s_{poor} \prec s_{rich}$ فإن $k^*_{poor} \prec k^*_{rich}$ و التي من المحتمل أن تشرح لماذا تُصبح $k(0)_{poor} \prec k(0)_{rich}$ عند الوضعية الأولية (هذا صحيح لأننا رأينا سابقا أن البلدان ذات المستويات العالية لنصيب الفرد من **GDP** الحقيقي تتمتع بمعدلات ادخار عالية).

هل يتوقع النموذج أن ينمو الاقتصاد الفقير أسرع من الغني؟ إذا كان لديهما نفس معدل الادخار فإن معدل نمو نصيب الفرد (المسافة بين $sf(k)/k$ و $(n+\delta)$) سيكون أعلى بالنسبة للاقتصاد الفقير ويتحقق $(\dot{k}/k)_{poor} \succ (\dot{k}/k)_{rich}$. مع ذلك، إذا كان البلد الغني يملك معدل ادخار عال كما يظهره الشكل، تتحقق الصيغة $(\dot{k}/k)_{poor} \prec (\dot{k}/k)_{rich}$ ما يعني أن البلد الغني ينمو أسرع من البلد الفقير.[18]

[18] - يُمكن القول أن معدل الادخار المنخفض لاقتصاد فقير ما يعمل فقط على تعويض متوسط الناتج الحدي العالي لرأس المال كمُحدد للنمو الاقتصادي، وبالتالي ينمو البلد الفقير بمعدل أبطأ مقارنة بالبلد الغني.

يتوقع النموذج النيوكلاسيكي أن كل اقتصاد يقترب نحو حالته المستقرة وأن سرعة التقارب ترتبط عكسيا بالمسافة الموجودة مع الحالة المستقرة. بعبارة أخرى، يتوقع النموذج حدوث التقارب المشروط: وجود قيم أولية منخفضة لنصيب الفرد من الناتج الحقيقي يُؤدي لتوليد معدل نمو أعلى بمجرد التحكم في محددات (قيم المعلمات الهيكلية) الحالة المستقرة.

3.2. كيفية إجراء اختبار التقارب المشروط

إن طريقة إجراء اختبار فرضية التقارب المشروط تُشبه لحد كبير فرضية التقارب المطلق، وعادة ما يتم اختباره عن طريق إجراء انحدار بيانات بانيل (بين البلدان أو المناطق). لكن عكس التقارب المطلق، نحتاج التحكم في الخصائص الهيكلية لكل بلد:

التقارب المطلق $\log y_{i,t} - \log y_{i,t=0} = \beta \log y_{i,t=0} + u_i$

التقارب المشروط $\log y_{i,t} - \log y_{i,t=0} = \beta_1 \log y_{i,t=0} + \beta_2 X_{i,t=0} + \eta_i + \eta_t + u_i$

أي نقوم بإدراج مجموعة من المتغيرات المستقلة في الانحدار عند الفترة الأولية والتي تُفسر معدل نمو كل بلد ممثلة بـ$(X_{i,t=0})$–في النموذج النيوكلاسيكي، يشمل المتجه معدل الادخار، معدل الإهتلاك، النمو السكاني ومرونة إنتاج رأس المال.[19]

[19] - يتم في كثير من الأحيان إدراج متغيرات أخرى للمتجه كمستوى التعليم، الانفاق على البنى التحتية وما إلى ذلك على الرغم أنه لا يُوجد ما يُبرر وجودها وفق نموذج Solow-Swan.

نُدرج أيضا التأثير المحدد الخاص لكل بلد (i) (η_i) والذي يلتقط تأثيرات لا يشملها $(X_{i,t=0})$ وتُستخدم كذلك كمتغير تقريبي للحالة المستقرة التي تتقارب عندها مختلف البلدان كتلك المتغيرات غير المشاهدة التي تُعبر عن تغير التكنولوجيا بين البلدان. أخيرا، (η_t) هو متغير يلتقط التأثيرات الزمنية.

هناك طريقة أخرى للتعبير عن هذا الانحدار:

$$\log y_{i,t} = (1+\beta_1)\log y_{i,t=0} + \beta_2 X_{i,t=0} + \eta_i + \eta_t + u_i$$
$$\log y_{i,t} = \pi \log y_{i,t=0} + \beta_2 X_{i,t=0} + \eta_i + \eta_t + u_i$$

حيث $(\pi = 1+\beta)$ و $(1 \prec \pi \prec 0)$. في هذه الحالة، تعني فرضية التقارب المشروط ضمنيا أن $\pi \prec 1$. مع ذلك، يُشير Caselli et al. (1996) أن هذه الانحدارات تُعاني مشكلتين أساسيتين تُؤثران على نتائج الانحدار و التقدير: أولا، هناك علاقة ارتباط موجبة بين (η_i) و $(\log y_{i,t=0})$ تُسبب تقديرا مبالغا فيه للمُقدر (π) و بالتالي تُقلل سرعة التقارب (β_1) (نذكر أن $\beta_1 \in [-1,0]$). ثانيا، هناك مجموعة من المتغيرات (مُمثلة في $(X_{i,t=0})$) تُعاني مشكلة الذاتية مع معدل النمو وتظهر مشكلة عدم تناسق المُقدر. لسوء الحظ، تُعالج بعض الأعمال التجريبية بعض أوجه القصور باستخدام تقنيات تقدير بانيل لكنها لا تُعالج هذان العيبان في آن واحد.

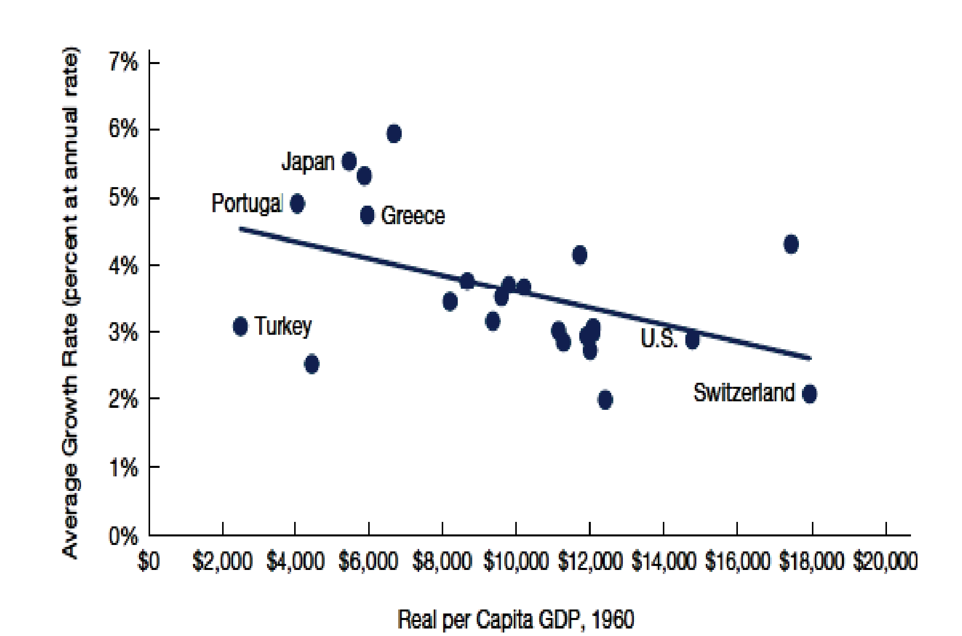
لحل هتان المشكلتان بشكل مُتزامن، يُقدم .Caselli et al (1996) تقديرا ديناميكيا لمُقدرات بيانات بانيل باستخدام طريقة العزوم المُعممة.[20]في هذه الحالة، وجد الباحثون أن معدل التقارب (β_1) يأخذ قيما تدور حول 10 % وأعلى من 2 % المقبولة بشكل عام وفق المُقدرات السابقة التي تم تقليل سرعتها بسبب أوجه القصور المذكورة. حقيقة، تُشير هذه السرعة الأكبر للتقارب أن البلدان تتقرب بحوالي 7 سنوات ونصف بين وضعها الأولي ومستوى حالتها المستقرة (إذا كانت السرعة تتراوح ما بين 2 % و3 ٪ يستغرق الأمر 30 عاما حتى يتمكن البلد من بُلوغ هذه المسافة). ويُمكن تفسير الفروق الكبيرة في مستويات نصيب الفرد من الناتج عبر البلدان بدلالة الفروق الموجودة في قيم نصيب الفرد من الناتج للحالة المستقرة عبر البلدان.

في الوقت الذي ليس هناك تقارب للعالم بأسره، نُلاحظ نمطا مختلفا تماما عندما نُلقي الضوء على بلدان منظمة التعاون والتنمية الاقتصادية OECD: يُظهر الشكل (3 .17) علاقة سلبية معنوية بين متوسط معدل النمو خلال الفترة 1960–2012 ومستوى GDP الفرد عام 1960 بين بلدان OECD. ما يُميز هذه العينة هو التجانس النسبي لبلدان OECD التي تملك مؤسسات، سياسات وشروط أولية مماثلة مقارنة بباقي العالم–ما يدل على إمكانية وجود نوع من التقارب المشروط عند التحكم ببعض

[20] - لأكثر التفاصيل، أنظر ملحق دراسة .Caselli et al (1996).

خصائص البلد والتي من المحتمل أن تُؤثر على النمو الاقتصادي. من جانب آخر، من الملاحظ أيضا أن البلدان التي انطلقت بنصيب فرد مرتفع جدا من الدخل الحقيقي في عام 1960 على غرار سويسرا والولايات المتحدة تُحقق معدلات نمو منخفضة في الفترة 1960–2012، في حين شهدت بلدان أخرى كاليابان، اليونان والبرتغال انطلقت بنصيب الفرد من الدخل الحقيقي منخفض عام 1960 معدلات نمو عالية خلال نفس الفترة أي "كلما اقترب بلد ما من الثراء تباطأت معدلات نموه عبر الزمن".

على هذا الأساس، لا يُوجد أي دليل على تقارب (غير مشروط) في توزيع الدخل العالمي خلال فترة ما بعد الحرب، بل على العكس تماما تُشير الأدلة لوجود قدر من التباعد في الدخل بين البلدان. لكن من جهة أخرى هناك أدلة تُؤيد فرضية التقارب المشروط ما يعني تقلص فجوة الدخل بين البلدان التي تملك نفس الخصائص عبر الزمن. لاحظ أن العديد من البلدان كهايتي بدأت فقيرة جدا وبقيت فقيرة جدا، البعض الآخر كاليابان وكوريا الجنوبية بدأت فقيرة لكنها أصبحت غنية: لابد من وجود شيء آخر يُفسر حركة البلدان نحو نفس الحالة المستقرة، لا ربما الجواب هو أن العديد من الاقتصادات ليست متشابهة وأن هذا الاختلاف في الغالب يتعلق بالفروق الظاهرة في الإنتاجية (التكنولوجيا) التي يتعامل معها النموذج النيوكلاسيكي أنها متطابقة عبر البلدان.



الشكل (17 .3). التقارب المشروط بين بلدان OECD.

3.3. نهج السلاسل الزمنية في فرضية التقارب

بدأت اختبارات التقارب أولا باستخدام منهجية المقطع العرضي تسمح باختبار التقارب بين البلدان أو المناطق و كذا إجراء اختبارات من نوع (β) أو (σ) . بعد ذلك، تم استخدام طريقة بيانات بانيل لإجراء اختبارات التقارب المشروط، وأخيرا استخدمت طريقة السلاسل الزمنية لاختبار التقارب في اقتصاد ما أو بين البلدان. وفق Solow (1970)، يُركز النموذج النيوكلاسيكي على تقارب اقتصاد ما

نحو حالته المستقرة وليس على التقارب بين البلدان. من منظور Solow، أفضل طريقة تُبرهن على اقتراب اقتصاد ما نحو حالته المستقرة هو المنهج الزمني.

داخل بلد ما، يتضمن اختبار التقارب إجراء اختبار جذر الوحدة وفق النموذج التالي:

$$\log y_t = \beta_0 + (1+\beta_1)\log y_{t=1} - \beta_2 gt + u_i$$

يتطلب حدوث التقارب أن يكون $(1+\beta_1)$ أقل من 1، أي $(\beta_1 \prec 0)$. يُمكن القيام أيضا باختبار التقارب بين البلدان باستخدام السلاسل الزمنية و الذي يُشير أن بلدين (i) و (j) يتقاربان مع بعضهما البعض إذا استوفت مستويات نصيب الفرد من الناتج $(y_{i,t}, y_{j,t})$ كلاهما المعادلة التالية:

$$\lim_{k\to\infty} E\left(y_{i,t+k} - ay_{j,t+k} / \Omega_t\right) = 0$$

مع (Ω) تُمثل مجموعة المعلومات المتاحة عند الزمن (t) في البلدين، و التي تعني أنه إذا وُجد بلدين فقط (i) و (j) يتحقق اختبار الفرضية إذا تقاربت مستويات الناتج بين البلدين مع مرور الزمن. مع ذلك، عندما يتعلق الأمر باختبار التقارب بين أكثر من بلدين، هناك حاجة لقيمة مرجعية تُقارن تقارب مستويات الناتج لبلدان أخرى (هذه القيمة المرجعية هي مستوى ناتج البلد الرائد لكن يُمكن استخدام متوسط مستوى الناتج للعينة كقيمة مرجعية). علاوة على ذلك، يسمح هذا النهج باختبار فرضيات التقارب المطلق (عندما تكون المعلمة $(a=1)$) والمشروط (عند $(a \neq 1)$).

3.4. سرعة التقارب

من المهم معرفة سرعة الديناميكية الانتقالية نحو الحالة المستقرة: إذا كان التقارب سريعا، يُمكننا التركيز على سلوك الحالة المستقرة لأنه عادة ما تكون مُعظم الاقتصاديات قريبة من حالتها المستقرة. على العكس، إذا كان التقارب بطيئا تكون الاقتصاديات بعيدة عن حالتها المستقرة وستُهيمن الديناميكيات الانتقالية على تجارب نموها الاقتصادي.

هدفنا الآن التعرف على سرعة اقتراب الاقتصاد نحو حالته المستقرة، أي تحديد حجم سرعة اقتراب (k) من (k^*) و (y) من (y^*). للقيام بذلك، نستعين بنموذج Solow-Swan بتقدم تكنولوجي موسع للعمالة في الزمن المتصل: لدينا دالة الإنتاج و المعادلة الأساسية وفق الآتي:

$$y = Af\left(\tilde{k}\right)$$

و

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = s\frac{f\left(\tilde{k}\right)}{\tilde{k}} - \left(n + g + \delta\right)$$

تُعطى دالة الإنتاج بدلالة نصيب العامل، في حين نعبر عن معدل نمو رأس المال بدلالة نصيب العامل الفعلي. بمفاضلة دالة الإنتاج بدلالة الزمن وقسمتها على (y) نحصل:

$$\frac{\dot{y}}{y} = g + \alpha_k\left(k\right)\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} \qquad (3.\ 25)$$

حيث: $$\alpha_k(k)=\frac{kf'(k)}{f(k)}\in(0,1)$$

تمثّل مرونة دالة الإنتاج $f(\bullet)$. نقوم الآن بتحويل قانون حركية رأس المال حول الحالة المستقرة إلى التقريب الخطي باستخدام توسيع **Taylor** من الدرجة الأولى بالنسبة لـ $(\log k)$ حول قيمة الحالة المستقرة (k^*):[21]

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}\approx\left(s\frac{f(k^*)}{k^*}-(n+g+\delta)\right)+\left(\frac{f'(k^*)k^*}{f(k^*)}-1\right) s\frac{f(k^*)}{k^*}\left(\log k-\log k^*\right) \quad (3.26)$$

بتعويض $\alpha_k(k)$ بما يُساويها و $\left(sf(k^*)/k^*=(n+g+\delta)\right)$ كشرط لاستيفاء الحالة المستقرة، يُمكن تفسير نمو نصيب العامل الفعلي من رأس المال $(\tilde{k})$:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}\approx\left(\alpha_k(k^*)-1\right)(n+g+\delta)\left(\log k-\log k^*\right) \quad (3.27)$$

باستبدال $\left(\dot{\tilde{k}}/\tilde{k}\right)$ بما يُساويها في المعادلة (3.27)، نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من الناتج:

$$\frac{\dot{y}}{y}\approx g-\alpha_k(k^*)\left(1-\alpha_k(k^*)\right)(n+g+\delta)\left(\log k-\log k^*\right) \quad (3.28)$$

وباستخدام توسيع **Taylor** من الدرجة الأولى على $(\log y)$ بدلالة $(\log k)$ حول $(\log k^*)$ نجد:

---

[21] - أُنظر الملحق 3 المخصص لشرح خطوات الحصول على سرعة التقارب وفق طريقة التقريب الخطي.

$$\log y - \log y^* \approx \alpha_k\left(k^*\right)\left(\log k - \log k^*\right)$$

بدمج هذه المعادلة مع سابقتها، نحصل على معادلة التقارب التالية:

$$\frac{\dot{y}}{y} \approx g - \left(1 - \alpha_k\left(k^*\right)\right)\left(n + g + \delta\right)\left(\log y - \log y^*\right) \tag{3.29}$$

تُوضح المعادلة (29. 3) أن مصادر نمو نصيب الفرد من الناتج في نموذج Solow-Swan هما التقدم التكنولوجي (g) والتقارب الذي يُمثل تأثير الفجوة بين المستوى الحالي لنصيب الفرد من الناتج مع مستواه في الحالة المستقرة على معدل تراكم رأس المال (لاحظ أن $1 \succ \alpha_k\left(k^*\right) \succ 0$). بشكل بديهي، عند الحالة المستقرة يُصبح التقدم التكنولوجي المصدر الوحيد للنمو الاقتصادي على المدى الطويل وفق هذه المعادلة.

من خلال المعادلة، يُمكن الحصول على سرعة التقارب (ليكن β) التي تقيس مدى تباطؤ معدل النمو مع ارتفاع مستوى نصيب الفرد من الناتج بمعدل تناسبي:

$$\beta \equiv -\frac{\partial\left(\dot{y}/y\right)}{\partial \log y} \tag{3.30}$$

باشتقاق المعادلة (29. 3) بدلالة $(\log y)$ نحصل على صيغة (β) عند مُجاورة الحالة المستقرة:

$$\beta^* = \left(1 - \alpha_k\left(k^*\right)\right)\left(n + g + \delta\right) \tag{3.31}$$

إذن تُصبح المعادلة (3.29) من الشكل:

$$\frac{\dot{y}}{y} \approx g - \beta^* \left(\log y - \log y^*\right) \qquad (3.32)$$

يُشير (β^*) لمدى سرعة اقتراب نصيب العامل من الناتج في اقتصاد ما (y) نحو قيمته المستقرة (y^*). بدلالة نصيب العامل الفعلي $(g = 0)$، إذا كان $(\beta^* = 0.05)$ سنويا يعني هذا أن 5 % من الفجوة بين $(\tilde{y})$ و $(\tilde{y}^*)$ تتقلص كل سنة، أما نصف مرحلة التقارب (الزمن المستغرق لسد نصف الفجوة) تُساوي حوالي 14 عاما.[22]

لابد من الإشارة أن سرعة التقارب تعتمد على العنصر $(n + g + \delta)$ وعلى مرونة دالة الإنتاج $(\alpha_k(k^*))$، كلا العنصران يلتقطان تأثيرات بديهية: فالعنصر $(n + g + \delta)$ يُحدد المعدل الذي يحتاجه نصيب العامل الفعلي من رأس المال للتجدد- كلما ارتفع معدل التجديد كان حجم الاستثمار في الاقتصاد أكبر وكان هناك ميل أسرع للتعديل. من جانب آخر، كلما كانت مرونة الإنتاج $(\alpha_k(k^*))$ عالية قلَل ذلك عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال ويُبطئ المعدل الذي يُخفض الإنتاجية الحدية والمتوسطة مع زيادة تراكم رأس المال، وتُصبح بذلك سرعة التقارب بطيئة وفي الحالة القصوى

---

22 -المعادلة (3.30) هي معادلة تفاضلية في $(\log \tilde{y})$ ذات الحل التالي:

$$\log \tilde{y}(t) = \left(1 - \ell^{-\beta^* t}\right) \log \tilde{y}^* + \ell^{-\beta^* t} \log \tilde{y}(0)$$

و بالتالي فإن الزمن الذي يستغرقه $(\log \tilde{y})$ ليبلغ نصف المسافة بين $(\log \tilde{y}(0))$ و $(\log \tilde{y}^*)$ يستوفي الشرط التالي $\ell^{-\beta^* t} = 1/2$ و عليه نصف المرحلة هي: $t = \log 2 / \beta^* \approx 0.69 / \beta^*$. إذا كان $\beta^* = 0.05$ سنويا، فإن نصف المرحلة هي 14 عاما.

أين $\left(\alpha_k\left(k^*\right)=1\right)$ يأخذ الاقتصاد شكل AK وبالتالي لا يُوجد تقارب كما سنراه لاحقا.

3.4.1. معادلة التقارب وفق دالة Cobb-Douglas

لدينا دالة إنتاج Cobb-Douglas من الشكل:

$$Y=K^{\alpha}\left(AL\right)^{1-\alpha}$$

هذا يعني أن $y=A\tilde{k}^{\alpha}$ (كما أشرنا سابقا $\alpha_k\left(k\right)=\alpha$)، و عليه تُصبح المعادلة (3.29) من الشكل:

$$\frac{\dot{y}}{y}\approx g-\left(1-\alpha\right)\left(n+g+\delta\right)\left(\log y-\log y^*\right) \tag{3. 33}$$

لمعرفة الآثار الكمية للمعادلة (3.33) نضع قيما مرجعية للمعلمات: تُعطى $\left(g\approx 0.02\right)$ حوالي 2 % سنويا لمعدل نمو نصيب الفرد من الناتج مُساو التقدم التكنولوجي؛ $\left(n\approx 0.01\right)$ حوالي 1 %سنويا كنمو سكاني و $\left(\delta=0.05\right)$ حوالي 5 % سنويا كاهتلاك لمخزون الهياكل و المعدات. كما رأينا سابقا، تتحدد سرعة التقارب $\left(\beta^*\right)$ وفق قيم هذه المعلمات إلى جانب معلمة حصة رأس المال $\left(\alpha\right)$-تُعطى الحصة المعيارية للدخل المتراكم حسب المفهوم الضيق لرأس المال (الهياكل والمعدات) بحوالي $1/3$ (أنظر: Dennison, 1962 ; Maddison, 1982 ; Jorgensen et al.1987).

وفق هذه القيم، تُشير المعادلة (3.33) أن معامل التقارب عند مجاورة $\left(\log y\right)$ لـ $\left(\log y^*\right)$ يُقدر بحوالي 0.054($\approx 0.67\times 0.08$)-تُمثل هذه القيمة معدل تقارب

سريع جدا ما يعني أن فجوة الدخل بين بلدين يتشابهان في قيم المعلمات الهيكلية تتقلص بسرعة. وعلى أساس هذه الأرقام، ينبغي أن تتقلص الفجوة بين بلدين إلى النصف في غضون 12 عاما.

3.5. الجدل التجريبي حول التقارب

بدأ الجدل التجريبي حول صحة فرضية التقارب مع عمل Baumol (1986) الذي استخدم بيانات عينة مقدمة من قبل المؤرخ الاقتصادي Angus Maddison (1982)، ليُؤكد Baumol تحقق التقارب المطلق بين مجموعة تتكون من 16 بلدا صناعيا في الفترة 1870–1979، كما وجدت الدراسة دليلا على وجود تقارب مطلق بين البلدان الأقل تقدما.

لاحقا، أشار De Long (1988) أن نتائج Baumol (1986) التي تُدعم فرضية التقارب المطلق تُعاني "مشكلة التحيز" لأن العينة المستخدمة من بيانات Maddison لا تتضمن سوى الاقتصاديات الصناعية في نهاية فترة الدراسة. وعلى هذا الأساس، تم التحقق من فرضية التقارب لعينة من البلدان تم اختيارها على أساس نموها المرتفع بين عامي 1870–1979. بالإضافة إلى ذلك، تم استبعاد بعض البلدان التي تتمتع بآفاق نمو جديدة في السنة الأولى من التحليل: إذا اعتبر Baumol (1986) بلدانا (كإيرلندا، البرتغال واسبانيا...) عام 1870 أنها في وضعية التقارب سيتم رفض فرضية التقارب لأنه في السنوات اللاحقة شهدت هذه البلدان تخلفا وراء

الاقتصاديات الرائدة. وبالمثل، يُقدم De Long (1988) عينة تتكون من 99 بلدا خلال الفترة 1960-1985 ورفض فرضية التقارب المطلق.

إن التخلص من فرضية التقارب المطلق ولد شكوكا حول نموذج Solow، حيث لم تتحقق أي من استنتاجاته الرئيسية، ومع ذلك يبدو أن نموذج Solow تنبأ بالنسخة المشروطة للتقارب وليس بالنسخة المطلقة. حتى Solow في كتابه "نظرية النموGrowth Theory" (1970) يذكر صراحة أن الحقائق المجردة (المشار إليها في الفصل الأول) المستخدمة في إجراء المقارنات لم تكن ضمن اهتماماته الرئيسية، و أن عمله ركز بشكل كبير على مسار المتغيرات في إطار اقتصاد ما. في بحثه، يعمل اختبار التقارب المطلق على التحقق فيما إذا كان معدل نمو بلد ما من فترة لأخرى يرتبط عكسيا بالمستوى الابتدائي لنصيب الفرد من الناتج. ووفق Solow، يتطلب إجراء اختبار التقارب المشروط التحكم في الاختلافات الموجودة في معدل الادخار والنمو السكاني بين البلدان. بهذه الطريقة، يتم التخلص من تأثير المعلمات المختلفة لكل اقتصاد على معدل النمو واجراء اختبار مماثل على فرضية التقارب المشروط.

وُجهت الأعمال اللاحقة نحو التحقيق التجريبي لفرضية التقارب المشروط، وتم تطوير توافق نسبي حول صحة هذه الفرضية حتى أمكن تقدير سرعة تقارب

تلك البلدان بدلالة مستوى نصيب الفرد من GDP في الحالة المستقرة من 2 إلى 3 % سنويا (Barro and Sala-i-Martin 1994).[23]

من بين الأعمال الرئيسية التي تُؤكد صحة فرضية التقارب المشروط نذكر دراسة .Mankiw et al (1992) و Barro and Sala-i-Martin (1991,1992) التي استخدمت بيانات Heston and Summer (1991) بعدما تم كشف مشاكل التحيز في اختيار البلدان على أساس قاعدة بيانات Maddison (1982).

قامت دراسة .Mankiw et al (1992) بتحليل تقارب عينة تتكون من 75 بلدا خلال الفترة 1960–1985، لتكشف الدراسة وجود علاقة عكسية بين متوسط معدل النمو ونصيب الفرد من الناتج لعام 1960 وتتحقق صحة فرضية التقارب تجريبيا لهذه البلدان. كما وجد الباحثون عدم تحقق فرضية التقارب المطلق وعدم وجود علاقة واضحة بين معدل النمو والمستوى الابتدائي لنصيب الفرد من الدخل.

إذا تم التخلص من تأثيرات المعلمات المختلفة (معدل الادخار والنمو السكاني) على معدل نمو البلدان، هناك أدلة على وجود التقارب (المشروط) أي أن فرضية التقارب المشروط تم التأكد من صحتها لأنه بعد السيطرة على اختلاف المعلمات بين البلدان ستنمو أفقر البلدان أسرع من أغنى البلدان. وبالمثل، وجد الباحثون إذا تم

---

[23] - للمزيد من التفاصيل حول مراجعة أدبيات التقارب، أنظر إلى:

Caselli, F. Esquivel, G. and Lefort ,F. (1996).**Reopening the Convergence Debate : a New Look at Cross-country Growth empirics**. *Journal of Economic Growth* 1 :363-390.

التحكم في اختلافات مستويات رأس المال البشري بين بلدان العينة، تُصبح فرضية التقارب المشروط مدعومة أكثر من قبل الأدلة التجريبية.

من ناحية أخرى، يُؤكد Barro and Sala-i-Martin (1992) في دراسة تضمنت 48 ولاية متجاورة في الولايات المتحدة خلال الفترة 1980–1988 و22 بلدا ينتمي لـ OECD خلال الفترة 1960–1985 على صحة فرضية التقارب المطلق، موضحين أن هذه الاقتصاديات مُتشابهة من حيث التكنولوجيا ومعدلات الادخار ولا تختلف مستويات نصيب الفرد من الناتج في الحالة المستقرة تقريبا بين هذه الولايات أو بلدان OECD، لذلك يكون التقارب المطلق والمشروط في هذا الحالة متطابقين.

أيضا، وجد Barro and Sala-i-Martin (1991) دليل حدوث تقارب مطلق بين مناطق فرنسا وبين محافظات اليابان، ومع ذلك في عينة تتكون من 98 بلدا مختلف من حيث مستوى التنمية خلال الفترة 1960–1985(نفس العينة المستخدمة من قبل Mankiw et al. (1992)) وجد Barro and Sala-i-Martin (1991) تقاربا مشروطا فقط.

من جانب آخر، يرى Galor (1996: 1057) ارتباط صحة فرضية التقارب المشروط في النموذج النيوكلاسيكي بشكل وثيق بفكرة سير الاقتصاديات نحو حالة مستقرة في مسار توازني عالمي واحد، لكن إذا كانت الأنظمة الديناميكية في النموذج

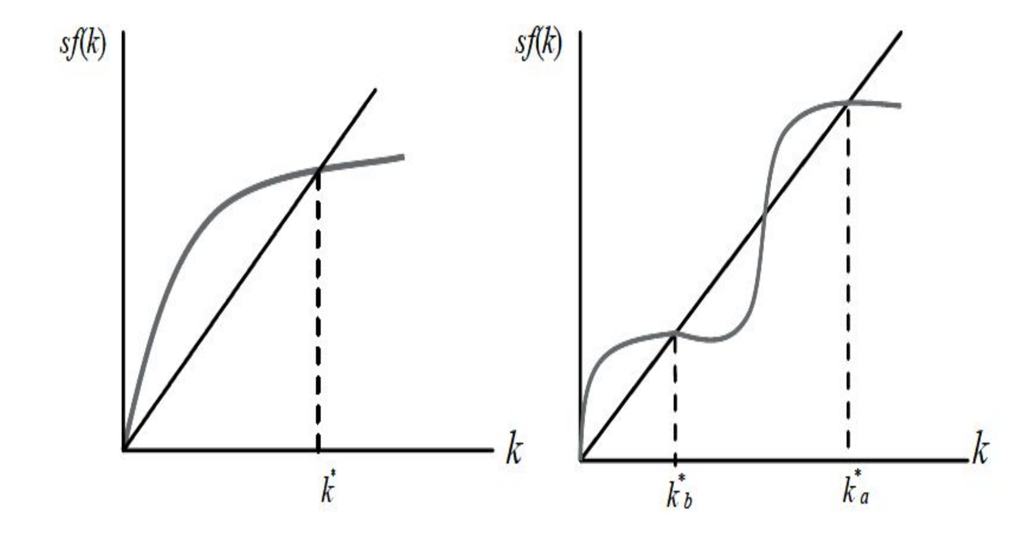
في حالة مستقرة ذات مسارات توازنية متعددة، سنتعامل مع فرضية "التقارب المشروط للنوادي". وتُشير هذه الفرضية أن البلدان ذات الخصائص الهيكلية المتشابهة ستتقارب نحو نفس مستوى نصيب الفرد من الناتج في الحالة المستقرة إذا انطلقت من نفس المستوى الابتدائي لنصيب الفرد من الناتج، أما إذا انطلقت البلدان من مستويات ابتدائية مختلفة لنصيب الفرد من الناتج حتى وإن امتلكت نفس المعلمات، فمن المرجح أن تتقارب البلدان ذات مستوى ابتدائي منخفض لنصيب الفرد من GDP نحو مستوى منخفض في الحالة المستقرة.

في النموذج النيوكلاسيكي ذات قطاع واحد، تتميز دالة الإنتاج ودالة الادخار بدلالة نصيب العامل أنها مقعرة في (k)، وتتميز الحالة المستقرة بتوازن مستقر وحيد. مع ذلك، إذا تضمن النموذج عناصر غير متجانسة سيختلف معدل الادخار المشتق من أجور العمال عن معدل الادخار المشتق من أرباح الرأسماليين، لذلك لن تُصبح دالة الادخار مقعرة تماما. على ذلك، يُمكن أن تتميز الحالة المستقرة بتوازنات مستقرة متعددة، أي يُمكن للاقتصاد بُلوغ حالات مستقرة متعددة.

يُظهر الشكل (18. 3) دالتان مختلفتان للادخار، ويتم عرض دالة الإنتاج النيوكلاسيكية التقليدية في الجانب الأيسر من الصورة التي تُظهر حالة مستقرة بتوازن وحيد. في هذا النموذج، تتحقق فرضية التقارب المشروط-أي أنها تُثبت فرضية

تقارب اقتصاديات تتشارك نفس المعايير الأساسية بمخزون من رأس المال للفرد على المدى الطويل عند مستوى الحالة المستقرة (k^*).

على يمين البيان، تتميز دالة الادخار بحالتين من التوازن: في هذه الحالة تتحقق فرضية التقارب المشروط للنوادي والتي تعني إذا وُجدت اقتصاديات تتشارك نفس المعلمات الأساسية لكنها تختلف فقط في المستويات الابتدائية لنصيب الفرد من الناتج ورأس المال فإنها ستتقارب نحو مستويات مختلفة من نصيب الفرد من الناتج ورأس المال عند الحالة المستقرة. إذا افترضنا نفس المعلمات لمجموعة من البلدان ستتقارب البلدان التي تنطلق بمستويات منخفضة لنصيب الفرد من GDP و رأس المال عند (k_B^*)بمستوى أصغر من(k_A^*)أين تتمتع البلدان بمستوى ابتدائي أعلى من نصيب الفرد من GDP ورأس المال، و بالتالي تنص فرضية تقارب النوادي ضمنيا أنه رغم وجود مجموعة من البلدان تتميز بخصائص هيكلية مشابهة، إلا أنها ستسلك مسارات توازنية مختلفة بناءا على المستويات الابتدائية لنصيب الفرد من الناتج التي تنطلق منها، و عليه يظهر هناك ميل نحو القطبية.



الشكل (3 .18). التوازن الوحيد مقابل التوازنات المتعددة.

يُشير عمل Galor (1996) لوجود أدلة تدعم فرضية التقارب المشروط للنوادي في النماذج النيوكلاسيكية التي تتضمن عناصر جديدة كرأس المال البشري، عدم المساواة في توزيع الدخل، عيوب في أسواق المال وغيرها. مع ذلك، ورغم الدعم التجريبي لفرضية التقارب المشروط (في نسخته العالمية أو النوادي) يجب أن نأخذ بعين الاعتبار أن نجاح عملية النمو الاقتصادي تعتمد أيضا على العوامل الاجتماعية والسياسية (غير الاقتصادية). إذا تحققت صحة فرضية التقارب فإن مشكلة التخلف الاقتصادي التي تعاني منها العديد من البلدان لن تُمثل سوى مشكلة مؤقتة لأنه سيتم على المدى الطويل نقل التكنولوجيا إليها ونشرها للسماح بحدوث تقارب بين هذه

البلدان ذات المخزون المنخفض من نصيب الفرد من رأس المال نحو مستوياتها في الاقتصاديات الرائدة، لكن التخلف الاقتصادي قائم على ما يسمى "فسيولوجيا اجتماعية-اقتصادية" و التي تعني أشكالا محددة من العلاقة بين الاقتصاد و المجتمع و السياسة، و لذلك لا يُمكن لعملية التنمية أن تعتمد حصرا على العوامل الاقتصادية و التكنولوجية.

تم العمل على مسألة التقارب بشكل كبير في أدبيات النمو ليس فقط بسبب الاهتمام الذي يُثيره الموضوع نفسه، لكنه أيضا لأنه يسمح بالتحقق تجريبيا من الآثار المترتبة للنماذج النظرية وتحليل صحتها في الواقع العملي. كما رأينا، في النموذج النيوكلاسيكي يُؤدي افتراض عوائد الحجم المتناقصة لصياغة فرضية التقارب، من ناحية أخرى تُظهر نماذج النمو الداخلي التي سيتم التطرق إليها لاحقا كبديل عن أوجه القصور في النموذج النيوكلاسيكي حقيقتين أساسيتين: يحدث نمو نصيب الفرد من الناتج دون افتراض تقدم تكنولوجي خارجي التحديد وعدم حدوث تقارب بين البلدان.

4. السياسة الاقتصادية وفق نموذج Solow-Swan

تعتمد مستويات (k) و (y) في الحالة المستقرة على عدد من المعلمات: إذا كان معدل الادخار (s) كبيرا أو معدل النمو السكاني (n) صغيرا، ستكون أحجام (k) و (y) في الحالة المستقرة أكبر، لكن في نهاية المطاف سيؤول معدل نمو نصيب العامل من الناتج نحو الصفر بمجرد بلوغه الحالة المستقرة الجديدة في غياب التقدم التكنولوجي. في هذه الحالة، تتمثل المتغيرات الخارجية التي تُؤثر على نمو ومستوى نصيب الفرد من الناتج في:

- زيادة معدلات الادخار.
- التحكم في نمو العمالة.
- التقدم التقني.

لابد أن نؤكد أن النموذج النيوكلاسيكي للنمو الاقتصادي يهتم بشكل أكبر بالخيارات التي يقوم بها أصحاب رؤوس الأموال، المنتجون والعمال في الاقتصاد طالما أن التكنولوجيا التي يُولدها المنتجون تتميز بعوائد الحجم الثابتة وطالما أيضا أن المنتجون يعملون في إطار أسواق تنافسية للسلع والمدخلات، فإن الاقتصاد سيُحقق نموا أمثليا ويتحقق مستوى التوظيف الكامل المستمر دون الحاجة لتدخل الحكومة. في الواقع، سيُدرك الأفراد (الذين يهتمون بالمستقبل ويعملون في أسواق مثالية) بشكل صحيح الحوافز وراء القيام بالادخار والاستثمار، وبالتالي لا تُوجد حاجة لاستخدام

سياسة حكومية تُشجع المزيد من الاستثمار أو الإنتاج. في الواقع من خلال تشويه حوافز استخدام العوامل والاستثمار من المرجح أن يضر التدخل الحكومي بالنمو الاقتصادي أكثر من مساعدته، وعليه يرى هذا النموذج أن مفتاح تسريع النمو هو إبقاء الحكومة خارج دائرة الإنتاج، الحد من تدخل الحكومة في الأسواق وتقليل الجهود الحكومية لحماية قطاعات محددة من المنافسة الدولية.

لكن مع ذلك، تتدخل الحكومات في الاقتصاد لسبب أو لآخر: رغم الاعتقاد السائد بأن السوق هو أفضل آلية لتخصيص الموارد بكفاءة، فمن الواضح أن هذه العملية لا تحدث في كثير من الأحيان لأسباب تعرف بـ "فشل السوق Market Failure"، لذا نعتقد أن هناك أسبابا وجيهة و منطقية لتدخل الحكومة في تهيئة البيئة التي يُمكن أن تعمل الأسواق من خلالها بكفاءة -عملية تخصيص الموارد و الإنتاج في الاقتصاد و رفع مستواه مقارنة بالعمليات الطبيعية (اليد الخفية)، على أن يكون هذا التدخل انتقائيا فقط في المجالات التي يكون فيها السوق غير فعالا.[24]

على سبيل المثال، بالنسبة لمعظم البلدان ذات الدخل المنخفض وعلى افتراض وجود حالات ابتكار محلي محدود لعدد من الصناعات المحددة، ربما يُصبح أكثر فعالية

---

24 - تُعبر فكرة "فشل السوق" عن عدم قدرة السوق على تحقيق المنافع النظرية بسبب وجود عيوب في السوق كالسلطة الاحتكارية، افتقار تنقل العوامل، تأثيرات خارجية قوية، مشاكل التنسيق ونقص المعلومات. لذلك، وجود اخفاق في السوق يُوفر في كثير من الأحيان مبررا لتدخل الحكومة لتغيير عمل السوق الحرة.

(من ناحية التكلفة) بالنسبة لأصحاب المشاريع الحصول على الجزء الأكبر من التكنولوجيا الجديدة المُوجهة لعملية الإنتاج من بلدان أخرى أكثر تقدما (إحدى منافع العولمة) وتكييفها مع المتطلبات المحلية.

تعتمد رغبة رواد الأعمال للقيام بمثل هذه الاستثمارات على عدد من العوامل التي يُمكن للحكومة التأثير فيها: يُمَكّن الاستثمار في التعليم (التحسينات في نوعية القوى العاملة) شركات البلدان النامية الاستفادة بشكل أفضل من التكنولوجيات المستوردة. من جانب آخر، قد تُحفز استثمارات البنية التحتية المادية تبني التكنولوجيا عبر ربط الشركات بالأسواق بشكل أفضل، كما يُوفر الإطار المؤسسي الجيد عبر حماية حقوق الملكية وتوسيع نطاق سيادة القانون حوافز قوية للشركات من أجل الاستثمار في تحسين إنتاجيتها.

إن السياسات التي تهدف لتحفيز النمو الاقتصادي لابد أن تستهدف أيضا زيادة معدلات الادخار، مع ذلك على الرغم أن زيادة حجم الادخار يرفع من كثافة رأس المال ونصيب الفرد من الناتج إلا أنه لا يعمل على رفع معدل نمو نصيب الفرد من GDP على المدى الطويل، وبالتالي تُمارس زيادة معدلات الادخار تأثيرات مؤقتة على النمو. تُعتبر هذه الحالة إحدى نقاط الخلاف بين نموذج Solow-Swan ونموذج Harrod-Domar، لأنه بالنسبة لهذا الأخير يُعتبر الادخار محددا لمعدل النمو على المدى الطويل، لكن لابد من التأكيد على أهمية السياسات الجبائية، أنماط التقاعد،

تطور الأسواق المالية والاختلافات الثقافية في تفسير فروق معدلات الاستثمار (الادخار) عبر البلدان. أضف إلى ذلك، يُمكن لسياسات الاستقرار أن تلعب دورا أساسيا: ليس من المستغرب أن يميل معدل الادخار والاستثمار للانخفاض في بلدان تُعاني صراعات داخلية، حروبا أهلية وثورات كما أنه يميل للانخفاض أيضا في بلدان تُعاني مؤسسات سياسية سيئة (مقاسة بتقديرات الفساد الرسمي).

من جانب آخر، كلما انخفض معدل نمو العمالة ارتفع مستوى نصيب الفرد من الناتج، لذا يرى نموذج Solow-Swan أنه بالأهمية بمكان تطبيق سياسات تخطيط الأسرة (خفض معدلات الخصوبة، تنظيم المواليد وتوسيع فرص توظيف المرأة) خصوصا في بلدان تتميز بمعدل ولادات مرتفعة. على نفس المسعى، اتبعت الصين سياسة شمولية تسمح بإنجاب طفل واحد لزوجين: هذه السياسة من شأنها أن تُخفض النمو السكاني، وإذا كان Solow-Swan محقا سترفع نصيب الفرد من الدخل على المدى الطويل.

5. حدود نموذج Solow-Swan

رغم أن نموذج Solow-Swan أكثر تعقيدا من نموذج Harrod-Domar إلا أنه أداة تحليلية أكثر قوة لفهم عملية النمو الاقتصادي. قُدم هذا النموذج كبديل عن نموذج Harrod-Domar يُؤكد على توازن حافة السكين في النظام الاقتصادي على المدى الطويل والُمحدد وفق معايير أساسية كمعدل الادخار، نسبة رأس المال إلى الناتج ومعدل النمو السكاني: إذا انزلقت هذه المعلمات ولو قليلا عن مركز التوازن، ستُكون العواقب إما بطالة متزايدة أو تضخم مزمن. بمصطلحات Harrod، يحدث التوازن عند تعادل (g_w) (يعتمد على عادات الاستثمار و الادخار لدى الأسر و الشركات) و (g_n) (يعتمد في غياب التقدم التكنولوجي على زيادة القوى العاملة). وفق Solow، ينبثق هذا التوازن الدقيق بين (g_w) و (g_n) من الافتراض الصارم للنسب الثابتة لعوامل الإنتاج حيث لا تُوجد إمكانية لإحلال العمالة برأس المال، و إذا تم التخلي عن هذا الافتراض سيختفي توازن حافة السكين بين (g_w) و (g_n). لذلك، تم بناء نموذج نمو على المدى الطويل يسمح بوجود مرونة أكبر لنسب العوامل في عملية الإنتاج.

يُدرج نموذج Solow-Swan كل العناصر الرئيسية كأي نموذج للاقتصاد الكلي الحديث: دالة الإنتاج تتحدد وفق رأس المال والعمل، معادلة تراكم رأس المال تُوضح كيف يُؤدي استمرار الاستهلاك الحالي إلى رفع مخزون رأس المال في المستقبل.

لقد كان Solow وSwan رائدين في بناء النموذج النيوكلاسيكي الأساسي للنمو رغم احتفاظهما ببعض السمات الرئيسية لنموذج Harrod-Domar كدالة ادخار تناسبية ومعدل نمو معين للقوى العاملة والتأكيد على الدور المهم لتراكم العوامل والادخار. لكن مع ذلك، سمح اعتماد نموذج Solow-Swan على دالة الإنتاج النيوكلاسيكية في تحليل عملية النمو بإمكانية إحلال بين العمل ورأس المال ما مَكن عملية النمو بالتكيف، كما أن تبني افتراض عوائد الحجم المتناقصة للناتج الحدي لرأس المال يُضفي طابعا من الدقة والواقعية على النموذج لأن النموذج النيوكلاسيكي يٌميز بين المستوى الحالي لنصيب الفرد من الدخل عن مستواه في الحالة المستقرة ويٌركز الاهتمام على مسار الديناميكية الانتقالية نحو الحالة المستقرة.

يٌقدم هذا النموذج رؤى قوية حول العلاقة الموجودة بين الادخار/ الاستثمار، النمو السكاني والتغير التكنولوجي في تأثيرها على مستوى ونمو نصيب الفرد من الدخل على المدى الطويل. ولعل أهم نقاط قوة نموذج Solow-Swan تكمن في جانبين اثنين: أولا، تٌوفر نظرية تٌحدد مدى ثراء بلد ما على المدى الطويل (في الحالة المستقرة). كما رأينا سابقا، تٌصبح البلدان غنية إذا تمتعت بمعدلات ادخار/ استثمار مرتفعة، مستوى تكنولوجيا عالية ومعدل اهتلاك ونمو سكاني منخفض وبالتالي يٌمكن شرح فروق مستويات نصيب الفرد من الدخل عبر البلدان بناءا على الفروق الحاصلة في قيم هذه المعلمات الهيكلية وفق نموذج Solow-Swan.

ثانيا، من خلال مبدأ الديناميكية الانتقالية يُساعدنا نموذج Solow-Swan على فهم فروق معدل النمو عبر البلدان: كلما كان بلد ما تحت مستوى الحالة المستقرة زادت سرعة نموه الاقتصادي–في الواقع نمت الصين، ايرلندا وكوريا الجنوبية بسرعة بين عامي 1960 و2010 لأن محددات نصيب الفرد من الدخل (معدل الادخار) قد ارتفعت.

جنبا إلى جنب مع هذه المزايا، هناك ثلاث نقاط ضعف أساسية في نموذج Solow-Swan: أولا، تُؤكد هذه النظرية على الاستثمار في رأس المال المادي (محددة بمعدلات الادخار) كآلية رئيسية لتوليد معدلات النمو، لكن التحليل الكمي أظهر أن فروق معدلات الاستثمار/ الادخار تُفسر جزءا بسيطا جدا في الدخل عبر البلدان. بدلا من ذلك، تَظهر الاختلافات في التكنولوجيا (بواقي محاسبة النمو) أكثر أهمية في توضيح الفروق الموجودة في الدخل مما تم تأكيده في نموذج Solow-Swan (أنظر الجدول (3.1)).

ثانيا، لماذا تختلف مستويات الناتج ومعدلات الادخار؟ إذا كانت إحدى الأسباب المباشرة لزيادة النمو هي رفع معدل الاستثمار، فإن نموذج Solow-Swan لا يُفسر لماذا ارتفع معدل الاستثمار في سنغافورة دون كينيا. أو بعبارة أخرى، إحدى أهم نقاط ضعف نموذج النمو النيوكلاسيكي أنه يعتبر معدل الادخار/ الاستثمار معلمة محددة خارجيا والتي تفتقر بوضوح لأسس الاقتصاد الجزئي التي تقوم بنمذجة

قرارات الأعوان الاقتصاديين الهادفة لتحسين منفعتهم عن طريق قاعدة أمثلية الاستهلاك وبالتبعية اشتقاق مستوى الادخار.[25]

وربما نقطة الضعف الأكثر شيوعا في نموذج Solow-Swan أنه لا يُقدم نظرية للنمو على المدى الطويل. كنا نعتقد سابقا أن الآلية التي يُؤدي بها معدل الادخار للاستثمار في الحواسيب، المصانع والآلات ستكون بمثابة محرك للنمو على المدى الطويل، لكن في ظل فرضية عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال في دالة الإنتاج لا يُمكن المحافظة على النمو مع تراكم رأس المال (مع انخفاض الناتج الحدي لرأس المال، لا يعمل الناتج الإضافي لرأس المال الناتج عن الاستثمار إلا لتجديد التآكل الحاصل عن الاهتلاك)، وبالتالي يتوقف النمو عند هذه النقطة في نموذج Solow-Swan.

لمواجهة هذه الصعوبة، اضطر Solow (1956) لتحديد نمو الإنتاجية (التقدم التكنولوجي) كعامل خارجي (أي يتم تحديده بشكل مستقل عن جميع المتغيرات والمعايير المُحددة في النموذج) لتفسير استمرار النمو على المدى الطويل اتساقا مع

[25] - بدون تحديد تفضيلات الأعوان، من الصعب قول الكثير حول الآثار المعيارية للنموذج من حيث صلتها بالسياسة الاقتصادية. من جانب آخر، بما أن هذا النموذج يَسكنه أسرة نموذجية واحدة تعيش للأبد، فليس من الممكن معالجة القضايا المتعلقة بالتحويلات بين الأجيال (كأنظمة الضمان الاجتماعي التي في الواقع عبارة عن نقل الموارد من الشباب إلى الكبار). على هذا الأساس، قامت الأدبيات الاقتصادية لاحقا بتوسيع نموذج Solow-Swan والتعامل مع هذه القضايا بإدماج معدل الادخار في النموذج كمتغير ذاتي كما سنتطرق إليه في الفصول المقبلة.

الحقائق التجريبية للعالم على مدى القرنيين الماضيين. لم يُوضح النموذج بالضبط كيف يحدث التقدم التكنولوجي أو كيف بإمكانه أن يُؤثر على عملية النمو. بهذا المعنى، أُطلق على نمو الإنتاجية (التقدم التكنولوجي) مصطلح "المن من السماء" في نموذج Solow-Swan كتعبير مناسب لفهم الدور النظري للتغير التكنولوجي. لكن من الناحية العملية، يحتاج صانعو السياسة معرفة مصادر هذا "المن" أو كيفية الحصول على التكنولوجيا الجديدة وتفعيل مساهمتها المحتملة في رفع الإنتاجية.[26]

[26] - تم الاعتراف منذ فترة طويلة بصعوبة قياس "دالة إنتاج التكنولوجيا"، إلى جانب صعوبة تحديد مصادره. جزء من هذه الصعوبة يتمثل في طابع التكنولوجيا متعدد الأبعاد: فالتكنولوجيا في حد ذاتها غير متجانسة فبعضها تخلق نتيجة البحث المتعمد، في حين تولد تكنولوجيا أخرى عن طريق الصدفة. لمواجهة هذه الصعوبات، اضطر Solow (1956) لنمذجة التقدم التكنولوجي أنها خارجية المنشأ لكنها لا تعكس الواقع: فالواقع يشير أنه كلما زاد عدد الأشخاص الذين يبحثون عن الأفكار الجديدة زاد احتمال اكتشافها: هذا صحيح إذا كان البحث مقصودا (متعمدا) كما هو الحال عند القيام بأنشطة R&D، أو كان نتيجة ثانوية لعملية الإنتاج نفسها كما هو الحال عند التعلم بالممارسة. في الواقع، يُؤدي إنتاج التكنولوجيا الجديدة دورا أساسيا في فهم النمو الاقتصادي الحديث (أنظر على سبيل المثال: (Romer,1990 ;Grossman and Helpman,1991 ;Aghion and Howitt , 1992).

الفصل الرابع

النمو النيوكلاسيكي ثنائي القطاع: نموذج Uzawa

في الفصول السابقة، تم تعامل مع نماذج Harrod-Domar وSolow-Swan كنماذج نمو اقتصادي أحادية القطاع One Sector Models تُبنى على الفرضية القائلة بأن الاقتصاد يُنتج سلعة متجانسة واحدة وفقط. وقد تم تفسير اعتماد هذه النماذج على هذه الفرضية الحاسمة بطريقتين: أولا، افتراض أن لهذه السلعة أغراض (استخدامات) متعددة حيث يُمكن استهلاكها أو مراكمتها على شكل رأس مال أو كلاهما في آن واحد على حد سواء. لكن بالنسبة لاقتصاد صناعي متقدم، هذا الافتراض مبسط للغاية لا يعكس واقع وطبيعة هذا الاقتصاد، لكن يُمكن اعتماده أكثر وبشكل طبيعي في تحليل اقتصاد يعيش مرحلة ما قبل التصنيع أو قائم على الزراعة: تُستهلك المنتجات الزراعية (كغذاء وملابس) وتُستثمر في الإنتاج المستقبلي (أي إعادة إنتاجها) وتُشكل الأصناف الأخرى لرأس المال التي لا تُستهلك (الآلات والمباني...) غير المهمة كفاية ويتم إهمالها. وهكذا أوضح عدد من الباحثين اعتمادهم على نماذج أحادية القطاع بإعطاء مثال "الذرى" الذي يتم إنتاجه بواسطة العمالة

والذرى (على شكل بذور) من أجل الاستهلاك (كغذاء) والاستثمار (كبذور). في هذا الجانب، قدم James Meade (6: 1962) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1977) نموذجا يحكي قصة مشابهة: "**يُنتج الاقتصاد أبقارا تُؤكل كلحوم أو تُستخدم كأدوات لإنتاج المزيد من الأبقار**". لكن مع ذلك، لا تصب النظرية الحديثة للنمو اهتمامها على تحليل الاقتصاديات ذات الطابع الزراعي أو ما قبل الصناعي.

التفسير الثاني أن هناك سلعا عديدة مختلفة تُنتج وفق تكنولوجيا متماثلة أو موحدة: قد تكون السلع الرأسمالية والاستهلاكية متمايزة ماديا لكنها قابلة للإحلال بشكل تام. يُشير Meade (71: 1962) لهذه النقطة بالقول:

"**تكون دوال إنتاج سلعتين متشابهتين إذا كانت أسعارها في ظل المنافسة الكاملة وتنقل العوامل دائما متساوية في وضعية التوازن، ويمُكن في الواقع تجميعها دون الإشارة للأسعار النسبية والنظر إليها أنها سلعة واحدة**".

على هذا الأساس، يتم التخلي عن فرضية إنتاج سلعة واحدة في هذا الفصل، حيث يُفترض أن ينتج الاقتصاد سلعتين متمايزتين (استهلاكية ورأسمالية) في "قطاعين منفصلين" يعتمدان على تكنولوجيات (دوال)إنتاج مختلفة وهناك سلعتان فقط يتم تجميعها وفق أسعارهما النسبية. من جانب آخر، يتم الابقاء على افتراض عاملي إنتاج متجانسين–رأس المال (يُنتَج في قطاع السلعة الرأسمالية) والعمالة (تتزايد بمعدل خارجي ثابت). هنا يُمكن ملاحظة أن التمييز القائم بين القطاعين يتم على أساس

افتراض وجود اختلاف التكنولوجيا المستخدمة في عملية الإنتاج بالشكل الذي يتفق مع التمييز الحاصل بين السلعة الرأسمالية والاستهلاكية بدلالة استخداماتها النهائية المختلفة ومصادر الطلب عليها المختلفة أيضا.

للتبسيط، يُقدم Hicks (1965: 138) مثالا على هذا النوع من النماذج يفترض فيه أن السلعة الاستهلاكية هي "الذرى" والسلعة الرأسمالية هي "الجرار"، يتم في إحدى القطاعين إنتاج الذرى باستخدام الجرارات واليد العاملة، في حين تُنتج الجرارات في قطاع منفصل باستخدام "الجرارات" واليد العاملة.[1] وبالتالي، يُوجد قطاعين في الاقتصاد: قطاع الزراعة (الاستهلاكي) لإنتاج الذرى وقطاع الآلات (الاستثماري) لإنتاج الجرارات.

لابد من الإشارة أن هذا النوع من النماذج يزيد درجة التعقيدات "الغائبة" عن عالم ينتج سلعة واحدة ويُعتبر مفيدا جدا خاصة إذا ما اعتبرناه خطوة متقدمة لبناء نظرية النمو متعدد القطاعات. إحدى تلك التعقيدات الواضحة (التي تزيد درجة الواقعية) هو إدراج تكنولوجيا متمايزة تصف إمكانية حدوث تغير في توزيع الإنتاج بين القطاعات كبُعد جديد تُبرز المرونة المحتملة لنسب عوامل الإنتاج في الاقتصاد

---

[1] - واجه هذا المثال الذي قدمه Hicks انتقادات عديدة بسبب ظهور مشكلة تصور آلة متجانسة (في هذا المثال الجرار) يُمكن استخدامها في كلا القطاعين– لإنتاج الذرى ولإنتاج الجرارات! لذا الابقاء على فرضية وجود سلعة رأسمالية واحدة متجانسة غير صحيح وغير واقعي. من الصعب تصور اقتصاد بقطاعين على الأقل يقوم بإنتاج سلعتين: "هناك تبرير قوي أن النماذج ثنائية القطاع لا تُمثل أي تقدم كبير في الواقعية عن النماذج أحادية القطاع ".

ككل-تُصبح هذه الفكرة أكثر وضوحا إذا تم استخدام فرضية ثنائية القطاع على نموذج Harrod-Domar.

تم توسيع نموذج النمو النيوكلاسيكي إلى نماذج ثنائية القطاع من قبل Solow، Meade، Hahn وUzawa من بين آخرين. كان هذا النوع من الأبحاث شائعا جدا في فترة الستينات، لكن سرعان ما وجد نفسه في طريق الانحسار خلال فترة السبعينات. في هذا الفصل، نقوم بمناقشة أكثر النماذج ثنائية القطاع شيوعا "نموذج Uzawa".

1. بناء نموذج Uzawa

أوائل الستينات، نشر Hirofumi Uzawa عمله بعنوان "حول نموذج للنمو الاقتصادي ثنائي القطاع On a Two Sector Model of Economic Growth" (1961) استخدم فيه نموذج من نوع Walras يضُم قطاعيين: قطاع ينتج سلعة استهلاكية واحدة متجانسة (الذرى) مُوجهة نحو الاستهلاك النهائي، وقطاعا آخر ينتج سلعة رأسمالية واحدة متجانسة (الجرار) مُوجهة نحو الاستثمار. يتم في كلا القطاعين استخدام عاملي إنتاج (رأس المال والعمل) متجانسين وفق دوال إنتاج متجانسة تستوفي شروط دالة الإنتاج النيوكلاسيكية (عوائد الحجم موجبة ومتناقصة وفق قانون Inada).

في وضعية التوازن، يضمن سعر السلعة الرأسمالية (ليكن P_m) وسعر السلعة الاستهلاكية (ليكن P_c) جنبا إلى جنب مع الأجر (w) وعائد رأس المال أو الربح (r) توزيع عوامل الإنتاج (جانب الطلب) رأس المال والعمل المتاح نحو القطاعين ما يعني تحقق شرط التوظيف الكامل في النموذج. كذلك، تدفع عوامل الإنتاج في كل قطاع إنتاجيتها الحدية ويتحقق شرط تعظيم الأرباح للشركات. يفترض النموذج أيضا تحقق وضعية توازنية (يتساوى فيه الادخار بالاستثمار) وحيدة فقط وبالتالي يتميز النموذج بوجود حالة مستقرة على المدى الطويل.

لدينا قطاع (M) ينتج سلعة رأسمالية مُوجهة للاستثمار، وقطاع (C) ينتج سلعة استهلاكية مُوجهة للاستهلاك النهائي. على افتراض عدم وجود تقدم تكنولوجي، يتم التعبير عن دوال إنتاج كل قطاع على النحو التالي:

$$Y_m = F_m\left(K_m, L_m\right) \quad (4.\ 1)$$

$$Y_c = F_c\left(K_c, L_c\right) \quad (4.\ 2)$$

حيث (Y_m) تُمثل دالة إنتاج القطاع (M)، (Y_c) دالة إنتاج القطاع (C).

يعني شرط التوظيف الكامل أن إنتاج السلعة الرأسمالية يكون مُساويا للاستثمار، في حين يُساوي استهلاك الاقتصاد إجمالي إنتاج السلعة الاستهلاكية:

$$I = Y_m = F_m\left(K_m, L_m\right) \quad \text{(دالة الاستثمار الكلي)} \quad (4.\ 3)$$

$$C = Y_c = F_c\left(K_c, L_c\right) \quad \text{(دالة الاستهلاك الكلي)} \quad (4.\ 4)$$

بهذه الطريقة، يتحقق التوازن الاقتصادي الكلي (في ظل اقتصاد مغلق) إذا تم التعبير عن الناتج الكلي أنه مجموع الاستهلاك والاستثمار:

$$Y = C + I$$ (معادلة توازن الاقتصاد الكلي) (4. 5)

من جانب آخر، يفترض النموذج تنقل عوامل الإنتاج بين القطاعين بحرية ودون تكاليف. وبالمثل، يتميز رأس المال بالمرونة أو قابلية إحلاله لعنصر العمل واستخدامه لأي علاقة بين رأس المال والعمل بدلالة التوازن التنافسي في ظل التوظيف الكامل، وعليه:

$$K = K_m + K_c \quad (4.\ 6)$$

$$L = L_m + L_c \quad (4.\ 7)$$

وفق فرضية عوائد الحجم الثابتة، يُمكن التعبير عن دالتي إنتاج القطاعين بدلالة نصيب الفرد. للتبسيط، نقوم بحذف الترميز الخاص بدالة إنتاج كل قطاع– رغم أن هذه الخطوة لا تعني بالضرورة أن كل قطاع يستخدم تكنولوجيا متماثلة:

$$y_m = f(k_m) \quad (4.\ 8)$$

$$y_c = f(k_c) \quad (4.\ 9)$$

حيث (y_m) دالة نصيب الفرد من إنتاج القطاع (M)، (y_c) دالة نصيب الفرد من إنتاج القطاع (C)، مع العلم أن:

$$y_m = f(k_m), f'(k_m) \succ 0, f''(k_m) \prec 0$$
$$y_c = f(k_c), f'(k_c) \succ 0, f''(k_c) \prec 0$$

من المفترض أن تنمو القوى العاملة بمعدل نمو خارجي ثابت $\left(n=\dot{L}/L\right)$، والمُفترض أيضا أن عرض العمل غير مرن اتجاه الأجر الحقيقي–أي لا يتأثر به. يفترض النموذج أن مخزون رأس المال يُهتلك بمعدل ثابت $(\delta \geq 0)$ بغض النظر عن حجم استخدام هذا المخزون في أي قطاع.

2. التوازن اللحظي

تُوجد 3 أسعار في النموذج: السعر النسبي للسلعة الرأسمالية إلى السلعة الاستهلاكية $\left(P_m / P_c\right)$، معدل الأجر (w) ومعدل العائد من رأس المال (r). نقوم أولا بدراسة الرابط الموجود بين هذه الأسعار في النموذج في إطار فرضية المنافسة الكاملة. يعني التوازن ضمنيا أن عوامل إنتاج كلا القطاعين تدفع إنتاجيتها الحدية، أي أن الأسعار النسبية هي نفسها في كلا القطاعين:

$$w_n = P_m \frac{\partial Y_m}{\partial L_m} = P_c \frac{\partial Y_c}{\partial L_c} \qquad (4.\ 10)$$

$$r_n = P_m \frac{\partial Y_m}{\partial K_m} = P_c \frac{\partial Y_c}{\partial K_c} \qquad (4.\ 11)$$

حيث $\left(w_n\right)$ و $\left(r_n\right)$ يُعبران عن معدل الأجر الإسمي و معدل العائد (الربح) الإسمي على الترتيب. وعليه، تُعطى نسبة الأجر إلى الربح في كل قطاع $\left(w_n / r_n\right)$:

$$\frac{w_n}{r_n} = \frac{P_m \dfrac{\partial Y_m}{\partial L_m}}{P_m \dfrac{\partial Y_m}{\partial K_m}} \qquad (4.\ 12)$$

$$\frac{w_n}{r_n}=\frac{P_c\frac{\partial Y_c}{\partial L_c}}{P_c\frac{\partial Y_c}{\partial K_c}} \tag{4. 13}$$

بعد التخلص من الأسعار النسبية للسلع، يتم إيجاد العلاقة $\left(w_n / r_n\right)$ لكل قطاع بدلالة نسبة الإنتاجية الحدية للعمل على رأس المال.

يستوفي النموذج نظرية Euler القائلة بأن معدل الأجر في كل صناعة لابد أن يٌساوي:

$$w_n=P_m y_m-k_m P_m f'\left(k_m\right) \tag{4. 14}$$

$$w_n=P_c y_c-k_c P_c f'\left(k_c\right) \tag{4. 15}$$

$$P=P_m / P_c=\frac{f_c'}{f_m'} \tag{4. 16}$$

مع (P) يٌمثل السعر النسبي. تُصبح نسبة الأجر إلى الربح مُساوية:

$$\frac{w_n}{r_n}=\frac{P_m y_m-k_m P_m f'\left(k_m\right)}{P_m f'\left(k_m\right)}$$

$$\frac{w_n}{r_n}=\frac{P_c y_c-k_c P_c f'\left(k_c\right)}{P_c f'\left(k_c\right)}$$

أو:

$$\frac{w_n}{r_n}=\frac{y_m}{f'\left(k_m\right)}-k_m \tag{4. 17}$$

$$\frac{w_n}{r_n}=\frac{y_c}{f'\left(k_c\right)}-k_c \tag{4. 18}$$

تُعطى نسبة الأجر إلى الربح التوازني:

$$\left(\frac{w_n}{r_n}\right)^* = \frac{y_m^*}{f'\left(k_m^*\right)} - k_m^* = \frac{y_c^*}{f'\left(k_c^*\right)} - k_c^* \qquad (4.\ 19)$$

وهي نسبة النواتج الحدية المتساوية في كلا القطاعين في ظل المنافسة الكاملة. نفترض الآن أن كل الأرباح يتم ادخارها (بهدف الاستثمار) وكل الأجور تُوجه نحو الاستهلاك، ما يعني أن ميل ادخار الرأسماليين يُساوي الواحد (100 % من الدخل) في حين يُصبح ميل ادخار العمال مُساويا الصفر، وبالتالي:

الأجر الكلي = الإنتاج الكلي للقطاع (C)

$$w_n L = P_c Y_c \qquad (4.\ 20)$$

الربح الكلي = الإنتاج الكلي للقطاع (M)

$$r_n K = P_m Y_m \qquad (4.\ 21)$$

تُعبر هذه المعادلة الأخيرة عن المساواة بين الادخار والاستثمار، حيث تعمل الأرباح على تعبئة الادخار في الاقتصاد الُموجه مباشرة نحو الاستثمار في إنتاج السلعة الرأسمالية.

من معادلة الاستثمار الكلي ومعادلة الربح الكلي، يُعطى تغير مخزون رأس المال:

(صافي الاستثمار) $\dot{K} = I - \delta K = Y_m - \delta K$

(الاستثمار الكلي) $\frac{r_n K}{P_m} = I$

ما يعني أن:
$$I = Y_m = r_n \frac{K}{P_m}$$

وعليه يُعطى معدل نمو رأس المال:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{r_n}{P_m} - \delta \qquad (4.\ 22)$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = f'\left(k_m\right) - \delta \qquad (4.\ 23)$$

مع العلم أن الناتج الحدي لرأس المال في قطاع إنتاج السلعة الرأسمالية:

$$r_n = P_m \frac{\partial F_m}{\partial K_m} = P_m f'\left(k_m\right) \qquad (4.\ 24)$$

و عليه:
$$\frac{\partial F_m}{\partial K_m} = f'\left(k_m\right) = \frac{r_n}{P_m}$$

يتم توجيه الناتج الكلي للقطاع (M) نحو توليد صافي زيادة مخزون رأس المال ونحو استبدال الآلات المُهتلكة خلال عملية الإنتاج.

تُعطى المعادلة (4.23) بدلالة معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال كالآتي:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

لنحصل على "معادلة النمو الأساسية" في هذا النموذج ثنائي القطاع:

$$\frac{\dot{k}}{k} = f'\left(k_m\right) - \left(n + \delta\right)$$

يُمثل معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال صافي الناتج الحدي لرأس المال أو الفرق بين الناتج الحدي لرأس المال في قطاع الاستثمار ومجموع الاهتلاك (اهتلاك

رأس المال زائدا معدل النمو السكاني). لاحظ أن معدل نمو نصيب العامل من رأس المال (k) هو ذلك المعدل الذي ينمو به نصيب الفرد من رأس المال في الاقتصاد ككل، لذا تُعطى النسبة $\left(\frac{K}{L}\right)$ أنها المتوسط المُرجح لنسبة رأس المال إلى العمل في كل قطاع.

يُمكن كتابة المعادلة الأساسية للنموذج كالآتي:

$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{\partial Y_m}{\partial K_m}-(n+\delta)$$

مع بُلوغ الاقتصاد حالته المستقرة (وضعية التوازن على المدى الطويل) يُصبح (k) ثابتا $(\dot{k}=0)$ ما يعني أن:

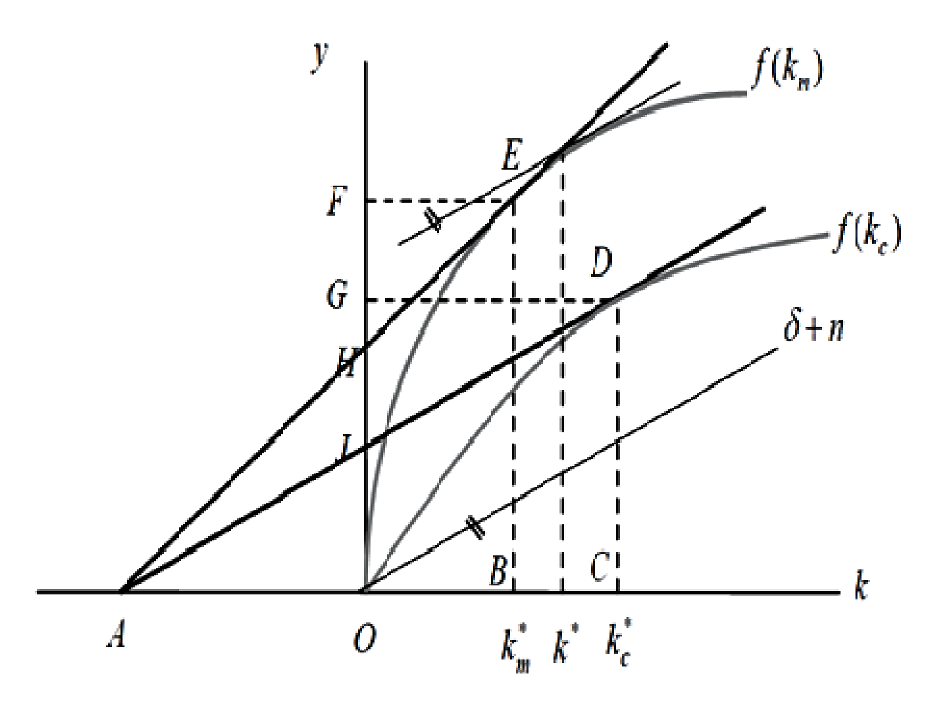
$$\frac{\partial Y_m}{\partial K_m}=(n+\delta)$$

يحدث هذا عندما يتساوى الناتج الحدي لرأس المال في قطاع الاستثمار (M) مع مجموع معدل الاهتلاك ومعدل نمو القوة العاملة (كلاهما ثابت).

يُظهر الشكل (1. 4) وضعية التوازن (الحالة المستقرة على المدى الطويل) وفق نموذج Uzawa ثنائي القطاع. يتم رسم دوال الإنتاجية في كلا القطاعين تماما كالنموذج أحادي القطاع: لاحظ يُمكن الحصول على نسبة النواتج الحدية (نسبة الأجر إلى الربح) للقطاع (M) عند أي نقطة من $f(k_m)$ هندسيا بتقاطع ظل زاوية $f(k_m)$ مع المحور الأفقي عند تلك النقطة (المعادلة (17. 4)) ونفس الشيء بالنسبة للقطاع (C) وفق المعادلة (18. 4). تُشير النقطة E لوضعية الحالة المستقرة في القطاع

(M)، أما النقطة D تُمثل الحالة المستقرة في قطاع إنتاج السلعة الاستهلاكية (C).
وعليه، عند النقطة E يتساوى $f'(k_m)$ مع $(n+\delta)$ وتُعطى نسبة رأس المال إلى العمل في قطاع الاستثمار عند الحالة المستقرة ($k_m = k_m^*$) هندسيا مُساوية للمساحة $(\overline{OB} = \overline{FE})$، في حين يتحقق التوازن في قطاع الاستهلاك عندما تُساوي نسبة رأس المال إلى العمل ($k_c = k_c^*$) المساحة $(\overline{OC} = \overline{GD})$.

تحقق التوازن التنافسي يتطلب تقاطع ظل زاوية $f(k_m)$ (عند النقطة E) و $f(k_c)$ (عند النقطة D)مع المحور الأفقي عند نفس النقطة A : هذا بالضبط ما تُشيره إليه المعادلة (4 .19) أو نسبة الأجر إلى الربح التوازني-في الشكل تُوجد نقطتين فقط (k_m^*) و (k_c^*) تستوفي هذه الشروط.



الشكل (4 .1). التوازن اللحظي في نموذج Uzawa.

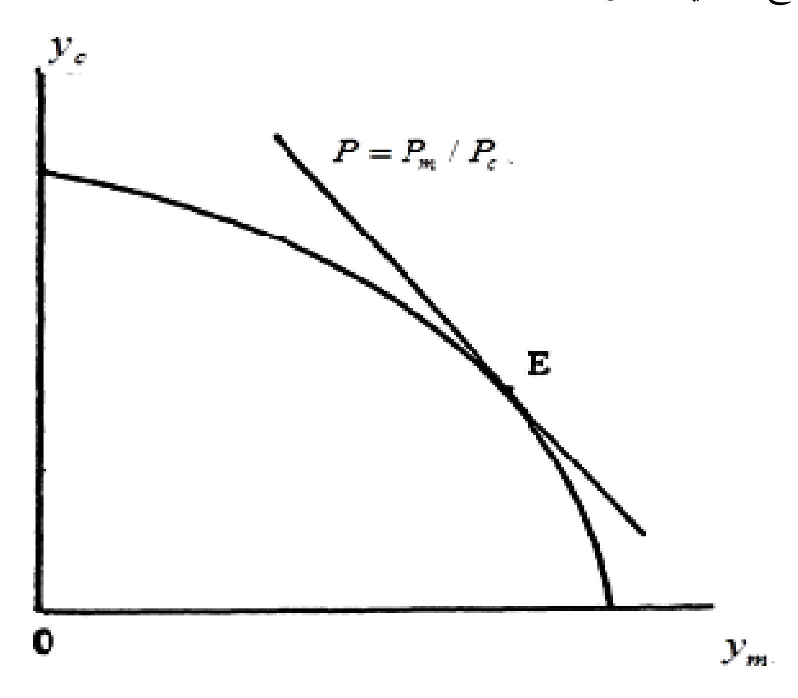
من المعادلة (4.19) يتم الحصول على (w/r) التوازني بدلالة (k_m) و (k_c):

$$\frac{d(w/r)}{dk_m} = -\frac{f(k_m)f''(k_m)}{[f'(k_m)]^2} \succ 0; \frac{d(w/r)}{dk_c} = -\frac{f(k_c)f''(k_c)}{[f'(k_c)]^2} \succ 0$$

في التوازن يرتبط (k_m) و (k_c) مع بعضها البعض: من خلال المعادلة (4 .19) يُمكن إظهار $0 \rightarrow (w/r)$ كلما اتجه $k_m \rightarrow 0$ (أو k_c)؛ $\infty \rightarrow (w/r)$ كلما اتجه $k_m \rightarrow \infty$ (أو k_c)، لذا يُمكن أن تأخذ (w/r) أي قيمة موجبة تكون مرتبطة بقيمة

وحيدة لـ(k_m)و(k_c)، و كلما كانت(w/r)مرتفعة كانت(k_m)و(k_c)مرتفعة أيضا.[2]

يُمكن أيضا إظهار توليفات(y_m)و(y_c)المُشَّكلة لمنحنى حدود إمكانيات الإنتاج ممثلة في الشكل (2. 4):



الشكل (2. 4). السعر النسبي التوازني في نموذج Uzawa.

[2] - إحدى مزايا التوازن التنافسي هي إمكانية معرفة قيم الأسعار الثلاثة في النظام (الأسعار النسبية، معدل الأجر ومعدل الربح) بمجرد معرفة أحدها. على سبيل المثال، إذا علمنا قيمة(r)نحصل على$f'(k_m)$ ووفق خصائص $f(k_m)$ نجد(w)من المعادلة (14. 4) وبالتالي يُمكننا الحصول على(w/r)وكذا قيمة(P_m / P_c).

لكي تُصبح E نقطة التوازن يجب أن يُمثل السعر النسبي (P) ميل مماس حدود إمكانيات الإنتاج عند هذه النقطة، وعليه يتحدد السعر النسبي التوازني (P^*). نُشير هنا لوجود تطابق مميز بين (w/r) و (P): بمجرد إعطاء قيمة لـ (w/r)، يتم تحديد قيمة وحيدة لـ (P) تجعل جانب العرض كفؤا بشكل كامل، وبالمثل بالنسبة لـ (P) تُوجد قيمة وحيدة لـ (w/r) من شأنها الحفاظ على كفاءة الإنتاج.

إذا أردنا معرفة مستوى نسبة رأس المال إلى للعمل الذي يُحقق التوازن في قطاع الاستثمار (k_m^*)، لابد أن يتحقق الشرط التالي:

$$f'\left(k_m^*\right) = \frac{\partial Y_m}{\partial K_m} = \frac{r_n}{P_m} = \left(n+\delta\right)$$

نعلم أن الناتج الحدي لرأس المال في الحالة المستقرة $f'\left(k_m^*\right)$ في الرسم البياني يُساوي ظل الزاوية التي يُشكلها الخط AE مع محور الفواصل(الأفقي) (أو الزاوية EAB) و يُساوي $f'\left(k_m^*\right)$ هندسيا:

$$f'\left(k_m^*\right) = \frac{\overline{EB}}{\overline{AB}}$$

وبما أن هذه الزاوية تُساوي FEH نظرا لأنها زوايا داخلية بديلة (لاحظ أن الجزء $\overline{FE}$ مواز لمحور الفواصل) وعليه:

$$f'\left(k_m^*\right) = \frac{\overline{EB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{FE}}$$

ما يعني أن معدل الربح يُساوي:

$$r_n = P_m \frac{\overline{HF}}{\overline{FE}} = P_m \frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}$$

يُعطى الربح الكلي في القطاع (M) في الحالة المستقرة كالآتي:

$$r_n k_m^* = P_m k_m^* \frac{\overline{HF}}{\overline{FE}} = P_m \overline{FE} \frac{\overline{HF}}{\overline{FE}} = P_m \overline{HF}$$

لاحظ من الشكل أن نصيب الفرد من الناتج عند الحالة المستقرة في القطاع (M) يُساوي $\left(y_m^* = P_m \overline{OF}\right)$، لذلك يُمكن الحصول على الأجر بطرح الربح الكلي من الناتج المتولد عن القطاع:

$$\begin{aligned} w_n &= y_m^* - r_n k_m^* \\ &= P_m \overline{OF} - P_m \overline{FH} \\ &= P_m \left(\overline{OF} - \overline{FH}\right) \\ &= P_m \overline{OH} \end{aligned}$$

يُمكن بسهولة من خلال الشكل (1. 4) رؤية تساوي نسبة الأجر إلى الربح بالمساحة $\overline{OA}$ في الحالة المستقرة. لإثبات ذلك، بما أن $w_n = P_m \overline{OH}$ و $r_n = P_m \frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}$:

$$\frac{w_n}{r_n} = \frac{P_m \overline{OH}}{\frac{P_m \overline{OH}}{\overline{OA}}} = \overline{OA}$$

يُمكن تطبيق نفس العملية لتحديد توزيع الدخل في الحالة المستقرة لقطاع الاستهلاك. تذكر أننا نتعامل مع النمو في الحالة المستقرة وفي ظل فرضية المنافسة الكاملة، وعليه:

$$r_n k_c^* = P_c \overline{JG}$$

$$r_n = P_c \frac{\overline{JG}}{\overline{OC}} = P_c \frac{\overline{OJ}}{\overline{OA}}$$

من جانب آخر، يُعطى الأجر في قطاع الاستهلاك ونسبة الأجر إلى الربح:

$$w_n = P_c \overline{OJ}$$

$$r_n = P_c \frac{\overline{OJ}}{\overline{OA}}$$

$$\frac{w_n}{r_n} = \frac{P_c \overline{OJ}}{P_c \frac{\overline{OJ}}{\overline{OA}}} = \overline{OA}$$

نُلاحظ أن نسبة الأجر إلى الربح مُتساوي في كلا القطاعين في الحالة المستقرة كنتيجة طبيعية لفرضية المنافسة الكاملة.

من جانب آخر، يُمكن إيجاد نسبة العمالة المشتغلة في قطاع الاستهلاك: لأن كل الأجر يُنفق على السلعة الاستهلاكية فلابد أن يُساوي الأجر الكلي في الاقتصاد إنتاج قطاع الاستهلاك:

$$w_n L = P_c L_c \overline{OG}$$

$$w_n L_c = P_c L_c \overline{OJ}$$

$$\frac{w_n L_c}{w_n L} = \frac{P_c L_c \overline{OJ}}{P_c L_c \overline{OG}} \Rightarrow \frac{L_c}{L} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{OG}}$$

أيضا، تُعطى نسبة رأس المال إلى العمل الكلي أنها المُتوسط المُرجح لحصة العمالة في كل قطاع إلى إجمالي العمالة:

$$k=\frac{K}{L}=\frac{K_m+K_c}{L}=\frac{K_m}{L_m}\frac{L_m}{L}+\frac{K_c}{L_c}\frac{L_c}{L}$$
$$=k_m\frac{L_m}{L}+k_c\frac{L_c}{L}$$

حتى الآن لم نقم بإدخال نسبة رأس المال إلى العمل الكلي في النموذج ثنائي القطاع لأننا لا نعلم لحد الآن ما هي الشروط الواجب توفرها لينتقل الاقتصاد نحو وضعيته المستقرة بغض النظر عن النسبة الابتدائية لرأس المال إلى العمل. وفق Uzawa (1961)، يتطلب تحقق وضعية الحالة المستقرة أن تكون نسبة رأس المال إلى العمل في القطاع (C) أكبر من نظيرتها في القطاع (M). إذا تحقق ذلك، هناك توازن مستقر في الاقتصاد:

$$k_m^*\prec k_c^*$$

لاحظ أن $\left(k_m^*\prec k^*\prec k_c^*\right)$ و:

$$k^*=k_m^*\frac{L_m}{L}+\left(1-\frac{L_m}{L}\right)k_c^*=\left(k_m^*-k_c^*\right)\frac{L_m}{L}+k_c^*$$

والتي تتحدد على أساس توزيع العمالة (رأس المال والناتج) بين القطاعين. في هذه الحالة، يُوجد توازن لحظي وحيد بالمعنى الذي يُصبح فيه قطاع السلعة الاستهلاكية أكثر كثافة في استخدام رأس المال مقارنة بقطاع السلعة الرأسمالية مهما كانت قيمة (w/r).

وفق نظرية Stolper-Samuleson، تُؤدي زيادة سعر سلعة ما لزيادة عائد عامل الإنتاج الأكثر استخداما (الأكثر كثافة) في عملية إنتاج تلك السلعة. لاحظ من الشكل (4 .1) أن $(k_m \prec k_c)$ وبالتالي صناعة السلع الاستهلاكية هي أكثر كثافة رأسماليا من صناعة السلع الرأسمالية. نفترض الآن أن سعر السلعة الرأسمالية ارتفع وبدلالة الشكل (4 .2) سيرتفع (y_m) ولأن $(k_m \prec k_c)$ ستكون هناك قيمة أعلى لـ (w/r) وبدلالة المعادلات (4.14) و (4.15) سيرتفع الأجر الإسمي أيضا مما يُبرهن على النظرية.

وبدلالة نظرية Rybczyniski، إذا كان السعر النسبي (P) ثابتا يُؤدي زيادة المعروض من عامل إنتاج ما إلى توسيع مخرجات الصناعة المستخدمة لهذا العامل بشكل مكثف وفي تقليص مخرجات الصناعة الأخرى، وعليه وفق فرضية تنقل عوامل الإنتاج بين القطاعين في ظل المنافسة الكاملة، عادة ما تُؤدي زيادة معروض عنصر العمل لزيادة كثافة استخدامه في صناعة السلعة الرأسمالية وبدوره لزيادة حجم (y_m) مقابل انخفاض حجم (y_c).

3. استقرار النموذج

تُساعدنا معادلة النمو الأساسية على معرفة سلوك نسبة رأس المال إلى العمل (سواءا نحو الزيادة أو النقصان):

- إذا كان $\left(n+\delta\right) \succ f'\left(k_m\right) \Leftarrow 0 \succ \dot{k}/k$ ويرتفع نصيب العامل من رأس المال.
- إذا كان $\left(n+\delta\right) \prec f'\left(k_m\right) \Leftarrow 0 \prec \dot{k}/k$ وينخفض نصيب العامل من رأس المال.

ينص مبدأ الاستقرار وفق نموذج Uzawa أنه لابد أن يتجه طرفي المعادلة نحو الصفر أي ثبات نسبة رأس المال إلى العمالة في الحالة المستقرة:

- إذا تزايد $\left(k\right)$ لابد أن يتناقص $f'\left(k_m\right)$ ما يعني وجوب زيادة $\left(k_m\right)$ حتى يُصبح الناتج الحدي لرأس المال مُساويا الثابت $\left(n+\delta\right)$.
- إذا تناقص $\left(k\right)$ لابد أن يتزايد $f'\left(k_m\right)$ ما يعني وجوب تناقص $\left(k_m\right)$ حتى يُصبح الناتج الحدي لرأس المال مساويا الثابت $\left(n+\delta\right)$.

إذن، يتميز النموذج بالاستقرار لأن $\left(k\right)$ و $\left(k_m\right)$ يتغيران بنفس الاتجاه: إذا تزايدت نسبة $\left(w_n / r_n\right)$ تتزايد النسب $\left(k_c\right)$ و $\left(k_m\right)$ في كلا القطاعين طالما أن انخفاض السعر في القطاع $\left(M\right)$ بالنسبة للقطاع $\left(C\right)$ سيُؤدي لرفع الطلب على رأس المال في كلا القطاعين، لأنه من ناحية كفاءة التكلفة يُستبدل عامل الإنتاج أكثر تكلفة (عنصر

العمل) بعامل إنتاج أقل تكلفة (رأس المال). وطالما أن أعلى نسبة رأس المال إلى العمل تُصاحبها أعلى نسبة لـ(w_n / r_n) سيُصبح النموذج بذلك مستقرا، لكننا مع ذلك بحاجة لفهم لماذا $(k_m \prec k_c)$ ؟

استقرار مسار النمو المتوازن يكون وحيدا بناءا على افتراض أن القطاع (C) أكثر كثافة رأسماليا من القطاع (M). من معادلتي الأجر والربح الكليين نحصل:

$$w_n L = P_c Y_c ; r_n K = P_m Y_m$$

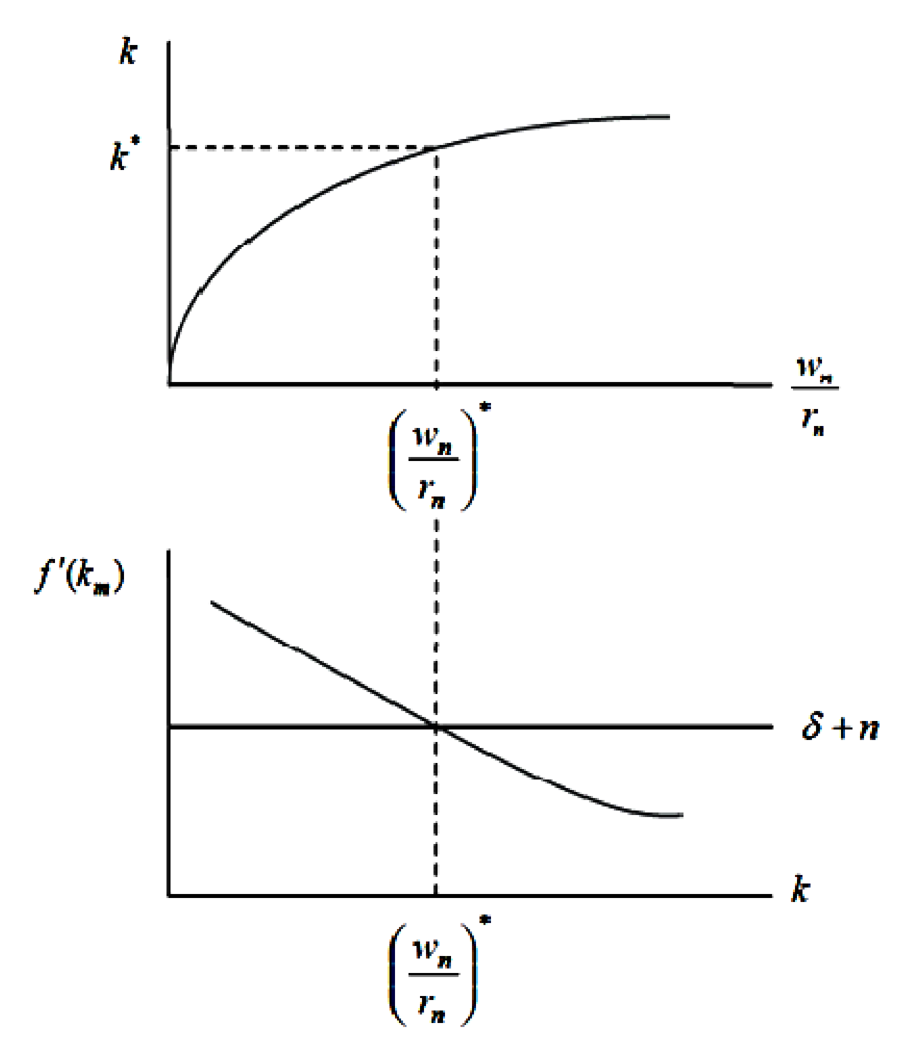
$$\frac{r_n K}{w_n L} = \frac{P_m Y_m}{P_c Y_c} \Rightarrow \frac{K}{L} = \frac{w_n P_m Y_m}{r_n P_c Y_c}$$

إذا ارتفع (w_n / r_n) لابد أن يرتفع (P_m / P_c) إذا كان $(k_m \prec k_c)$، وطالما أن (w_n / r_n) مُتساوي في كلا القطاعين و في ظل فرضية المنافسة الكاملة و ثبات عوائد الحجم، ستُوَلد زيادة نسبة الأجر إلى الربح (w_n / r_n) زيادة السعر النسبي (P_m / P_c) ما يعني ارتفاع سعر السلعة الرأسمالية بالنسبة لسعر السلعة الاستهلاكية، لأنه بالنظر كونها صناعة كثيفة العمالة يجب أن يدفع القطاع (M) نسبة أكبر من ناتجه على شكل أجور. بعبارة أخرى، زيادة (w_n / r_n) سيرفع (P_m / P_c) لأن الأجور تُمثل الجزء الأكبر من تكاليف الوحدة في قطاع الاستثمار (M) مقارنة بقطاع الاستهلاك (C). و عند تحقق ذلك، يرتفع (k) و (k_m) شريطة ألا يقل (Y_m / Y_c) بالشكل الذي يجعل (k) دون تغيير(إذا انخفض (Y_m / Y_c) يزداد إنتاج قطاع الاستهلاك مقارنة بإنتاج قطاع الاستثمار). لذلك، إذا كان قطاع الاستهلاك أكثر كثافة رأسماليا من قطاع الاستثمار

ينبغي أن يتغير (k) بنفس اتجاه تغير النسبة (w_n / r_n) و (k_m). بشكل عام، يُصبح النموذج مستقرا إذا كان قطاع الاستهلاك يستخدم عامل رأس المال أكثر من قطاع الاستثمار.

بالنسبة للاقتصاد ككل، إذا زاد (w_n / r_n) يزيد (k) لكن إذا استمر (w_n / r_n) في الزيادة سيرتفع (k) بمعدل متناقص بسبب الشكل المقعر لنسبة رأس المال إلى للعمل (قانون عوائد الحجم المتناقصة) كدالة تابعة لنسبة (w_n / r_n) كما يُظهره الجزء العلوي من الشكل (4.3) أيضا، مع زيادة (k) يتناقص ناتجها الحدي-من المعادلة الأساسية لـ Uzawa نعلم أن:

$$f'(k_m) = (n + \delta)$$



الشكل (3. 4). مسار النمو المتوازن في نموذج **Uzawa**.

4. حدود نموذج Uzawa ثنائي القطاع

قام Uzawa بتوسيع نموذج النمو النيوكلاسيكي إلى قطاعين: قطاع السلعة الرأسمالية وقطاع السلعة الاستهلاكية. صحيح أن هذا النموذج جلب معه المزيد من التعقيد والواقعية لتحليل عملية النمو الاقتصادي، لكنه في المقابل يُظهر عددا من المشاكل:

أولا، قدم Uzawa نموذجا رياضيا معقدا للغاية يتكون من معادلات يصعب فهمها بسهولة من قبل القارئ. لذلك، عمل عدد من الباحثين أمثال Solow، Hahn وStiglitz على تقديم تحليل مبسط للتعقيد الرياضي الذي يتميز به النموذج.

ثانيا، يقوم النموذج على فرضيات جد صارمة وفي الكثير من الأحيان ليست واقعية: بحسب النموذج، يعتمد تحقيق التوازن اللحظي على فرضية عدم وجود ادخار مشتق عن الأجور وأن كل الأرباح تُنفق على السلع الرأسمالية.

ثالثا، الفرضية القائلة بأن تحقق استقرار النموذج يتطلب أن يكون قطاع السلع الاستهلاكية أكثر كثافة في استخدام رأس المال مقارنة بقطاع السلع الرأسمالية هي جد مقيدة. كما أشار إليها Solow (48: 1961):

"يرى [Uzawa] أن اقتصاد نموذجه مستقر دائما...إذا كان قطاع السلع الاستهلاكية أكثر كثافة لرأس المال من قطاع السلع الاستثمارية. يبدو بالنسبة لي مفارقة أن مثل هذه الخاصية الهامة لمسار التوازن يجب أن تعتمد على خاصية عارضة (صدفية)

للتكنولوجيا. وبما أن خاصية الاستقرار هذه هي الشرط الوحيد التي تبدو فيه نتائج Uzawa مختلفة نوعياً عن تلك الموجودة في بحثي عام 1956 حول نموذج أحادي القطاع، فأنا حريص على تعقب مصدر هذا الاختلاف".

أخيرا، وفق Hahn (345: 1965):

" الواضح من كل هذه المعادلات أن شرط التوازن الوحيد في لحظة معينة يكون حاسما. بقية القصة مهتمة حقا بضمان وجود حالة مستقرة مع أسعار عامل إيجابي. لكن الافتراضات المطلوبة لتحقيق التفرد اللحظي هي كلها افتراضات رهيبة (لأن) الأفراد يتخلفون في الأصول التي يملكونها وفق أعمارهم وأذواقهم ".

5.ملاحظة Solow

يتحقق شرط استقرارية مسار النمو المتوازن عند Uzawa عندما يسير (k) و (k_m) في نفس الاتجاه إذا و فقط إذا كانت كثافة رأس المال في قطاع الاستهلاك أكبر من قطاع الاستثمار. لكن مع ذلك، يرى Solow (1961) أن هذا الشرط كاف للاستقرارية لكنه ليس "شرطا ضروريا". بناءا على ذلك، يُشير Solow (50: 1961) بالقول:

"إن الشرط الحاسم الذي يجعل قطاع السلع الاستهلاكية أكثر كثافة رأسماليا يمُثل شرطا كافيا لتحقيق الاستقرار لهذا النموذج ولكنه ليس ضروريا".

لبرهنة ذلك، يقترح Solow (1961) دالة إنتاج من نوع Cobb- Douglas في كل قطاع:

قطاع الاستثمار	قطاع الاستهلاك
$F_m = K_m^{\alpha_m} L_m^{1-\alpha_m}$	$F_c = K_c^{\alpha_c} L_c^{1-\alpha_c}$
$F'(K_m) = \alpha_m K_m^{\alpha_m - 1} L_m^{1-\alpha_m}$	$F'(K_c) = \alpha_c K_c^{\alpha_c - 1} L_c^{1-\alpha_c}$
$F'(K_m) = \frac{r_n}{P_m} = \alpha_m \left(\frac{L_m}{K_m} \right)^{1-\alpha_m}$	$F'(K_c) = \frac{r_c}{P_c} = \alpha_c \left(\frac{L_c}{K_c} \right)^{1-\alpha_c}$
$r_n = \alpha_m P_m \left(\frac{L_m}{K_m} \right)^{1-\alpha_m} \frac{K_m^{\alpha_m} K_m^{1-\alpha_m}}{K_m}$	$r_n = \alpha_c P_c \left(\frac{L_c}{K_c} \right)^{1-\alpha_c} \frac{K_c^{\alpha_c} K_c^{1-\alpha_c}}{K_c}$
$r_n K_m = \alpha_m P_m Y_m$	$r_n K_c = \alpha_c P_c Y_c$

$$r_n K_m + r_n K_c = \alpha_m P_m Y_m + \alpha_c P_c Y_c$$
$$r_n \left(K_m + K_c \right) = \alpha_m P_m Y_m + \alpha_c P_c Y_c$$
$$r_n K = \alpha_m P_m Y_m + \alpha_c P_c Y_c$$

كما أشرنا سابقا، لابد أن تُساوي قيمة العائد الكلي لرأس المال لقيمة الناتج في قطاع السلعة الرأسمالية:

$$r_n K = P_m Y_m$$

وعليه:

$$P_m Y_m = \alpha_m P_m Y_m + \alpha_c P_c Y_c$$
$$(1-\alpha_m) P_m Y_m = \alpha_c P_c Y_c$$
$$P_m Y_m = \frac{\alpha_c}{(1-\alpha_m)} P_c Y_c$$
$$\frac{P_m Y_m}{P_c Y_c} = \frac{\alpha_c}{(1-\alpha_m)}$$

كما تم تحديده أعلاه، عند زيادة إنفاق الأجر على السلعة الاستهلاكية ينخفض الربح:

$$\frac{P_m Y_m}{P_c Y_c} = \frac{r_n K}{w_n L}$$

$$\frac{r_n K}{w_n L} = \frac{\alpha_c}{(1-\alpha_m)}$$

بما أن (α_c) و (α_m) ثابتان يُصبح الجانب الأيمن من المعادلة ثابتا أيضا. لذلك، يزيد (k) بنفس معدل انخفاض (r_n / w_n). في هذا الإطار، يختم Solow (50 :1961):

"عندما ينخفض (r_n / w_n) (يزيد k_m) لابد أن يرتفع (K / L). مرة أخرى، يسلك (k) و (k_m) نفس الاتجاه و يُصبح النموذج مستقرا بغض النظر عن ما هو القطاع الأكثر كثافة رأسماليا(بغض النظر عما إذا كان (α_m) أكبر أو أصغر من (α_c))".

يُمكن إظهار أن المعاملات (α_m) و (α_c) تُمثلان درجة كثافة استخدام عامل الإنتاج لرأس المال في عملية الإنتاج. وفق نظرية Euler وبدلالة نصيب الفرد لدينا:

قطاع الاستثمار	قطاع الاستهلاك
$P_m y_m = r_n k_m + w_n$	$P_c y_c = r_n k_c + w_n$
$P_m y_m = \frac{r_n}{P_m}\frac{k_m}{y_m} P_m y_m + w_n$	$P_c y_c = \frac{r_n}{P_c}\frac{k_c}{y_c} P_c y_c + w_n$
$P_m y_m = \alpha_m P_m y_m + w_n$	$P_c y_c = \alpha_c P_c y_c + w_n$
$w_n = (1-\alpha_m) P_m y_m$	$w_n = (1-\alpha_c) P_c y_c$

حيث (r) و (w) معدلات العائد الحقيقي من رأس المال و العمل على الترتيب.

و تُمثل المعاملات (α_m) و (α_c) وفق دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas حصص رأس المال من الدخل في كلا القطاعين على الترتيب:

$$\alpha_m = \frac{r}{P_m}\frac{k_m}{y_m}$$

$$\alpha_c = \frac{r}{P_c}\frac{k_c}{y_c}$$

يُعطى الأجر الإسمي مُتساو في كلا القطاعين:

$$w_n = (1-\alpha_m)P_m y_m = (1-\alpha_c)P_c y_c$$

$$\frac{P_m y_m}{P_c y_c} = \frac{(1-\alpha_c)}{(1-\alpha_m)}$$

كما ذكرنا أنفا، (α_c) و (α_m) ثابتان و نسبة قيمة الناتج في قطاع الاستثمار إلى قيمة الناتج في قطاع الاستهلاك أيضا ثابتة. واعتمادا على القيمة الإسمية للناتج في كل قطاع لدينا 3 سيناريوهات:

1) إذا كان $P_m y_m = P_c y_c$ فإن $\alpha_c = \alpha_m$

$$(1-\alpha_c) = (1-\alpha_m)$$

$$\alpha_c = \alpha_m$$

2) إذا كان $P_m y_m \succ P_c y_c$ فإن $\alpha_c \prec \alpha_m$

$$(1-\alpha_c) \succ (1-\alpha_m)$$

$$\alpha_c \prec \alpha_m$$

3)إذا كان $P_c y_c \prec P_m y_m$ فإن $\alpha_m \succ \alpha_c$

$$(1-\alpha_c) \prec (1-\alpha_m)$$
$$\alpha_c \succ \alpha_m$$

في الحالة الثانية عندما $P_m y_m \succ P_c y_c$ يكون صحيحا أيضا أن:

$$P_m y_m = r_n k_m + w_n \succ P_c y_c = r_n k_c + w_n$$
$$r_n k_m + w_n \succ r_n k_c + w_n$$
$$k_m \succ k_c$$

لذلك $\alpha_c \prec \alpha_m$ يكون مُساويا $k_c \prec k_m$ ما يعني أن قطاع الاستثمار أكثر كثافة في استخدام رأس المال مقارنة بقطاع الاستهلاك. في هذه الحالة، يُمثل ارتفاع السعر النسبي لعامل رأس المال تكلفة أعلى في قطاع الاستثمار طالما أن رأس المال يُمثل الجزء الأكبر من تكلفة الإنتاج مقارنة بالأجور. وبالتالي، تُترجم زيادة التكلفة بزيادة سعر السلعة الرأسمالية (P_m) مقارنة بسعر السلعة الاستهلاكية (P_c):

$$k_c \prec k_m \simeq \alpha_c \prec \alpha_m$$

بالمثل، في الحالة الثالثة عندما $P_m y_m \prec P_c y_c$ لدينا:

$$P_m y_m = r_n k_m + w_n \prec P_c y_c = r_n k_c + w_n$$
$$r_n k_m + w_n \prec r_n k_c + w_n$$
$$k_m \prec k_c$$

يكون $\alpha_c \succ \alpha_m$ مُساويا $k_c \succ k_m$ أي أن قطاع الاستهلاك أكثر كثافة في استخدام مدخل رأس المال مقارنة بقطاع الاستثمار. في هذه الحالة، يُمثل ارتفاع السعر النسبي

لرأس المال تكلفة عالية في قطاع السلع الاستهلاكية. كذلك، تُترجم الزيادة في التكلفة لزيادة سعر السلعة الاستهلاكية (P_c) بالنسبة إلى سعر السلعة الرأسمالية (P_m).

$$k_c \succ k_m \simeq \alpha_c \succ \alpha_m$$

بهذه الطريقة، تعكس العلاقة بين معاملات مدخل رأس المال لدالة الإنتاج كل قطاع (α_c, α_m) (تُمثّل حصة دخل رأس المال في إجمالي الدخل لكل قطاع) العلاقة بين مقدار و درجة كثافة استخدام مدخل رأس المال لكل قطاع (k_c, k_m).

أخيرا، يُشير Solow أن النتيجة المتحصل عليها من قبل نموذج Uzawa وشروطه الخاصة حول الاستقرارية تعتمد بشكل قوي على فرضية إنفاق الأجور بالكامل على السلع الاستهلاكية وعَكس الأرباح، مع ذلك لا يتماشى هذا الافتراض مع الواقع. حقيقة يرى Solow (1961) أنه إذا تم تضمين فرضية الادخار كجزء من الدخل الكلي للاقتصاد في نموذج Uzawa، يُمكن الحصول على نتائج مماثلة لتلك المتحصل عليها وفق نموذج أحادي القطاع ويتم ضمان استقرارية النموذج.

الباب الثاني

النمو الخارجي مع ادخار محدد داخليا

رأينا أن العنصر الثاني المهم في تفسير فروق مستويات الدخل عبر البلدان هو معدل الادخار والذي يُعطى خارجيا في النماذج التي تم التطرق إليها لحد الآن. على ذلك، يعمل الجزء الثاني من هذا الباب على اثراء نماذج النمو الخارجي عبر ادراج سلوك الأمثلية وتفضيلات الأسر والذي يُمكننا من فتح الصندوق الأسود للادخار وتراكم رأس المال (إحدى أهم اسهامات هذه النماذج)، ما يعني توجيه الانتباه نحو قرارات الاستثمار. ويسمح لنا هذا النهج أيضا معرفة فيما إذا كان نمو الاقتصاد بطيء جدا أو سريع جدا أو يُعادل وجهة نظر تعظيم الرفاهية (أمثلية Pareto).

يتم تقديم ثلاث فصول تتعامل مع السلوك الداخلي لمعدل الادخار: نبدأها بنموذج العون النموذجي المعروف بنموذج Ramsey-Cass-Koopmans (الفصل الخامس) الذي يُساعدنا على فهم العوامل التي تُؤثر على قرارات الأسر والتعامل مع مشاكل الأمثلية في الأفق الزمني اللانهائي. بعد ذلك نُقدم نموذج الأجيال المتداخلة المعروف بنموذج Diamond الذي يتعامل مع مشاكل الأمثلية في الأفق النهائي ويُبرز

العديد من الجوانب الواقعية للاقتصاديات في الفصل السادس. أخيرا، يتعامل الفصل السابع مع اسهامات المدرسة الكينزية في تفسير السلوك الداخلي للادخار مع خلال دراسة نماذج Kaldor وPasinetti التي تُؤكد على دور توزيع الدخل في حدوث النمو الاقتصادي.

الفصل الخامس

الديناميكية الأمثلية:

نموذج Ramsey-Cass-Koopmans

لحد الآن تطرقنا لنماذج النمو الاقتصادي تتعامل ببساطة مع معدل الادخار (ونسبة الاستهلاك إلى الدخل) كثابت ومحدد بشكل خارجي، لكن هذا لا يعكس الواقع العملي (في المقابل ليس تقريبا سيئا له) لارتباط قرارات ادخار الأسر بشكل وثيق بقرارات الخيارات الزمنية الأمثلية للاستهلاك، وبالتالي لم يسمح لنا التحليل السابق بمناقشة كيفية تأثير الحوافز على سلوك الاقتصاد.

لرسم صورة أكثر اكتمالا لعملية النمو الاقتصادي، تم بناء نماذج تُعرف باسم "نماذج النمو الأمثلي Optimal Growth Models"(كتوسيع للبناء الهيكلي لنموذج النمو النيوكلاسيكي Solow-Swan) تُظهر المعدل الأمثل لتراكم رأس المال الذي يُعظم إحدى معايير الرفاهية الاجتماعية (الاستهلاك)، والمعدل الذي يتساوى عنده التوزيع الأمثل للناتج بين الاستهلاك والادخار كل فترة، مع الأخذ بعين الاعتبار حقيقة أن قرارات الادخار تُوفر موارد للاستثمار الإجمالي وتكييف إمكانيات الإنتاج والنمو في المستقبل.

من بين النتائج التي توصلت إليها نماذج النمو الأمثلي أن معدل الادخار ليس ذلك الجزء الثابت من الدخل، بل هو دالة تابعة لنصيب الفرد من رأس المال (k). وعلى هذا الأساس، تم تعديل نموذج Solow-Swan من جانبين أساسيين: أولا، تحديد المستوى المتوسط لمعدل الادخار الأمثلي الذي يُحدد مستويات المتغيرات الرئيسية في الحالة المستقرة والتي تستبعد ضمنيا أشكال اللاكفاءة الديناميكية التي تظهر في نموذج Solow-Swan. ثانيا، تحديد فيما إذا كان ارتفاع أو انخفاض معدل الادخار يتأثر بتطور مستوى التنمية لاقتصاد ما وانعكاسات ذلك على مسار الديناميكية الانتقالية (سرعة التقارب نحو الحالة المستقرة).

نقوم بتقديم مثالين مشهورين حول نماذج النمو الأمثلي: المثال الأول المعروف بـ"العون النموذجي Representative Agent" لـ Ramsey-Cass-Koopmans (في هذا الفصل) و "الأجيال المتداخلة Overlapping Generations" لـ Diamond (في الفصل المقبل). نشير هنا أن نموذج Solow-Swan بمعدل ادخار ثابت يُعتبر حالة خاصة من نماذج النمو الأمثلي، وعليه كان مفيدا البدء بنموذج Solow-Swan كتقريب سهل لهذا الإطار الأمثلي للنمو الاقتصادي.

أوائل عام 1928، نشر عالم الرياضيات البريطاني Frank Ramsey (1928) مقاله "نظرية رياضية للادخار A Mathematical Theory of Saving" قدم فيها نموذجا مُطورا يُظهر فيه الادخار الأمثلي لمجتمع ما، لكن مع الأسف كانت مساهمة

Ramsey رياضية بحتة لذا لم تلقى استجابة قوية في تلك الحقبة. بعد ثلاثة عقود، بدأت مساهمة Ramsey تأخذ محمل الجد عندما تم دمجها بنموذج Solow-Swan بفضل مقال David Cass (1965) "النمو الأمثل في نموذج كلي لتراكم رأس المال Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation" ومقال Tjalling Koopmans (1965) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1975)"حول مفهوم النمو الأمثلي On Concept of Optimal Growth" ما أصبح يُعرف الآن بنموذج Ramsey-Cass-Koopmans (اختصارا RCK) الذي يُعتبر "حجر زاوية" نظرية النمو النيوكلاسيكية منذ منتصف الستينات.

1. فرضيات النموذج

يختلف النموذج النيوكلاسيكي من نوع RCK عن نموذج Solow-Swan في قدرته على ايجاد مسار استهلاك الأسر باستخدام أسس الاقتصاد الجزئي وحل مشكلة تعظيم الخيارات الزمنية. في هذه الحالة، لا يُعطى معدل الادخار ببساطة أنه الجزء الثابت من الناتج بل هو محدد ذاتيا وذو طابع متغير بتغير قرارات المستهلكين المدرجة داخل النموذج.

ينطلق النموذج من الافتراضات التالية:

- يعيش الأعوان الاقتصاديون (المستهلكون) حياة أبدية[1]، يملكون نفس وحدات رأس المال ويتمتعون بتفضيلات متشابهة بما في ذلك نفس دالة المنفعة **Utility Function** (تتميز بمنفعة حدية موجبة ومتناقصة وتستوفي شروط **Inada**) التي تُحدد تيار الاستهلاك الحالي والمستقبلي.
- تُعطى دالة المنفعة الكلية للمجتمع عند أي نقطة زمنية على شكل $u(c(t))L(t)$ حيث (L) عدد السكان مساو القوى العاملة وينمو بمعدل نمو خارجي موجب وثابت $(n \succ 0)$. تعني هذه الفرضية ضمنيا أن المستهلكين الحاليين يُقدمون باستمرار نفس وحدات رأس المال التي يملكونها للأعوان الجدد عند الولادة.
- يُقدم المستهلكون خدمات العمل مقابل الأجور ويحصلون على ايرادات "فوائد على الأصول" لأنهم يملكون الشركات ويجنون كامل الأرباح. بالإضافة إلى ذلك، يعمل هؤلاء الأعوان على توزيع الدخل بين الاستهلاك والادخار، بمعنى أنهم يشترون السلع بهدف الاستهلاك ويدخرون عن طريق تراكم الأصول.

---

[1] - رغم أن الأفراد لديهم حياة محدودة إلا أننا نعتبرهم "خالدين" يعيشون للأبد. تُصبح هذه الفكرة مقبولة إذا ما عمل الآباء على توريث أبنائهم وبدورهم يُورثون أبنائهم وهكذا...وبالتالي تقبل فكرة الأسرة الخالدة نمذجة التفاعل بين الأجيال المتعاقبة كسلسلة متصلة لحياة جيل واحد، بمعنى أن "الأفراد الذين يعيشون حياة محدودة يقومون بنقل الميراث بين الأجيال المتعاقبة، مع أخذ بعين الاعتبار رفاهية والموارد المستقبلية لأحفادهم كأنهم جيل خالد يزيد من منفعته في ظل قيود الميزانية عبر أفق لانهائي".

- تتميز الأسواق بالمثالية وعليه يتم حل مشكلة تخصيص الموارد بطريقة السوق اللامركزي (التوازن التنافسي) التي تُساوي الحل المتحصل عليه من قبل المخطط الاجتماعي المركزي.
- يُنتج الاقتصاد سلعة واحدة متجانسة وفق دالة الإنتاج النيوكلاسيكية في ظل فرضية المنافسة الكاملة وفي إطار اقتصاد مغلق.
- يُهتلك رأس المال بمعدل ثابت $(\delta \geq 0)$ مع وجود "معامل خصم زمني Time Discount Rate" موجب $(\rho \succ 0)$ أو الخصم المطبق على منفعة الاستهلاك المستقبلي الذي يسمح بالتعبير عن دالة المنفعة بدلالة القيمة الحالية (يعكس هذا المعدل مدى استعداد المجتمع لإحلال المستقبل لصالح المنفعة الحالية).[2]
- يُعطى عامل الخصم أكبر من معدل نمو العمالة $(\rho - n \succ 0)$.

بهدف تحقيق أمثلية مسار الاستهلاك، يفترض النموذج دالة موضوعية تُمثل مؤشر الخيارات الزمنية للرفاهية الاجتماعية في المجتمع والتي تُساوي مؤشر الخيارات الزمنية لمنفعة فرد نموذجي مضروبا بعدد الأفراد. بعبارة أخرى، يفترض هذا النموذج وجود اقتصاد ما يعيش فيه سلسلة متصلة من الأجيال خلال فترة زمنية لانهائية وتنمو

---

[2] - مع ذلك، يرى Ramsey (1928) أن معدل التفضيل الزمني لابد أن يُساوي الصفر $(\rho = 0)$ لأنه يتعامل مع المخطط كعون اقتصادي يسعى نحو الأمثلية (وليس مع الأسر التنافسية) ويختار مستوى استهلاك جيل اليوم وكذا الأجيال المستقبلية. وفق Ramsey (1928: 82) افتراض خصم موجب للمنفعة الزمنية للأجيال القادمة $(\rho \succ 0)$ "ليست مسألة أخلاقية".

بشكل متعاقب بمعدل (n). في هذا الإطار، يتم استخدام دالة المنفعة من نوع Benthamite يتم فيها الحصول على مؤشر المنفعة الزمنية بجمع (عن طريق معدل الخصم الزمني خلال الأفق اللانهائي) رفاهية كل فترة.[3]

في الزمن المتصل، تسعى كل أسرة نموذجية لتعظيم منفعتها الاجمالية معطاة وفق الصيغة التالية:

$$U = \int_{t=0}^{\infty} \ell^{-\rho t} u\left(c\left(t\right)\right) L\left(t\right) dt \qquad (5.\ 1)$$

حيث (U) هي دالة المنفعة الكلية التي تستوفي:[4]

$$U' \succ 0; U'' \prec 0; U'\left(0\right) = \infty; U'\left(\infty\right) = 0$$

$(c(t))$ نصيب الفرد من الاستهلاك عند الزمن (t)؛ $u(c(t))$ دالة المنفعة الفردية و تُعرف أيضا باسم "دالة السعادة" تُظهر العلاقة بين تدفق دالة نصيب الفرد من المنفعة بكمية نصيب الفرد من الاستهلاك. $(\rho \succ 0)$ معدل الخصم أو التفضيل

---

[3] -يُمكن افتراض دالة منفعة بديلة تُفسر اقتصادا من نوع Robinson Crusoe حيث يستطيع عون اقتصادي واحد يعيش للأبد الوصول لتكنولوجيا الإنتاج ولا يحدث أي تداول من أي نوع لأنه لا يُوجد هناك أعوان آخرون في الاقتصاد. يعمل هذا العون الاقتصادي الوحيد على تعظيم منفعته الزمنية الاجمالية وتكون المشكلة مماثلة لتلك الواردة أعلاه مع $L(t) = 1$.

[4] - يُجسد افتراض تقعر دالة المنفعة ضمنيا الرغبة الموجودة لدى الأسر للسير بنمط سلس للاستهلاك مع مرور الزمن: حيث تُفضل الأسر نمطا موحدا وتتفادى ذلك المسار الذي يكون فيه نصيب الفرد من الاستهلاك منخفضا جدا في بعض الفترات، ومرتفعا جدا في فترات أخرى. في هذا الإطار، تدفع الرغبة في سلاسة الاستهلاك سلوك الادخار لدى الأسر لأنهم سيميلون للاقتراض عندما يكون الدخل منخفضا نسبيا وللادخار عندما يكون الدخل مرتفعا نسبيا.

الزمني الذي كلما أصبح أكبر فضل الأفراد الاستهلاك الحالي و انخفضت إمكانية الاستهلاك المستقبلي. إحدى الأسباب التي تجعل قيمة (ρ) موجبة هو ارتباط المنفعة المستقبلية بحجم استهلاك الأجيال القادمة: بدءا من النقطة التي تتساوى فيها مستويات نصيب الفرد من الاستهلاك كل جيل، سيُفضل الآباء وحدة استهلاك حالية على وحدة استهلاك مستقبلية ينتفع منها أبنائهم لذلك يتوافق نمط "الأنانية" الذي يتصف به الآباء مع $(\rho \succ 0)$ في المعادلة (5 .1).

2. مشكلة المخطط الاجتماعي أو الاقتصاد المركزي

تتمثل المهمة الرئيسية للمخطط الاجتماعي (ذو النوايا الحسنة) في تعظيم الخيارات الزمنية لرفاهية المجتمع مع الأخذ بعين الاعتبار عدد من القيود كالتقنيات، وفرة الموارد الأولية والحل النهائي في الأفق اللانهائي. يتطلب الأمر معرفة كيفية تخصيص الموارد بطريقة أمثلية في كل فترة بين الاستهلاك الحالي والادخار الذي يُسهم في تراكم رأس المال وتوليد موارد إضافية في المستقبل.

يُمكن التعبير عن هذه المشكلة وفق الصيغة التالية:

$$\underset{c_t}{Max}\, U = \int_{t=0}^{\infty} \ell^{-\rho t} u\left(c\left(t\right)\right) L\left(t\right) dt \qquad (5.\,2)$$

تحت قيد،

$$y\left(t\right) = c\left(t\right) + i\left(t\right)$$

$$K\left(0\right) \succ 0, L\left(0\right) \succ 0$$

حيث (i) نصيب الفرد من الاستثمار و $(y = f(k))$ نصيب الفرد من الناتج مع إعطاء الحالة الابتدائية للاقتصاد $K(0), L(0)$. وبالمثل، تتساوى قوى العمالة بعدد السكان وتنمو بمعدل خارجي ثابت (n)، لذلك تُوصف الديناميكية الديمغرافية على النحو التالي:

$$L(t) = L(0)\ell^{nt}, L(0) = 1$$
$$\Rightarrow L(t) = \ell^{nt}$$

بقسمة طرفي دالة الإنتاج على (K) نحصل على:

$$Y = C + I$$
$$Y = cL + \dot{K} + \delta K$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{Y}{K} - c\frac{L}{K} - \delta \quad (5.\ 3)$$

وبدلالة نصيب الفرد:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{Y}{k} - \frac{c}{k} - (n + \delta) \quad (5.\ 4)$$

ولأن الدخل محدد وفق دالة الإنتاج:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{[f(k) - c]}{k} - (n + \delta) \quad (5.\ 5)$$
$$\dot{k} = [f(k) - c] - (n + \delta)k$$
$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k \quad (5.\ 6)$$

يُمكن حل مشكلة المخطط باستخدام طريقة التحكم الأمثل:

$$\underset{c_t}{Max}\, U = \int_{t=0}^{\infty} \ell^{-(\rho-n)t} u\big(c(t)\big) dt \qquad (5.\ 7)$$

تحت قيد،

$$\dot{k} = sf(k) - (n+\delta)k \qquad (5.\ 8)$$
$$K(t=0) = K(0)$$

يُسمى (c) نصيب الفرد من الاستهلاك بـ"متغير التحكم Controle Variable" لأنه يخضع لقرار العون الاقتصادي الذي يُواجه مشكلة الخيار الزمني الأمثلي. يُمكن للمستهلك النموذجي اختيار أي مستوى استهلاك عند أي نقطة زمنية على ألا يكون هذا المستوى أكبر من الناتج لأن الاقتصاد المغلق لا يسمح بذلك. من جانب آخر، يُسمى نصيب الفرد من رأس المال (K) بـ"متغير الحالة State Variable" لأنه يخضع لقانون حركية الاقتصاد و يتحدد مستواه عند أي نقطة زمنية وفق القرارات المتخذة حول متغير التحكم.[5]

يُعطى حل Hamilton لمشكلة الأمثلية الديناميكية للمخطط بالقيمة الحالية:

$$H(k,c,v) = \ell^{-(\rho-n)t} u\big[c(t)\big] + v\big[f(k) - c - (n+\delta)k\big] \qquad (5.\ 9)$$

بما أن المنفعة الحدية عند الصفر مُساوية لما لانهاية، يكون المستوى الأمثل للاستهلاك موجبا كل فترة، ويُمكن كتابة الشروط الأمثلية (التعظيم) من الدرجة الأولى:

[5] - أنظر الملحق 4 للتعرف على خطوات حل مشكلة الأمثلية.

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \ell^{-(\rho-n)t}u'(c) - v = 0 \tag{5. 10}$$

$$\frac{\partial H}{\partial k} = -\dot{v} = v\left[f'(k) - (n+\delta)\right] = 0 \tag{5. 11}$$

$$\lim_{t \to 0} k(t)v(t) = 0 \tag{5. 12}$$

يُسمى (v)بـ "متغير الحالة المشتركة Co-State Variable" الذي يُعبر عن سعر الظل لمتغير الحالة $(k(t))$ –بدلالة القيمة الحالية: ما مدى استعداد المخطط للدفع (بوحدات المنفعة) من أجل الحصول على وحدة إضافية من نصيب الفرد من رأس المال في الزمن (t).

وفق الشرط الأول لدينا:

$$\ell^{-(\rho-n)t}u'(c) = v \tag{5. 13}$$

تُخبرنا هذه المعادلة أنه عند أي نقطة زمنية لابد أن يُساوي سعر الظل لرأس المال المنفعة الحدية للاستهلاك بالقيمة الحالية عند الزمن (t): إذا كان سعر الظل مُنخفضا، تكون القيمة الحدية لرأس المال منخفضة عن الاستهلاك و ترتفع الرفاهية إذا ارتفع الاستهلاك (بمعنى إذا انخفض الاستثمار)، في المقابل كلما كان مستوى الاستهلاك مرتفعا انخفضت قيمة منفعته الحدية إلى أن تُصبح مُساوية سعر الظل، و يحدث العكس إذا كان سعر الظل أكبر من المنفعة الحدية، وعليه هناك حالة توازن واحدة مرغوب فيها هي أن يتساوى سعر الظل مع المنفعة الحدية للاستهلاك.

أخيرا يُمثل الشرط الثالث ما يُعرف بـ"شرط العرضية Transversality Condition" الذي يُشير ضمنيا أنه كلما اقتربت أسرة نموذجية من الفترة النهائية تتجه قيمة رأس المال نحو الصفر (سواءا بسبب الاهتلاك الكامل لرأس المال أو بسبب القيمة الصفرية لرأس المال) مع بلوغ الأفق الزمني المُخطط له، و سيكون من ناحية اللاكفاءة بلوغ فترة النهاية بقيمة مخزون رأس مال غير صفري.[6]

يُمكن إعادة صياغة شروط الدرجة الأولى (المعادلة (5.11) و (5.12)):

$$u'(c)=v\ell^{(\rho-n)t} \tag{5.14}$$

$$-\frac{\dot{v}}{v}=f'(k)-(n+\delta) \tag{5.15}$$

بأخذ لوغاريتم المعادلة (5.14) واشتقاقها بدلالة الزمن ثم ضرب وقسمة جانبها الأيسر بـ(c) نحصل:

$$\log u'(c)=\log v+(\rho-n)t$$

$$c\frac{u''(c)}{u'(c)}\frac{\dot{c}}{c}=\frac{\dot{v}}{v}+(\rho-n) \tag{5.16}$$

بدمج كل هذه العلاقات نجد:

---

[6] - إذا فكرنا في اللانهائي أنه نهاية أفق التخطيط، فمن البديهي ألا يرغب الأعوان الذين يسعون نحو الأمثلية في امتلاك أي أصول ذات قيمة في نهاية المطاف، لأن تعظيم المنفعة يتطلب استنفاذ الأصول على نحو فعال لزيادة الاستهلاك في الزمن النهائي.

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{f'(k)-(\rho+\delta)}{-c\dfrac{u''(c)}{u'(c)}} \tag{5. 17}$$

التي تُعرف بـ "قاعدة Keynes — Ramsey"وتأخذ شكل "معادلة Euler":
تُخبرنا هذه المعادلة أنه بهدف تحقيق الأمثلية لزيادة الاستهلاك، يجب على المستهلك أن يُكافئ بناتج حدي أعلى.

2.1. المرونة الزمنية لإحلال الاستهلاك

تتعامل نماذج النمو الأمثلي مع قرارات الخيارات الزمنية للاستهلاك والادخار، حيث تسمح التضحية ببعض وحدات الاستهلاك في الحاضر بزيادة تراكم رأس المال ما يُؤدي بدوره لزيادة الموارد في المستقبل. إذن السؤال الرئيسي هو: كيف يتم توزيع تدفق معين من الدخل بين الاستهلاك والادخار مع مرور الوقت؟

يُمكن تحويل الموارد من الحاضر إلى المستقبل لكن لا يُمكن أن يحدث العكس إلا إذا وُجدت أسواق ائتمانية متطورة. لاحظ عندما يُواجه المستهلك النموذجي صدمة موجبة للدخل عند الزمن (t)ستكون أمامه مجموعة من الخيارات والاحتمالات لتغيير مستوى الاستهلاك الحالي بأي نسبة من 0 إلى 1 بتغير الدخل (Δy)، أما الباقي يتم ادخاره نحو الاستثمار لتحقيق حجم استهلاك أكبر في المستقبل. في الحالة القصوى، يزداد الاستهلاك الحالي بمعدل مساو الحجم الكامل لصدمة

الدخل (Δy) مع عدم ترك أي زيادة للمستقبل، في المقابل تنتشر زيادة الدخل مع مرور الوقت على شكل استهلاك أعلى خلال عدد من الفترات الزمنية.

هناك مفهومان مرتبطان بالمعدل الأمثلي الذي ينبغي عنده نقل الموارد بمرور الوقت: مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك Elasticity of The Marginal Utility وهي النسبة المئوية لتغير المنفعة الحدية المرتبطة بتغير مستوى الاستهلاك بنسبة 1 %:[7]

$$\varepsilon(c)=\frac{d\left[\log u'(c)\right]}{d\left(\log(c)\right)}=-\frac{du'(c)}{dc}\frac{c}{u'(c)}=-c\frac{u''(c)}{u'(c)}\succ 0$$

تُشير هذه المرونة لرغبة المستهلك تحقيق سلاسة (ثبات نمط) الاستهلاك بمرور الوقت. من جانب آخر، هناك مفهوم ثاني ذو صلة هو المرونة الزمنية لإحلال الاستهلاك Intertemporal Elasticity of Substitution of Consumption تُشير للعلاقة بين تغير مستوى الاستهلاك بمرور الزمن وحجم التغير الضمني للمنفعة الحدية. يختلف هذا المفهوم عن مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك حيث يُقارن هذا الأخير تغير المنفعة الحدية بسبب تغير مستوى الاستهلاك عند نقطة زمنية محددة، ما يعني أن المرونة الزمنية لإحلال الاستهلاك (تُشير لرغبة تغيير الاستهلاك بمرور

[7] - كما نرى في البسط، يقيس المشتق الثاني لدالة المنفعة مرونة درجة تقعر دالة المنفعة: كلما كانت المرونة أكبر زاد انحناء هذه الدالة، وكلما كانت المرونة $\varepsilon(c)$ أكبر زاد تقعر دالة المنفعة وأصبح مسار الاستهلاك أكثر استقرارا. على سبيل المثال، إذا اتجهت المرونة نحو ما لا نهاية سيتجه معدل نمو الاستهلاك نحو الصفر ويُصبح سلوك الاستهلاك تقريبا مستقرا، أما إذا اتجهت القيمة نحو الصفر سيصبح مسار الاستهلاك متفجرا.

الوقت استجابة لتغير سعر الفائدة) ما هي إلا مقلوب مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك:

$$\sigma(c) = -\left(\frac{\partial(\dot{u}'(c)/u'(c))}{\partial(\dot{c}/c)}\right)^{-1} = -\frac{u'(c)}{cu''(c)} = \frac{1}{\varepsilon(c)} \succ 0$$

إذا كانت منحنيات سواء المستهلك النموذجي قريبة من الخطية، تكون المنفعة الحدية ثابتة تقريبا ما يعني أن تغير النسبة المئوية للمنفعة الحدية يُصبح ضئيلا بالنسبة لأي تغير محتمل في مستوى الاستهلاك وتكون $(\sigma(c))$ مرتفعة. في هذه الحالة لن يُؤثر تركيز المستهلك في نقطة زمنية معينة على المنفعة الحدية لحد كبير، وسيكون المستهلك غير مبال تقريبا بالوقت الذي سيستهلك فيه باستثناء وجود تأثير عامل الخصم الزمني المحتمل. وردا على أي صدمة ايجابية للدخل، سيرتفع الاستهلاك حسب حجم الصدمة مع عدم حدوث زيادة كبير في تراكم رأس المال المتأتي من جزء المُدخر من الدخل الذي زاد.

يُلاحظ العكس عند انخفاض $(\sigma(c))$ (أي عندما تُؤدي زيادة الاستهلاك إلى انخفاض قوي في المنفعة الحدية)، في هذه الحالة تُتبع الصدمة الايجابية في الدخل بشكل عام بزيادة ضعيفة في الاستهلاك، و يتم توجيه معظم زيادة الدخل نحو الادخار ما يُؤدي لتراكم المزيد من رأس المال و يسمح بزيادة الاستهلاك في المستقبل. في هذه الحالة سيكون الاستهلاك أكثر سلاسة منه في حالة $(\sigma(c))$ العالي عندما يميل

الاستهلاك لتكرار تقلبات الدخل، ومنه سيقترب تقلب الاستهلاك من تقلب الدخل في ظل $(\sigma(c))$ المرتفع في حين يكون أقل بكثير من تقلب الدخل في ظل $(\sigma(c))$ المنخفض.

هناك حالة خاصة لدالة المنفعة تُعرف بـ "دالة المنفعة ذات النفور النسبي من المخاطرة Constant Relative Risk Aversion utility Function":

$$u(c(t)) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta}, \theta \succ 0$$

يُمكن اشتقاق مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك بسهولة:

$$\varepsilon(c) = -c\frac{u''(c)}{u'(c)} = -c\frac{-\theta c^{-\theta-1}}{c^{-\theta}} = \theta$$

والمرونة الزمنية لإحلال الاستهلاك:

$$\sigma(c) = \frac{1}{\varepsilon(c)} = \frac{1}{\theta}$$

لابد من الاهتمام بالعلاقة الموجودة بين قيمة (θ) في هذه الدالة الخاصة للمنفعة وتقلب الاستهلاك: إذا كانت $(\theta \to 0)$ قريبة من الصفر، تُصبح دالة المنفعة خطية في مستوى الاستهلاك ولا يحصل المستهلك على تعويض كثير من الاستهلاك المستقبلي ما يفقده عن طريق التضحية بالاستهلاك الحالي. وبما أن المنفعة الحدية مستقلة عن مستوى الاستهلاك، لا يُصبح المستهلك مباليا بالوقت الذي سيستهلك فيه وسيؤدي وجود عامل الخصم الزمني لاستنفاد أي ارتفاع غير متوقع في الدخل على الفور (في

الحاضر). في هذه الحالة، ليس هناك حافز كبير لنقل الموارد بمرور الوقت عبر الادخار وتراكم رأس المال وسيكون الاستهلاك متقلبا كالدخل.

في الحالة البديلة، عندما تكون قيمة (θ) كبيرة سيُؤدي تغير الاستهلاك إلى تغييرات قوية في المنفعة الحدية، لكن وجود منفعة حدية متقلبة ستتناقص مع هدف تعظيم مستوى الكلي للمنفعة زمنيا، لذلك سيعمل المستهلك على تغيير الاستهلاك عند الحد الأدنى مُفضلا نشر منافع الارتفاع غير المتوقع للدخل عبر الزمن (وسيحدث سلوك مماثل بعد النقص غير المتوقع في الدخل). هنا يكون لدى المستهلك حافز قوي لنقل الاستهلاك بمرور الوقت وسيُصبح مسار الاستهلاك أكثر سلاسة حيث يتم تثبيت تقلبات الدخل عبر الزمن عن طريق المدخرات الموجبة والسالبة.

تُعرف المعلمة (θ) التي لاحظناها في دالة المنفعة الخاصة باسم "معلمة النفور النسبي من المخاطرة". في الواقع، بدلالة نظرية القرار في ظل عدم اليقين، يتم تعريف النفور المطلق من المخاطرة أنه $\left(-\frac{u''(c)}{u'(c)}\right)$ في حين يُعرف النفور النسبي من المخاطرة أنه $\left(-c\frac{u''(c)}{u'(c)}\right)$ أو مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك. بشكل عام، كلاهما دالتان تابعتان لمستوى الاستهلاك، لكن مع ذلك بالنسبة لدالة المنفعة الخاصة يُعطى النفور النسبي من المخاطرة ثابتا (θ).

هناك بعض التشابه بين طريقة صنع قرارات تعظيم المنفعة في ظل عدم اليقين عند نقطة زمنية معينة مع تلك التي تُصنع بها عبر الزمن في ظل غياب عدم اليقين: فالمستهلك الذي يتجنب المخاطرة ويحمل قيمة (θ) مرتفعة لن يرغب في مواجهة عدم اليقين حول مستوى الاستهلاك. كما رأينا بالفعل، في عالم لا يُوجد فيه عدم اليقين سيميل المستهلك بقيمة (θ) مرتفعة إلى خفض الاستهلاك عن طريق نشر الآثار السلبية أو الموجبة لصدمة الدخل مع مرور الزمن، وسيُكون التأثير في كلتا الحالتين مُمثلا في تيار استهلاك أقل تقلبا مقارنة بمستهلك بقيمة (θ) منخفضة—معامل النفور النسبي من المخاطرة لدوال المنفعة الخاصة والتي تُمثل مُعكوس $(\sigma(c))$.

2.2.قاعدة Keynes —Ramsey

تسمح لنا هذه المفاهيم بإمكانية تفسير قاعدة Keynes-Ramsey باستخدام المرونة الزمنية لإحلال الاستهلاك.

يُمكن الحصول على معادلة Euler بالطريقة التالية:

$$\underset{c_t}{Max}\int_0^\infty \ell^{-\rho t}u\left(c\left(t\right)\right)dt=\underset{c_t}{Max}\int_0^\infty \ell^{-\rho t}u\left(f\left(k\right)-\dot{k}-\delta k\right)dt$$

تكون معادلة Euler:

$$u_k-\frac{du_{\dot{k}}}{dt}=0$$

أو

$$u\left[f'\left(k\right)-\left(\rho+\delta\right)\right]+u''\dot{c}=0$$

حيث $\dot{u}(-1) = \frac{du}{dc}\frac{dc}{dk} = u_k$ و $u''(-1) = \frac{d\dot{u}}{dc}\frac{dc}{dk} - = \frac{du_k}{dt}$، وعليه:

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\left[\frac{u'(c)}{cu''(c)}\right]\left[f'(k)-(\rho+\delta)\right] = \frac{f'(k)-(\rho+\delta)}{\varepsilon(c)}$$

مع:

$$\varepsilon(c) = -c\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

وهو معامل النفور النسبي من المخاطرة (أو مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك) الذي يُشير لحساسية المنفعة الحدية للتغيرات الحاصلة في مستوى الاستهلاك.

بدلالة المرونة الزمنية لإحلال الاستهلاك:

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\sigma(c)\left[f'(k)-(\rho+\delta)\right]$$

تُظهر المعادلة أن الاستهلاك الأمثل يتحدد (يزيد، ينقص أو يبقى ثابتا عند أي نقطة زمنية) اعتمادا على ما إذا كان صافي الناتج الحدي لرأس المال من الاهتلاك $(f'(k)-\delta)$ أكبر، أصغر أو يُساوي معدل الخصم الزمني (ρ) هذا من جانب. من جانب آخر، وجود رغبة أقل للإحلال الزمني (قيمة $\varepsilon(c)$ عالية) تعني استجابة $(\dot{c}/c)$ أصغر للفجوة بين $(f'(k)-\delta)$ و (ρ).

نفترض الآن أن معدل الفائدة التوازني يجب أن يُساوي صافي الناتج الحدي من الإهتلاك $r = f'(k)-\delta$ ...هذا بديهي لأن كلاهما يُعبران عن العائد الحقيقي (العائد المتحصل عليه من وحدات السلع الاستهلاكية لنوعين مختلفين من الاستثمار): الاستثمار المُنتج والاستثمار المالي.

تنص قاعدة Keynes-Ramsey أنه إذا كان معدل الفائدة الحقيقي مُساويا معدل الخصم الزمني سيتحقق المستوى الأمثلي المستقر للاستهلاك. من ناحية أخرى، عندما يكون تقييم السوق للمستقبل (r) أكبر من القيمة الذاتية للزمن معبرا عنه بـ(ρ) أو $(r \succ \rho)$: سيفضل المستهلك التضحية ببعض وحدات الاستهلاك الحالي واستثمار عوائد رأس المال للاستمتاع باستهلاك مستقبلي أعلى وسيرتفع مسار الاستهلاك $(\dot{c} \succ 0)$. في المقابل، يحدث العكس عندما يكون تقييم السوق للمستقبل أقل من القيمة الذاتية للزمن $(r \prec \rho)$: سيفضل المستهلك الحفاظ على المستوى الحالي للاستهلاك فوق المستوى المستقبلي وبالتالي $(\dot{c} \prec 0)$.[8] لكن ما هو مقدار تعديل المستهلك لمسارات استهلاكه بدلالة الفجوة بين تقييم السوق الذاتي والمستقبلي؟

وفق قاعدة Keynes-Ramsey:

$$r - \rho = \frac{1}{\sigma(c)} \frac{\dot{c}}{c}$$

والتي تُصبح:

$$r - \rho = \theta \frac{\dot{c}}{c}$$

---

[8] - إذا كان صافي الناتج الحدي لرأس المال من الإهتلاك أكبر من معدل الخصم الزمني يعني هذا تخصيص جزء أكبر من الناتج نحو الادخار (أو الاستثمار) وسيكون الاستهلاك في المستقبل أعلى مما هو عليه في الحاضر. على عكس ذلك، يرتفع المسار الزمني للاستهلاك إذا كان معدل التفضيل الزمني أعلى من صافي الناتج الحدي من الاهتلاك وستعمل الاستراتيجية الأمثلية على خفض الادخار (الاستثمار) لزيادة الاستهلاك الحالي وسينخفض الاستهلاك المستقبلي.

في ظل ثبات تفضيلات النفور النسبي من المخاطرة، و بوجود فارق بين (r) و (ρ) سينمو الاستهلاك بمعدل أعلى بالنسبة للمستهلكين الذين يحملون قيمة أعلى من $(\sigma(c))$ بما يتفق مع المناقشة أعلاه. في هذا الجانب، يتمتع المستهلكون ذوي (θ) منخفض بمرونة زمنية إحلال عالية للاستهلاك ويقومون بتعديل مسارهم نحو الفجوة الموجودة بين التقييم الذاتي والمستقبلي للسوق. يحدث العكس بالنسبة للمستهلكين ذوي (θ) مرتفع الذين بالكاد يقومون بتعديل مساراتهم لتغيير الفرق بين سعر الفائدة الحقيقي وعامل الخصم الزمني.

على العموم، تُشكل معادلات حركية الاستهلاك أو ما تُعرف بقاعدة Keynes-Ramsey للاستهلاك الأمثلي مع معادلة مخزون رأس المال (المعادلة (8. 5)) نظاما يتكون من معادلتين تفاضليتين غير خطيتين:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{f'(k) - (\rho + \delta)}{\varepsilon(c)}$$

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k$$

3. مشكلة السوق اللامركزي أو التوازن التنافسي

إن الاقتصاد المخطط مركزيا الذي تم تحليله في الجزء السابق يتم اتخاذ القرارات الاقتصادية فيه من قبل المخطط الاجتماعي الذي يفرض على الأعوان الخواص طريقة معينة لتخصيص الموارد يُمكنها أن تتحقق أيضا في إطار آلية التوازن التنافسي في اقتصاد بدون حكومة.

عند تحليل المشكلة بطريقة لامركزية ينبغي النظر في القرارات المنفصلة للأسر (المستهلكين) والشركات (المنتجين) وتفاعلهم في السوق التنافسي التوازني.

3.1. سلوك المستهلك

يُفترض وجود مجموعة من المستهلكين المتشابهين (في التفضيلات) يتمتعون بوحدة من العمل كل فترة ويُولدون منفعة جراء الاستهلاك. يُعطى سلوك المستهلك وفق دالة المنفعة التالية:

$$U = \int_{t=0}^{\infty} \ell^{-\rho t} u\left(c\left(t\right)\right) L\left(t\right) dt \qquad (5.18)$$

نفترض الآن دالة منفعة من نوع CRRA:

$$u\left(c\left(t\right)\right) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \qquad (5.19)$$

تستوفي دالة المنفعة الشروط والخصائص التالية:

- المنفعة الحدية أكبر من الصفر:

$$u'(c(t)) = \frac{(1-\theta)c^{-\theta}}{1-\theta} = c^{-\theta} \succ 0, \forall c \succ 0$$

- المنفعة الحدية متناقصة:

$$u''(c(t)) = -\theta c^{-(1+\theta)} \prec 0, \forall c \succ 0$$

- تستوفي شروط Inada:

$$\lim_{c \to 0}\left[u'(c(t)) = \frac{1}{c^{\theta}}\right] = \infty; \lim_{c \to \infty}\left[u'(c(t)) = \frac{1}{c^{\theta}}\right] = 0$$

كذلك:

$$\lim_{c \to 0}\left[u''(c(t)) = -\theta c^{-(1+\theta)}\right] = -\infty; \lim_{c \to \infty}\left[u''(c(t)) = -\theta c^{-(1+\theta)}\right] = 0$$

تُعطى مرونة الاحلال الزمني للاستهلاك كمعكوس لدرجة النفور من المخاطرة:

(درجة النفور من المخاطرة)

$$\varepsilon(c) = -c\frac{u''(c)}{u'(c)} = -c\frac{\left[-\theta c^{-(1+\theta)}\right]}{c^{-\theta}} = \theta$$

(مرونة الاحلال الزمني)

$$\sigma(c) = \frac{1}{\varepsilon(c)} = \frac{1}{\theta}$$

كذلك، تُعطى دالة نمو عنصر العمل:

$$L(t) = L(0)\ell^{nt}, L(0) = 1 \quad (5.\ 20)$$

من جانب آخر، تحتفظ الأسر بأصول (في شكل ملكية رأس المال أو كقروض– القروض السلبية تُمثل الديون). ومع افتراض اقتصاد مغلق لا يُوجد فيه أي تداول للأصول الدولية، يُمكن للأسر أن تُقرض وتَقترض من أسر أخرى لكن في نهاية المطاف تعمد الأسرة النموذجية لاحتساب الصافي الصفري للقروض في حالة التوازن لأنه من المفروض أن نوعي الأصول (رأس المال والقروض) قابلين للإحلال الكامل كمخزون للقيمة، ويجب أن يتدفقا وفق نفس معدل العائد الحقيقي (سعر الفائدة الحقيقي (r)).

يتم عرض قيود ميزانية الأسر التنافسية وفق المعادلة (5.21) التي تُشير للدخل غير المستهلك المستخدم لمراكمة المزيد من الأصول حيث(C)الاستهلاك زائدا $(\dot{X})$تغير قيمة الأصول أو الاستثمار الذي يُعادل دخل الأجر (wL)زائدا العائد المُقابل للحفاظ على الأصول (rK). بعبارة أخرى، ينص هذا القيد أن الإنفاق على الاستهلاك والاستثمار يجب أن يُساوي الدخل جراء المتأتي من عوامل الإنتاج:

$$C+\dot{X}=wL+rX \tag{5.21}$$

من خلال هذه المعادلة، نحصل على أقصى حد من قيد الميزانية الزمنية لنصيب الفرد من الاستهلاك:

$$\frac{C(t)}{L(t)}+\frac{\dot{X}(t)}{L(t)}=w(t)\frac{L(t)}{L(t)}+r(t)\frac{X(t)}{L(t)}$$

$$c+\frac{\dot{X}}{L}=w+rx \tag{5.22}$$

نعلم أن تغير نصيب الفرد من امتلاك الأصول $(\dot{x})$ يُساوي:

$$\dot{x} = \frac{d\left(\frac{X}{L}\right)}{dt} = \frac{\dot{X}L - X\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{X}}{L} - nx$$

باستبدالها في المعادلة (5.22) نجد:

$$c + \dot{x} + nx = w + rx$$

وعليه يُمكن الحصول على معادلة نصيب الفرد من تراكم الأصول بناءا على معادلة نصيب الفرد من قيد الميزانية:

$$\dot{x} = w + rx - c - nx \qquad (5.23)$$

يُساوي زيادة نصيب الفرد من الأصول مجموع عوائد الإنتاج ناقصا نصيب الفرد من الاستهلاك وتوزيع الأصول على السكان الجدد يتم ادراجهم من فترة لأخرى (وفق معدل نمو السكان). وبالتالي، تتمثل مشكلة الأمثلية التي يطرحها المستهلك في تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية:

$$\underset{c}{Max}\int_0^\infty \left[\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right] L(0)\,\ell^{-(\rho-n)t}\,dt$$

تحت قيد، $\dot{x} = w + rx - c - nx$

من المهم التأكيد أنه وفق هذه الصيغة يقوم المستهلك بخصم المستقبل بمعدل (ρ)، لذا يُمثل التكامل تلك القيمة الحالية للمنفعة المتراكمة خلال تلك الفترة.

كما هو الحال بالنسبة لحل المخطط المركزي لمشكل الأمثلية، يتم استخدام طريقة التحكم الأمثلي استعانة بأسلوب حل Hamilton للقيمة الحالية:

$$\bar{H}(c,x,m)=\left[\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right]+m\left[w+rx-c-nx\right]$$

حيث $\bar{H}=H\ell^{(\rho-n)t}$ وتُمثل m سعر ظل أصول المستهلك مُعبرا عنه بالقيمة الحالية.

شروط التعظيم (Maximinization Conditions):

$$\frac{\partial\bar{H}}{\partial c}=0$$

$$c^{-\theta}-m=0 \qquad : \text{MC1}$$

$$c^{-\theta}=m=\lambda\ell^{(\rho-n)t}$$

حيث $\left(c^{-\theta}\right)$ تُمثل المنفعة الحدية للاستهلاك: عند أي نقطة زمنية لابد أن يُساوي سعر ظل أصول المستهلك مُعبرا عنه بالقيمة الحالية (m) للمنفعة الحدية للاستهلاك- وفق هذا الشرط هناك تخصيص كفء بين الأصول والاستهلاك عبر الأفق الزمني.

$$\frac{\partial\bar{H}}{\partial m}=\dot{x}$$

$$\dot{x}=w+rx-c-nx \qquad : \text{MC2}$$

$$\frac{\partial H\ell^{(\rho-n)t}}{\partial\lambda\ell^{(\rho-n)t}}=\frac{\partial H}{\partial\lambda}=\dot{x}=w+rx-c-nx$$

يُشير شرط التعظيم الثاني لمعادلة حركية الاقتصاد (معادلة حركية متغير الحالة) -في هذه المشكلة، يُمثل متغير الحالة (x) نصيب الفرد من الأصول.

: MC3

$$\dot{m} = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial x} + m(\rho - n)$$
$$= -\ell^{(\rho-n)t}\frac{\partial H}{\partial x} + m(\rho - n)$$

تُعبر المعادلة الثالثة عن معادلة حركية متغير الحالة المشتركة (سعر ظل أصول المستهلك مٌعبرا عنه بالقيمة الحالية (m)).

يُصبح حل Hamilton بالقيمة الحالية مٌساو إلى:

$$H(c,x,m) = \left[\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right]\ell^{-(\rho-n)t} + \lambda\left[w + rx - c - nx\right]$$

و:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \lambda(r-n)$$

لذلك:

$$\dot{m} = -\ell^{(\rho-n)t}\lambda(r-n) + m(\rho-n)$$

ولأن $m = \lambda\ell^{(\rho-n)t}$ باشتقاقها نحصل على:

$$\dot{m} = \dot{\lambda}\ell^{(\rho-n)t} + \lambda\ell^{(\rho-n)t}(\rho-n)$$

وعليه:

$$\dot{\lambda}\ell^{(\rho-n)t} + m(\rho-n) = -\ell^{(\rho-n)t}\lambda(r-n) + m(\rho-n)$$

للتبسيط:

$$\dot{\lambda}\ell^{(\rho-n)t} = -\ell^{(\rho-n)t}\lambda(r-n)$$
$$\dot{\lambda} = -\lambda(r-n)$$

والتي تٌمثل قاعدة Ramsey للادخار الأمثلي.

لشرح ديناميكية نمو الاستهلاك لابد أن نتتبع سلوك متغير الحالة المشتركة واشتقاقها بدلالة الزمن.

من MC1 نحصل على:

$$\lambda = c^{-\theta}\ell^{-(\rho-n)t}$$

بمفاضلة هذه المعادلة بدلالة الزمن، نحصل على:

$$\dot{\lambda} = -c^{-\theta}\ell^{-(\rho-n)t}(\rho-n) - \theta c^{-\theta-1}\ell^{-(\rho-n)t}\dot{c}$$
$$= \ell^{-(\rho-n)t}\left[-\theta c^{-\theta-1}\dot{c} - c^{-\theta}(\rho-n)\right]$$

ولأن $\dot{\lambda} = -\lambda(r-n)$ يُمكن إيجاد معادلة نمو الاستهلاك:

$$\ell^{-(\rho-n)t}\left[-\theta c^{-\theta-1}\dot{c} - c^{-\theta}(\rho-n)\right] = -(r-n)c^{-\theta}\ell^{-(\rho-n)t}$$

$$\left(-\theta c^{-\theta-1}\right)\dot{c} - c^{-\theta}(\rho-n) = -(r-n)c^{-\theta}$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = (\rho-r)\left[\frac{c^{-\theta}}{\left(-\theta c^{-\theta-1}\right)c}\right] = -(\rho-r)\left(\frac{1}{\theta}\right)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = (r-\rho)\left(\frac{1}{\theta}\right)$$

تُشكل هذه المعادلة الأخيرة ومعادلة حركية متغير الحالة (MC2) نظام معادلتين غير خطيتين في (c) و (x):

$$\dot{x} = w + rx - c - nx \tag{5. 24}$$

$$\dot{c} = c(r-\rho)\left(\frac{1}{\theta}\right) \tag{5. 25}$$

MC4 : $$\lim_{t\to\infty}\left[x(t)\lambda(t)\right] = 0$$

أخيرا الشرط الرابع للتعظيم يُعرف بشرط العرضية الذي يُشير أن قيمة أصول الأسرة النموذجية المُساوية للكمية $x(t)$ مضروبة بسعر الظل بالقيمة الحالية $\lambda(t)$ ينبغي أن تقترب نحو الصفر مع اقتراب الزمن نحو ما لا نهاية. يتطور سعر الظل عبر الزمن وفق المعادلة $\dot{\lambda} = -\lambda(r-n)$ وبتكامل هذه المعادلة نجد:

$$\lambda(t) = \lambda(0)\,\ell^{-\int_0^t [r(\lambda)-n]d\lambda}$$

$$\lambda(0) = c(0)^{-\theta}\,\ell^{-(\rho-n)(0)} = c(0)^{-\theta}$$

$$\lambda(t) = c(0)^{-\theta}\,\ell^{-\int_0^t [r(\lambda)-n]d\lambda}$$

باستبدال قيمة $\lambda(t)$ بما يُساويها في شرط العرضية (MC4) نحصل على:

$$\lim_{t\to\infty}\left[x(t)\,c(0)^{-\theta}\,\ell^{-\int_0^t [r(\lambda)-n]d\lambda}\right] = 0$$

تتحقق هذه المعادلة أو بلوغ هذه النهاية قيمة الصفر عندما يتحقق الشرط $(-(r-n) \prec 0)$ سواءا كان $x(t)$ موجبا أو سالبا (عندما تكون هناك مديونية). في الواقع، لا تُوجد أُسر تنوي مراكمة الأصول بمعدل أكبر أو يُساوي (r). للتفصيل في هذه النقطة، إذا كان بمقدور الأسر اقتراض كمية غير محدودة وفق سعر الفائدة السائد (r) فهناك حافز لمتابعة شكل من أشكال لعبة Ponzi: يُمكن للأسرة الحصول على قرض لتمويل الاستهلاك الحالي ثم استخدام الاقتراض المستقبلي لتدوير المبلغ

الأصلي ودفع كل الفوائد (في هذه الحالة، ينمو دين الأسرة وفق معدل الفائدة). ونظرا لأن أصل المبلغ لا يتم سداده على الاطلاق، يكون الاستهلاك الإضافي في الوقت الحالي مجانيا فعليا وتكون الأسرة التي تقترض بهذه الطريقة قادرة على تمويل مستوى استهلاك مرتفع للأبد. لاستبعاد إمكانيات لعبة Ponzi، يُفترض وجود سوق ائتماني يفرض قيودا على حجم الاقراض، والقيد المناسب لتجسيد ذلك هو أن تكون القيمة الحالية للأصول غير سالبة بشكل مقارب أو ما يُعرف بشرط العرضية: يعني هذا القيد أنه على المدى الطويل لا يُمكن لنصيب الفرد من الأصول $\left(x(t)\right)$ أن ينمو بمعدل أسرع من $(r-n)$؛ أي لا يُمكن لمستوى الدين أن ينمو أسرع من (r) وبالتالي يستبعد هذا القيد نوع التمويل الذي يأخذ شكل لعبة Ponzi كما وصفناه سابقا.

3.2. سلوك الشركات

تقوم الشركات بإنتاج السلع مقابل دفع الأجور لمُدخل العمل والحصول على إيرادات من عوائد مُدخل رأس المال. وتهدف أي شركة تنافسية في اقتصاد ما لتعظيم الأرباح الحالية والمستقبلية بدلالة تعظيم حجم إنتاجها. يتم التعبير عن سلوك الشركات وفق دالة الإنتاج التالية:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \tag{5. 26}$$

تستوفي دالة الإنتاج شروط وخصائص دالة الإنتاج النيوكلاسيكية:

- الناتج الحدي لعوامل الإنتاج موجب:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha} \succ 0 \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial k} = \alpha Ak^{\alpha-1} \succ 0$$
$$\frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha) AK^{\alpha}L^{-\alpha} \succ 0 \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial L} = (1-\alpha) Ak^{\alpha} \succ 0$$

- الناتج الحدي لعوامل الإنتاج متناقص:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = -\alpha(1-\alpha) AK^{\alpha-2}L^{1-\alpha} \prec 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial k^2} = -\alpha(1-\alpha)\frac{Y}{K^2} \prec 0$$
$$\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = -\alpha(1-\alpha) AK^{\alpha}L^{-\alpha-1} \prec 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 y}{\partial L^2} = -\alpha(1-\alpha)\frac{Y}{L^2} \prec 0$$

- شروط Inada:

$$\lim_{k\to 0} \alpha Ak^{\alpha-1} = \lim_{k\to 0} \alpha \frac{y}{k} = \infty; \lim_{k\to\infty} \alpha \frac{y}{k} = 0$$
$$\lim_{L\to 0} -\alpha(1-\alpha)\frac{Y}{L^2} = -\infty; \lim_{L\to\infty} -\alpha(1-\alpha)\frac{Y}{L^2} = 0$$

تبرز المشكلة التي تُواجهها الشركات فيما إذا كان مستوى إنتاجها قادر على تعظيم أرباحها أم لا، حيث تتلقى الشركات تدفقات صافية للإيرادات على شكل الأرباح عند أي نقطة زمنية والتي تُمثل الفرق بين الناتج وتكلفة عوامل الإنتاج:

$$\pi = Y - wL - rK - \delta K \qquad (5.27)$$

باستبدال دالة الإنتاج بما يُساويها في معادلة الأرباح نجد:

$$\pi = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} - wL - rK - \delta K$$

تعمل الشركة التنافسية على تعظيم نصيب الفرد من الأرباح وفق قيم (r) و (w) معطاة:

$$Max\pi = L\left[Ak^{\alpha} - w - rk - \delta k\right]$$

تُعطى شروط تعظيم الأرباح في الشركة "Profit Maximizing Conditions":

PMC1:

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = Ak^{\alpha} - w - rk - \delta k = 0$$

نحصل على (w):

$$\begin{aligned} w &= Ak^{\alpha} - (r+\delta)k \\ &= f(k) - (r+\delta)k \\ &= f(k) - kf'(k) \\ w &= Ak^{\alpha} - \alpha k A k^{\alpha-1} \\ &= (1-\alpha)Ak^{\alpha} \end{aligned}$$

ما يعني أن:

$$w = \frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)Ak^{\alpha} = (1-\alpha)y$$

يُشير شرط الأمثلية الأول للشركة في توازن السوق التنافسي أن الأجر الحقيقي لابد أن يُساوي الناتج الحدي لعنصر العمل مرتبطا بقيمة (k).

: PMC2

$$\frac{\partial \pi}{\partial K}=0$$
$$\frac{\partial\left(AK^{\alpha}L^{1-\alpha}-wL-rK-\delta K\right)}{\partial K}=0$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial K}=\alpha AK^{\alpha-1}L^{1-\alpha}-r-\delta=\alpha Ak^{\alpha-1}-r-\delta=0$$
$$\frac{\partial \pi}{\partial K}=\alpha Ak^{\alpha-1}=\left(r+\delta\right)=f'\left(k\right)$$

يُشير شرط الأمثلية الثاني أن معدل الفائدة زائدا معدل الاهتلاك يُساوي الناتج الحدي لرأس المال مرتبطا أيضا بقيمة (k).

3.3. شرط التوازن

بدأنا تحليل مشكلة الأمثلية في ظل سوق لامركزي بدراسة سلوك الأسر التنافسية التي تُواجه سعر فائدة (r) و معدل أجر مُعطى (w)، ثم قمنا بإدراج شركات تنافسية تُواجه أيضا قيم (r) و (w) معطاة. نقوم الآن بدمج سلوك الأسر والشركات لتحليل هيكل توازن السوق التنافسي.

في حالة التوازن، يُمكن تحديد قيد جديد للميزانية في الاقتصاد ككل: تُقسم الأصول الإجمالية في الاقتصاد إلى مخزون رأس المال والديون المستحقة:

$$X\left(t\right)=K\left(t\right)+D\left(t\right)$$

بالنسبة لاقتصاد مغلق بدون تدخل الحكومة على المستوى الكلي، يجب أن يُساوي إجمالي أصول المستهلكين فقط مخزون رأس المال الاقتصاد ككل لأن الدين يُساوي الصفر (يتم إلغاء الديون والقروض على المستوى الكلي):[9]

$$D(t)=0$$
$$X(t)=K(t)$$

وعليه بدلالة نصيب الفرد:

$$x(t)=k(t);\dot{x}(t)=\dot{k}(t)$$

يُمكن التعبير عن قيد ميزانية المستهلك (المعادلة (24 .5)):

$$\dot{k}=w+rk-c-nk$$

باستبدال (w) بما يُساويها وفق PMC1:

$$\dot{k}=\left[Ak^{\alpha}-(r+\delta)k\right]+rk-c-nk$$
$$\dot{k}=Ak^{\alpha}-\delta k-c-nk$$
$$\dot{k}=Ak^{\alpha}-c-(n+\delta)k$$

على ذلك، يتم الحصول على قيد ميزانية الاقتصاد ككل بدلالة نصيب الفرد:

$$\dot{k}=f(k)-c-(n+\delta)k \tag{5. 28}$$

[9] - جعل $x(t)=k(t)$ مهم جدا لأن كل مخزون رأس المال يجب أن يملكه شخص ما في الاقتصاد. على وجه خاص، في ظل اقتصاد مغلق يجب على السكان المحليين امتلاك كل مخزون رأس المال المحلي، أما إذا تعاملنا مع اقتصاد مفتوح على أسواق رأس المال الدولي، ستظهر فجوة بين (k) و (x) تُمثل صافي دين البلد الأم اتجاه الأجانب.

تُشير المعادلة (28 .5) لقيد المورد في الاقتصاد ككل: يُساوي تغير مخزون رأس المال إلى الناتج ناقصا الاستهلاك مع الأخذ بعين الاعتبار كمية رأس المال الواجب استبدالها جراء الاهتلاك والنمو السكاني.

تُعبر المعادلة (28 .5) عن العلاقة الأساسية التي تُحدد تطور (k) و $y = f(k)$ عبر الزمن، لكن لحد الآن لم نتمكن من ايجاد معادلة تُحدد تطور (c) عبر الزمن بدلالة (k) أو (y). إذا استطعنا الكشف عن معادلة تفاضلية أخرى تُحدد تطور (c) (إلى جانب المعادلة (28 .5))، فبإمكاننا دراسة الديناميكية الكلية للاقتصاد.

في نموذج Solow-Swan، تم تقديم تلك العلاقة المفقودة بافتراض ثبات معدل الادخار والذي يعني ضمنيا دالة استهلاك خطية $c = (1-s)y$، لكن بدلالة النموذج الحالي يظهر سلوك معقد لمعدل الادخار لأنه وفق أمثلية الأسر ينمو (c) وفق المعادلة (25 .5). على هذا الأساس، يُمكن إيجاد المعادلة التفاضلية الجديدة للاستهلاك وفق PMC2:

$$r = \alpha A k^{\alpha-1} - \delta$$

باستبدال هذه القيمة في معادلة نمو الاستهلاك (المعادلة (25 .5)) نحصل:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \left(\alpha A k^{\alpha-1} - \delta - \rho\right)\left(\frac{1}{\theta}\right) \qquad (5.\ 29)$$

تُشكل هذه المعادلة إلى جانب المعادلة (28. 5) نظاما يتكون من معادلتين تفاضليتين في (c) و (k). وبدلالة هذا النظام إلى جانب الشرط الأولي $k(0)$ وشرط العرضية، يتم تحديد "المسارات الزمنية لـ (c) و (k)".

وباستبدال $r = \alpha Ak^{\alpha-1} - \delta$، يُمكننا إعادة كتابة شرط العرضية:

$$\lim_{t\to\infty}\left[k(t)\lambda(0)\exp\left\{-\int_0^t\left(\alpha Ak^{\alpha-1}-\delta-n\right)d\lambda\right\}\right]=0$$

بهذه الطريقة، حصلنا على شرط عرضية جديد يعني ضمنيا (بشكل مسبق يتم اثباته لاحقا) أن (k) يقترب نحو حالته المستقرة الثابتة (k^*) كما رأيناه في نموذج Solow-Swan، لكن بلوغ وضعية الحالة المستقرة يتطلب أن يُصبح صافي الناتج الحدي لنصيب العامل من رأس المال (قيمة العائد في الحالة المستقرة $f'(k^*)-\delta$) أكبر من معدل نمو رأس المال (K) في الحالة المستقرة (مساويا معدل النمو السكاني (n)) أو $\left(-\left(A\alpha k^{\alpha-1}-\delta-n\right)\prec 0\right)$.

4. الحالة المستقرة الأمثلية والديناميكية الانتقالية

يُقدم هذا النموذج سواءا بطريقة حل مشكلة المخطط أو حل مشكلة السوق اللامركزي نظام معادلات تفاضلية غير خطية تصف ديناميكية رأس المال والاستهلاك بدلالة نصيب الفرد.

لاحظ أن فصل دوال الأسر عن الشركات ليست نقطة مركزية في التحليل لأن بناء نموذج قائم على اقتصاد لامركزي يفصل بين الأسر والشركات التنافسية أعطى

نفس النتائج في بيئة بديلة تلعب فيها الأسر نفس أدوار الشركات (توظيف أفراد الأسرة كعمال وفق دالة إنتاج $f(k)$) وتحت قيد المورد (إجمالي الإنتاج لابد أن يُوزع بين الاستهلاك والاستثمار) مع هدف تعظيم دالة المنفعة. إذن، يُمكننا تخيل اقتصاد مدار من قبل مخطط اجتماعي صالح (يسعى لتحقيق المصلحة العامة) يُحدد خيارات الاستهلاك بمرور الزمن ويسعى لتعظيم منفعة الأسرة النموذجية.

يُفترض أن المخطط يحمل نفس التفضيلات (معدل الخصم الزمني، نفس دالة المنفعة) ويُقيد بنفس قيد المورد الاجمالي ويكون حل مشكلة الأمثلية نفسه بدلالة الاقتصاد اللامركزي. ولأن المخطط الاجتماعي الخَيِّر الذي يملك سلطة ديكتاتورية سيحقق "أمثلية Pareto" (بالمعنى الذي يتلقى فيه كل شخص على قيد الحياة نفس القدر من الموارد بحيث لا تُوجد هناك طريقة لزيادة مستوى منفعة مستهلك ما دون تقليل مستوى مستهلك آخر)، فإن النتائج المتحصل عليها بدلالة الاقتصاد اللامركزي لابد أن تبلغ "أمثلية Pareto" أيضا.

كما يُمكن رؤيته من الجدول (1 .5)، هذه المعادلات متساوية في كلا الحلين، لكن مع ذلك يكمن الفرق بين معادلات المخطط المركزي أنها تعتمد صيغ عامة لدوال الإنتاج والمنفعة في حين يفترض حل السوق اللامركزي أشكالا دالية معينة لسلوك المستهلكين والمنتجين: هذا يعني أن المعادلات (28 .5) و (29 .5) هي دوال منفعة وإنتاج معلومة.

بما أن نموذج RCK يتشارك نفس خصائص نموذج Solow-Swan فإننا نعلم مُسبقا أن بلوغ اقتصاد هذا النموذج وضعية الحالة المستقرة يعني ضمنيا نموا صفريا للمتغيرات الرئيسية (رأس المال، الاستهلاك و الناتج) في ظل غياب التقدم التكنولوجي: $\dot{c}=\dot{k}=0$ مع بقاء مستويات الاستهلاك، رأس المال و الناتج بدلالة نصيب الفرد ثابتة عبر الزمن، مع ذلك تنمو المتغيرات الكلية بنفس معدل نمو السكان (n).

الجدول (1. 5). نظام المعادلات التفاضلية لنموذج RCK.

<table>
<tr><th>حل المخطط المركزي</th><th>حل السوق اللامركزي</th></tr>
<tr><td>من خلال تعظيم دالة المنفعة الزمنية للعون النموذجي تحت قيد الميزانية، من المعادلات (8. 5) و (17. 5) نحصل على:
$\dot{k}=f(k)-c-(n+\delta)k$
$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{f'(k)-(\rho+\delta)}{\varepsilon(c)}$</td><td>في السوق اللامركزي، تُعظم الأسر منفعتها تحت قيد الميزانية الزمنية، في حين تُعظم الشركات أرباحها تحت قيد تكنولوجيا الإنتاج. في التوازن، من المعادلات (28. 5) و (29. 5) نحصل على:
$\dot{k}=Ak^{\alpha}-c-(n+\delta)k$
$\frac{\dot{c}}{c}=\left(\alpha Ak^{\alpha-1}-(\rho+\delta)\right)\left(\frac{1}{\theta}\right)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">حيث $\varepsilon(c)=-c\frac{u''(c)}{u'(c)}=\theta$. في كلتا الحالتين، نحصل على نفس نظام المعادلات، لكن لابد أن نشير رغم أن كلتا النتيجتين يتم الحصول عليها من شرط التعظيم الزمني إلا أن القيود تختلف حسب الحالة. أخيرا، تختلف المعادلات المقدمة أيضا بناءا على الشكل الدالي لدالة المنفعة ودالة الإنتاج المبينة وفق المعادلتين (28. 5) و (29. 5).</td></tr>
</table>

الآن أصبح لدينا علاقتان أساسيتان تصفان التطور الزمني للاقتصاد: (1) قانون حركية (المعادلة (8 .5)) نصيب الفرد من رأس المال (نموذج Solow-Swan) التي تُمثل الآن قيدا في مشكلة الأمثلية؛ (2) قاعدة Keynes —Ramsey (المعادلة (17 .5)) لنصيب الفرد من الاستهلاك التي تُمثل حلا لمشكلة الأمثلية بالإضافة إلى شرط العرضية.[10]

لابد أولا إظهار أن معدلات نمو (k) و (c) في الحالة المستقرة تُساوي الصفر تماما كنموذج Solow-Swan: ليكن (γ_{k^*}) و (γ_{c^*}) معدلات نمو نصيب الفرد من رأس المال و الاستهلاك في الحالة المستقرة على الترتيب. في الحالة المستقرة، تعني المعادلة (8 .5) ضمنيا أن:

$$c = f\left(k\right) - \left(n + \delta\right)k - k\gamma_{k^*}$$

بمفاضلة هذه المعادلة بدلالة الزمن نجد أن:

$$\dot{c} = \dot{k}\left[f'\left(k\right) - \left(n + \delta + \gamma_{k^*}\right)\right]$$

[10] - إن الآثار المركزية لنموذج Solow-Swan فيما يتعلق بالقوى الدافعة للنمو الاقتصادي في الحالة المستقرة لا تتوقف على افتراض ثبات معدل الادخار، فحتى عندما يكون الادخار محددا ذاتيا يبقى نمو كفاءة العمل (التقدم التكنولوجي) المصدر الوحيد للنمو المستمر في ناتج لكل عامل. وبالتالي، لا تُؤثر الافتراضات الخاصة بمعدل الادخار في نموذج RCK على نتائج تحليلنا لوضعية الحالة المستقرة (معدلات النمو عند وضعية توازن الاقتصاد على المدى الطويل) لأنها تعتمد حصريا على معدل التقدم التكنولوجي. مرة أخرى، يتوقع هذا النموذج أن السياسات الاقتصادية لا يُمكن أن تُؤثر في النمو الاقتصادي إلا في المدى القصير، والسبب هو قانون " عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال".

يجب أن تتحقق في الحالة المستقرة. يُصبح التعبير الموجود داخل الإطار موجبا وفق شرط العرضية و لابد أن تحمل (γ_{k^*}) و (γ_{c^*}) نفس الإشارة: إذا كان $(\gamma_{k^*} \succ 0)$ سيتجه $k \to \infty$ ما يعني أن $(\gamma_{c^*} \prec 0)$ وفق المعادلة (5 .17) وهي نتيجة تتناقض مع فكرة وجود إشارة واحدة لـ (γ_{k^*}) و (γ_{c^*}). إذا كان $(\gamma_{k^*} \prec 0)$ سيتجه $k \to 0$ و $f'(k) \to \infty$ ما يعني أن $(\gamma_{c^*} \succ 0)$ وفق المعادلة (5 .17) وهي نتيجة أيضا تتناقض مع فكرة وجود نفس الإشارة لـ (γ_{k^*}) و (γ_{c^*}). وبالتالي، الاحتمال الوحيد الممكن هو أن $(\gamma_{k^*} = \gamma_{c^*} = 0)$ وعليه $(\gamma_{y^*} = 0)$. لذلك، تتوافق هذه النتيجة مع معدلات نمو الحالة المستقرة المتحصل عليها في إطار نموذج Solow-Swan الذي يفترض معدل ادخار ثابت ومحدد خارجيا.

في الحالة المستقرة، لا تتغير مستويات رأس المال والاستهلاك بدلالة نصيب الفرد وتُصبح المعادلات التفاضلية بشكلها العام كالآتي:

$$\dot{c} = 0 \Rightarrow f'(k^*) = (\rho + \delta) \tag{5. 30}$$

$$\dot{k} = 0 \Rightarrow f(k^*) - c^* = (n + \delta)k^* \tag{5. 31}$$

وبدلالة معادلات الحل اللامركزي:

$$\dot{c} = 0 \Rightarrow \alpha A k^{*\alpha - 1} = (\rho + \delta) \tag{5. 32}$$

$$\dot{k} = 0 \Rightarrow A k^{*\alpha} - c^* = (n + \delta)k^* \tag{5. 33}$$

تصف معادلة حركية الاقتصاد منحنى هندسي في فضاء (c,k) تُحدد قيمة (c) في الحالة المستقرة:

$$c^* = f\left(k^*\right) - \left(n+\delta\right)k^*$$

وتستوفي:

$$\frac{\partial c^*}{\partial k^*} = f'\left(k^*\right) - \left(n+\delta\right)$$
$$\frac{\partial^2 c^*}{\partial k^{*2}} = f''\left(k^*\right) \prec 0$$

كل نقطة في هذا المنحنى تتوافق مع معدل نمو صفري لمخزون رأس المال. بعد إضافة شرط آخر للأمثلية (قاعدة Keynes —Ramsey)، يتم التعبير عن الحالة المستقرة الأمثلية بدلالة مستويات نصيب الفرد من الاستهلاك $\left(c^*\right)$ورأس المال $\left(k^*\right)$.

يُمكن رؤية حالة مستقرة وحيدة وفقط: حيث تُحدد المعادلة (31. 5) مستوى وحيد لمخزون نصيب الفرد من رأس المال والذي وفق المعادلة (30. 5) يُحدد مستوى الحالة المستقرة الأمثلية للاستهلاك، ومن ثم هناك حالة مستقرة أمثلية وحيدة وفقط.[11]

في نموذج RCK مثل نموذج Solow-Swan ، من المهم التعرف على توقعاته الكمية حول سلوك معدلات نمو المتغيرات الرئيسية في النظام على طول مسار

---

[11] - المحدد الرئيسي لـ$\left(k^*\right)$وفق المعادلة $f'\left(k^*\right) = \left(\rho+\delta\right)$ هو عوائد الحجم المتناقصة الذي يجعل $f'\left(k\right)$ دالة متناقصة بشكل مقارب لـ$\left(k^*\right)$. أكثر من ذلك، تضمن شروط Inada ($f'\left(0\right) = \infty, f'\left(\infty\right) = 0$) تحقق هذه المعادلة عند قيمة $\left(k^*\right)$موجبة ووحيدة فقط.

الديناميكية الانتقالية من الوضعية الأولي $(c(0),k(0))$ إلى الحالة المستقرة (c^*,k^*) .
تصف المعادلات (30. 5) و (31. 5) بالإضافة لشرط العرضية الديناميكية الانتقالية للاقتصاد نحو حالته المستقرة، أو مسار (c^*,k^*) لقيم $(c(0),k(0))$ معطاة.

4.1. مسار الاستهلاك

نبدأ أولا بدراسة منحنى $(\dot{c}=0)$ وفق المعادلة (30. 5) التي تُقسم الفضاء (c,k) إلى منطقتين. تُمثل المعادلة (30. 5) هندسيا خطا موازيا للمحور العمودي عند قيمة الحالة المستقرة لنصيب الفرد من رأس المال $(k=k^*)$-عند هذه النقطة يُصبح $f'(k)=(\rho+\delta)$ (أنظر الشكل (1. 5)).

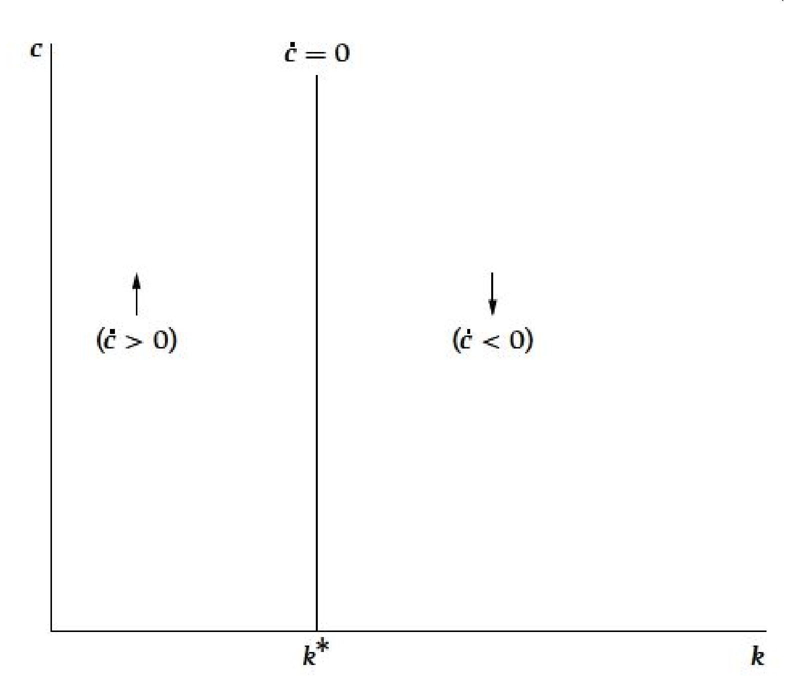
عند النقطة $(k=k^*)$ التي يتحقق فيها $f'(k)=(\rho+\delta)$ يُصبح معدل الفائدة في الحالة المستقرة $f'(k)-\delta$ مُساويا معدل الخصم الزمني (ρ) و يتحقق $(\dot{c}/c=0)$ و بشكل مستقل عن (c) الذي يكون ثابتا عند هذه القيمة لـ (k) .

لمعرفة سلوك تغير نصيب الفرد من الاستهلاك بدلالة تغير نصيب الفرد من رأس المال، نقوم بالاشتقاق التالي:

$$\frac{\partial \dot{c}}{\partial k}=\frac{c}{\theta}(\alpha-1)A\alpha k^{\alpha-2}\prec 0$$

تخبرنا إشارة الاشتقاق أنه كلما ارتفع نصيب الفرد من رأس المال يتغير نصيب الفرد من الاستهلاك بشكل متناقص وينخفض مستوى الاستهلاك. تُشير الأسهم

لاتجاه حركية (c): على يسار $(\dot{c}=0)$ يكون الناتج الحدي لرأس المال $f'(k)$ أكبر من $f'(k^*)$ لذا تكون الدالة $f'(k)-(\rho+\delta)$ موجبة وعليه سيزيد الاستهلاك.



الشكل (1. 5). حركية الاستهلاك.

يحدث هذا عندما يكون مخزون رأس المال أقل من مستواه في الحالة المستقرة الأمثلية $(k \prec k^*)$ (الأسهم تتجه نحو الأعلى في هذه المنطقة)، ويُصبح معدل نمو الاستهلاك أعلى كلما كان (k) أدنى من (k^*). يحدث العكس عندما يكون مخزون رأس المال أعلى من مستواه في الحالة المستقرة الأمثلية $(k \succ k^*)$ (أي مستوى رأس المال على الجانب الأيمن من $(\dot{c}=0)$)، ما يعني انخفاض مستوى الاستهلاك بمعدل

أعلى كلما تحرك مخزون رأس المال أبعد عن مستوى الحالة المستقرة الأمثلية (الأسهم تتجه نحو الأسفل في هذه المنطقة).

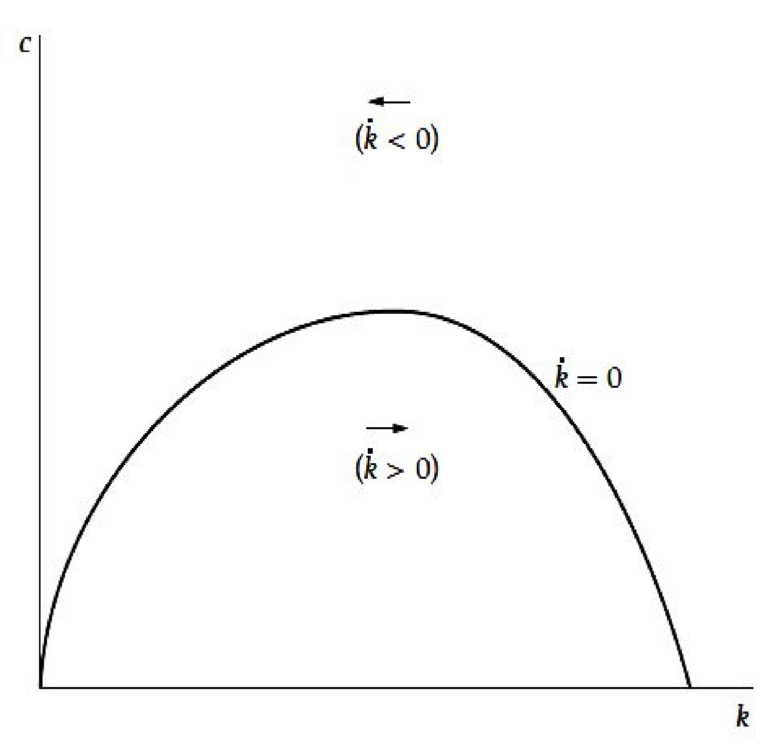
4.2. مسار رأس المال

تُعبر المعادلة (31. 5) عن الفرق بين دالة نصيب الفرد من الناتج والاستثمار المُوجه نحو استبدال رأس المال المُهتلك ورأس المال لصالح العمال الجدد. كذلك، تُعطى دالة الإنتاج أنها مقعرة ولها شكل القطع المكافئ (ينطلق المنحنى من نقطة الأصل $(k=0)$ ما يعني $(c=0)$). تستوفي دالة الإنتاج شرط Inada: مع زيادة (k)، يصل الناتج الحدي لحد أقصى (النقطة القصوى تُساوي $(n+\delta)=f'(k)$) ثم يبدأ في الانخفاض (أنظر الشكل (2. 5)).

يُظهر منحنى القطع المكافئ التوليفة (k,c) التي تستوفي شرط $(\dot{k}=0)$ في المعادلة (31. 5). بعبارة أخرى، يُعطى مستوى (c) يُساوي $f(k)-(n+\delta)k$ ما يجعل $(\dot{k}=0)$، وتكون قيمة (c) متزايدة في (k) حتى يتحقق الشرط:

$$f'(k)=(n+\delta)$$

(عند قمة المنحنى) ويُساوي معدل الفائدة $f'(k)-\delta$ معدل نمو مستوى (n) لأنه يبلغ أقصى مستوى لـ (c) في الحالة المستقرة، "القاعدة الذهبية لرأس المال" ثم تُصبح متناقصة بعد ذلك.



الشكل (2. 5). حركية رأس المال.

لمعرفة مسار رأس المال نحتاج معرفة كيفية تفاعل تغير نصيب الفرد من رأس المال مع تغير نصيب الفرد من الاستهلاك، نقوم بالاشتقاق:

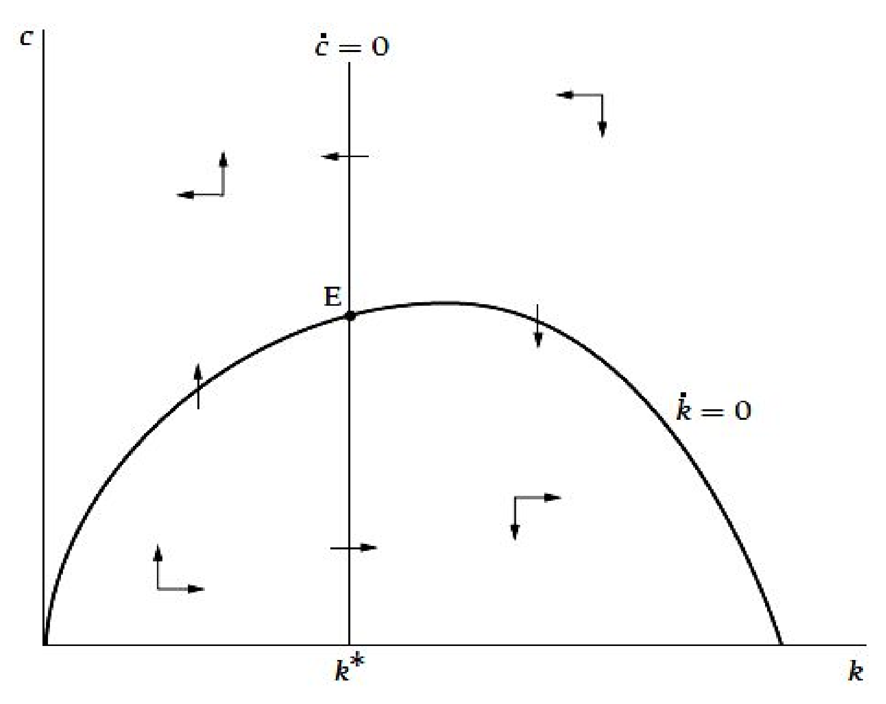
$$\frac{\partial \dot{k}}{\partial c} = -1 \prec 0$$

تُخبرنا علامة الاشتقاق أنه مع زيادة الاستهلاك يتناقص تغير مخزون رأس المال ومستوى مخزون رأس المال. تُظهر الأسهم في الشكل اتجاه حركية (k): عندما يتجاوز (c) المستوى الذي يجعل $(\dot{k} = 0)$ (أي مستوى استهلاك فوق منحنى $(\dot{k} = 0)$)

يكون $c \succ f\left(k^{*}\right)-(n+\delta) k^{*}$ مما يقلل مخزون رأس المال لأن $(\dot{k} \prec 0)$ (تتجه الأسهم نحو اليسار في هذه المنطقة). في المقابل، عند أي مستوى استهلاك تحت $(\dot{k}=0)$ سيزيد مخزون رأس المال لأن $c \prec f\left(k^{*}\right)-(n+\delta) k^{*}$ و $(\dot{k} \succ 0)$ (تتجه الأسهم نحو اليمين في هذه المنطقة) (أنظر الشكل (2. 5)). على هذا الأساس، يكون معدل تراكم رأس المال أكبر كلما ابتعد أسفل منحنى $(\dot{k}=0)$ ويحدث العكس عندما يكون فوق المنحنى حيث ينخفض رأس المال لأن الاستثمار أصبح أقل مما هو لازم لاستبدال حجم رأس المال المُهتلك.

4.3. مخطط المرحلة

بوضع الرسوم البيانية للحالات المستقرة (k^{*}) و (c^{*}) معا في نفس البيان نحصل على "مخطط المرحلة Phase Diagram" (الشكل (3. 5)) الذي يُظهر محددات قيم الحالة المستقرة (c^{*}, k^{*})-تُشير الأسهم الآن لاتجاه حركية (k) و (c) معا. على يسار الموضع $(\dot{c}=0)$ وفوق الموضع $(\dot{k}=0)$ يرتفع (c) وينخفض (k) وبذلك تَظهر الأسهم متجهة نحو الأعلى وإلى اليسار (الأسهم في المناطق الثلاثة الأخرى في المخطط تعتمد على نفس المنطق). عند منحنيات $(\dot{c}=0)$ و $(\dot{k}=0)$ يتغير إحدى المتغيرين فقط: على سبيل المثال، على خط $(\dot{c}=0)$ فوق المنحنى $(\dot{k}=0)$ يكون (c) ثابتا و (k) منخفضا و عليه يُظهر السهم اتجاها نحو اليسار.



الشكل (3. 5). مخطط المرحلة لحركية رأس المال والاستهلاك.

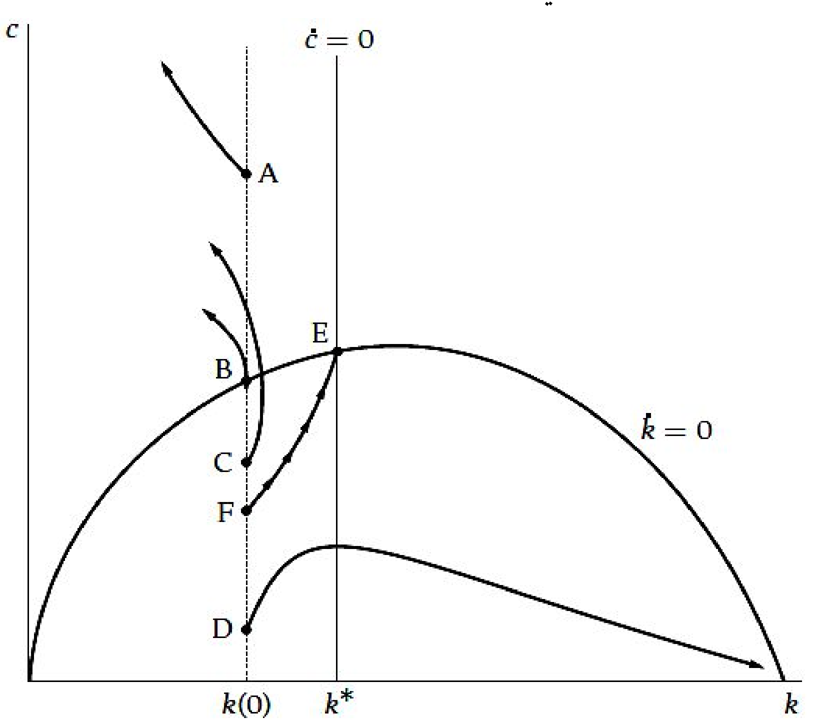
ولأن منحنيات $\left(\dot{k}=\dot{c}=0\right)$ تتقاطع ثلاثة مرات، هذا يعني وجود ثلاثة حالات مستقرة: الحالة الأولى هي نقطة الأصل $(c=k=0)$، الحالة المستقرة الثانية المرتبطة بالتوليفة $\left(c^{*},k^{*}\right)$ (عند النقطة E) التي لا يحدث عندها حركية، والثالثة التي تتضمن مخزون رأس مال موجب $\left(k^{**}\succ 0\right)$ لكن بمستوى استهلاك سالب. في هذا الإطار، نهمل حل نقطة الأصل لأنه غير مهم في هذا التحليل.

يُظهر الشكل (3. 5) تطور (c,k) عبر الزمن والتي تحقق شرط الأمثلية الزمنية للأسر (المعادلة (17. 5)) ومعادلة حركية رأس المال بالنسبة إلى الناتج والاستهلاك

(المعادلة (8. 5)) وفق قيم (c,k) أولية معطاة. يتم افتراض مخزون رأس المال الأولي $(k(0))$ كمعلمة خارجية عن النموذج، لكن لابد من تحديد قيمة أولية $(c(0))$ بشكل ذاتي.

يتم شرح هذه الفكرة وفق الشكل (4. 5): نفترض أن $(k(0) \prec k^*)$، يُظهر هذا الشكل مسار (c,k) وفق قيم مختلفة لمستوى $(c(0))$ الأولي. أو بعبارة أخرى، ماذا سيحدث لديناميكية (c,k) وفق المعادلتين (8. 5) و (17. 5) عند كل نقطة زمنية وفق قيم محددة لـ $(c(0) \prec c^*)$ ؟ إذا وقع $(c(0))$ فوق منحنى $(\dot{k}=0)$ (عند النقطة A) يكون $(\dot{c} \succ 0)$ و $(\dot{k} \prec 0)$ ويتحرك الاقتصاد بشكل مستمر نحو الأعلى و على يسار المخطط. عند النقطة B أين يقع $(c(0))$ على منحنى $(\dot{k}=0)$ يبدأ الاقتصاد التحرك مباشرة نحو الأعلى في فضاء (c,k) بعد ذلك يُصبح $(\dot{c} \succ 0)$ و $(\dot{k} \prec 0)$، مرة أخرى يرتفع الاقتصاد نحو الأعلى وإلى اليسار. إذا بدأ الاقتصاد أسفل بقليل تحت منحنى $(\dot{k}=0)$ (النقطة c) يبدأ $(\dot{k} \succ 0)$ لكن بشكل ضعيف (لأن $(\dot{k})$ دالة تابعة لـ (k)) ويكون $(\dot{c} \succ 0)$ في هذه الحالة يتحرك الاقتصاد بداية نحو الأعلى وإلى اليمين، لكن بعد قطعه منحنى $(\dot{k}=0)$ يُصبح $(\dot{k} \prec 0)$ ومرة أخرى يسلك الاقتصاد مسارا لزيادة (c) ولخفض (k). عند النقطة D يظهر مستوى أولي منخفض جدا لـ (c) و تُصبح $(\dot{c} \succ 0)$ و $(\dot{k} \succ 0)$ في البداية وفق المعادلة (17. 5)، ولأن $(\dot{c})$ يتناسب طرديا مع (c) عندما يكون (c) صغيرا كذلك $(\dot{c})$ ويبقى مستوى (c) صغيرا ويتجه الاقتصاد

بمسار يقطع خط $(\dot{c}=0)$، بعد هذه النقطة يُصبح $(\dot{c}\prec 0)$ ويبقى $(\dot{k}\succ 0)$ وعليه يتحرك الاقتصاد بمسار هبوطي وباتجاه اليمين.



الشكل (4. 5).سلوك (c) و (k) وفق قيم أولية مختلفة لـ(c).

و لأن $(\dot{c})$ و $(\dot{k})$ دالتان تابعتان لـ (c) و (k)، تُوجد هناك نقطة حاسمة تقع بين النقطتين C و D (النقطة F في المخطط) عندها ينطلق الاقتصاد من مستوى أولي أمثلي للاستهلاك يقترب فيها بمسار نحو نقطة ثابتة (النقطة E). في الواقع، هناك احتمالان ممكنان لانطلاقة الاقتصاد من وضعيتين أوليتين مختلفتين لنصيب الفرد من الاستهلاك

عن هذا المستوى الحاسم: أولا، عند أي مستوى استهلاك فوق هذا المستوى الأمثلي (النقطة C) يُقطع منحنى $(\dot{k}=0)$ قبل بلوغ منحنى $(\dot{c}=0)$، وينتهي الاقتصاد به المطاف في مسار يرفع الاستهلاك بشكل مستمر على حساب انخفاض رأس المال. ثانيا، إذا كان الاستهلاك أقل من المستوى الحاسم (النقطة D) يتم بلوغ منحنى $(\dot{c}=0)$ أولا ويسلك الاقتصاد مسارا هبوطيا للاستهلاك وتصاعديا لرأس المال. أخيرا، إذا أصبح الاستهلاك مساويا هذا المستوى الأولي الحاسم (النقطة F) سيقترب الاقتصاد بمسار نحو النقطة E يُبقي (c) و (k) ثابتين.

كل هذه المسارات المختلفة تستوفي المعادلتين (8. 5) و (17. 5)، لكن هل هذا يعني أنها كلها مسارات ممكنة نحو التوازن الديناميكي؟ الجواب هو "لا" لأنها لا تستوفي كلها شرط العرضية (الشرط الذي تحقق فيه الأسر قيد الميزانية دون أن يحمل مخزون رأس المال قيما سالبة). وفق شرط العرضية يتم تحديد أي مسار يصف سلوك الاقتصاد نحو التوازن الديناميكي.

إذا انطلق الاقتصاد فوق النقطة F، يكون معدل الادخار جد منخفضا ليُبقي الاقتصاد في مسار الثابت عند النقطة E، ويقطع المسار الجديد منحنى $(\dot{k}=0)$ ليُواصل فيها (c) الارتفاع بشكل مستمر على حساب انخفاض (k)، ويلتقي هذا المسار بالمحور العمودي في زمن محدد عند النقطة $(k=0)$ وفق المعادلة (8. 5). على ذلك، تحقق الشرط $f(0)=0$ يعني ضمنيا أن $(y=0)$ وعليه يقفز (c) هبوطيا نحو

الصفر عند هذه النقطة. انتهاك شرط الدرجة الأولى وفق المعادلة (5.8) (مخزون رأس مال سالب غير ممكن) يعني ضمنيا أن المسار الذي ينطلق من مستوى استهلاك يتجاوز الاستهلاك الأولي الأمثلي ($c(0)$) لا يُمثل التوازن الديناميكي الأمثلي.

أما إذا انطلق الاقتصاد تحت النقطة F، يكون معدل الادخار الأولي عاليا جدا وسيقطع المسار خط ($\dot{c}=0$)، و بعد التقاطع ينخفض (c) و يُواصل (k) الارتفاع ليقترب الاقتصاد نحو النقطة التي يتقاطع فيها منحنى القطع المكافئ مع المحور الأفقي (لاحظ أن (k) يرتفع أعلى من قيمة القاعدة الذهبية (k_{Gold}))، و بالتالي يُصبح $f'(k)-\delta$ أقل من (n) بشكل رتيب و ينتهك بذلك هذا المسار شرط العرضية الذي يعني ضمنيا أن الأسر تُبالغ في الادخار و لن تكون قادرة على رفع منفعتها إذا لم ترفع مستويات استهلاكها في الفترات الأولية. بهذا المعنى لا تُمثل المسارات التي تقع تحت مستوى الاستهلاك الأولي الأمثلي ($c(0)$) وضعية التوازن الأمثلي في الاقتصاد. أخيرا، إذا انطلق الاقتصاد عند النقطة F سيقترب (k) نحو (k^*) و يقترب (r) نحو (ρ)، و عليه المسار الذي ينطلق عند F (المستقر المؤدي لحالة مستقرة موجبة ذات التوليفة (c^*, k^*)) هو المسار الوحيد الممكن لبلوغ التوازن الديناميكي الأمثلي.

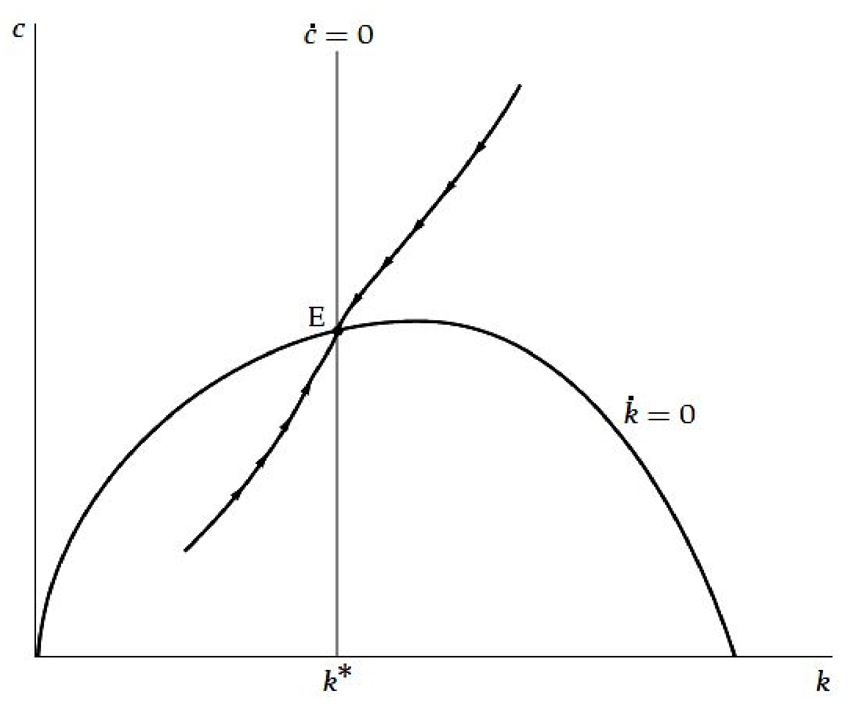
بالنسبة لأي مستوى أولي موجب لـ(k) هناك مستوى أولي وحيد لـ(c) يُحقق الأمثلية الزمنية للأسر، ديناميكية مخزون رأس المال، قيد ميزانية الأسر وشرط ألا يكون (k) سالبا. يُعرف المسار الذي يجعل هذا المستوى الأولي الأمثلي لـ(c) كدالة

تابعة لـ(k)بـ "مسار السرج المستقر Stable Saddle-Path" الذي يُمثل هندسيا خطا مائلا يمر عبر نقطة الأصل والحالة المستقرة (c^*,k^*)، وهو مسار يُظهر اقتراب الاقتصاد (مساره الانتقالي) نحو حالته المستقرة الأمثلية إذا بدأ من قيم أولية محددة للتوليفة (c,k).[12]

يتبع التوازن الديناميكي مسار السرج المستقر بخط ذات سهمين متعاكسين: نفترض أن اقتصادا ما ينطلق بمستوى ابتدائي لنصيب الفرد من الدخل يستوفي شرط $(k(0)\prec k^*)$ ونصيب الفرد من الاستهلاك $(c(0)\prec c^*)$ كما يُظهره الشكل (5 .5)، فإن الاقتصاد يتبع المسار الثابت (ترتفع قيم (c,k) على طول مسار الديناميكية الانتقالية) نحو توليفة الحالة المستقرة الأمثلية (c^*,k^*) عند النقطة E. هذا المسار التصاعدي لـ(k) يعني أن معدل الفائدة (r) ينخفض بشكل رتيب من قيمته الأولية $f'(k(0))-\delta$ نحو قيمته في الحالة المستقرة (ρ)، إذن يعني المسار المتناقص لـ(r) وفق المعادلة (17. 5) ضمنيا أن معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك $(\dot{c}/c)$ ينخفض بشكل رتيب نحو الصفر في الحالة المستقرة، أو بعبارة أخرى وجود مستوى $(k(0))$ منخفض يعني مستوى $(y(0))$ منخفض ومستوى أولي $(\dot{c}/c)$ مرتفع.

---

[12] - يتم إثبات ميزة مسار السرج بتحويل نظام المعادلات الديناميكية على شكل تقريب خطي نحو الحالة المستقرة في القسم الخاص باستقرار النظام في هذا الفصل.



الشكل (5 .5). مسار السرج المستقر.

4.4. استقرار النظام وسرعة التقارب

تصف المعادلتان (5 .28) و (5 .29) ديناميكية $(\dot{k})$ و $(\dot{c})$ كدوال تابعة لـ (k) و (c). إحدى الطرق المستخدمة لتحليل الآثار الكمية للديناميكية الانتقالية للاقتصاد نحو الحالة المستقرة هي استبدال هذه المعادلات غير الخطية بتقريب خطي لوغاريتمي حول مسار الحالة المستقرة.

كما يُمكن رؤيته وفق حل مشكلة السوق اللامركزي، نستطيع كتابة نظام المعادلات كالآتي:

$$\frac{\dot{k}}{k} = Ak^{\alpha-1} - \frac{c}{k} - (n+\delta)$$
$$\frac{\dot{c}}{c} = \left(\alpha Ak^{\alpha-1} - (\rho+\delta)\right)\left(\frac{1}{\theta}\right)$$

وفق الخصائص المبينة سابقا، يُمكن التعبير عن هذه المعادلات كما يلي:

$$\frac{d\log k}{dt} = A\ell^{-(1-\alpha)\log k} - \ell^{\log c - \log k} - (n+\delta)$$
$$\frac{d\log c}{dt} = \left(\alpha A\ell^{-(1-\alpha)\log k} - (\rho+\delta)\right)\left(\frac{1}{\theta}\right)$$

في الحالة المستقرة، يبقى رأس المال والاستهلاك بدلالة نصيب الفرد ثابتان:

$$\frac{d\log k}{dt} = \frac{d\log c}{dt} = 0$$

مع تحقق شرط الحالة المستقرة، نجد:

$$\ell^{\log c^* - \log k^*} = A\ell^{-(1-\alpha)\log k^*} - (n+\delta)$$
$$\ell^{-(1-\alpha)\log k^*} = \frac{\rho+\delta}{\alpha A}$$

باستبدال $\ell^{-(1-\alpha)\log k^*}$ بما يُساويها في المعادلة الأولى:

$$\ell^{\log c^* - \log k^*} = A\frac{\rho+\delta}{\alpha A} - (n+\delta)$$
$$= \frac{\rho+\delta}{\alpha} - (n+\delta)$$
$$= \frac{\rho + (1-\alpha)\delta - \alpha n}{\alpha}$$

يتم التعبير عن هذه المعادلات التفاضلية بالتقريب الخطي اللوغاريتمي وفق طريقة Taylorحول قيم الحالة المستقرة $\left(k=k^*, c=c^*\right)$.يتم عرض نتائج التقريب الخطي على شكل المصفوفة الديناميكية التالية:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{d\log k}{dt} \\ \dfrac{d\log c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \log k - \log k^* \\ \log c - \log c^* \end{bmatrix}$$

حيث:

$$\frac{d\log k}{dt} = A\ell^{-(1-\alpha)\log k} - \ell^{\log c - \log k} - \left(n+\delta\right)$$

$$\frac{d\log c}{dt} = \left(\alpha A\ell^{-(1-\alpha)\log k} - \left(\rho+\delta\right)\right)\left(\frac{1}{\theta}\right)$$

$$J = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \dot{k}_t}{\partial k} & \dfrac{\partial \dot{k}_t}{\partial c} \\ \dfrac{\partial \dot{c}_t}{\partial k} & \dfrac{\partial \dot{c}_t}{\partial c} \end{bmatrix}\Bigg|_{k=k^*, c=c^*}$$

نحصل على عناصر المصفوفة Jacobian (J_{ij}) كالآتي:

العنصر J_{11}

$$J_{11} = \frac{d}{d\log k}\left[\frac{d\log k}{dt}\right]\Bigg|_{k=k^*,c=c^*} = -A(1-\alpha)\,\ell^{-(1-\alpha)\log k^*} + \ell^{\log c^* - \log k^*}$$

$$= -A(1-\alpha)\left(k^*\right)^{-(1-\alpha)} + \frac{c^*}{k^*}$$

$$= -A\left(k^*\right)^{-(1-\alpha)} + A\alpha\left(k^*\right)^{-(1-\alpha)} + \frac{c^*}{k^*}$$

في الحالة المستقرة:

$$A\left(k^*\right)^{-(1-\alpha)} - \frac{c^*}{k^*} = (n+\delta)$$

وعليه:

$$J_{11} = A\alpha\left(k^*\right)^{-(1-\alpha)} - (n+\delta)$$

نذكر أن $A\alpha\left(k^*\right)^{-(1-\alpha)}$ يُعبر عن الناتج الحدي لرأس المال والذي يُساوي وفق PMC2 إلى $(r+\delta)$، وعليه:

$$J_{11} = (r+\delta) - (n+\delta)$$

في الحالة المستقرة يُصبح الناتج الحدي لرأس المال مُساويا $(\rho+\delta)$:

$$J_{11} = (\rho+\delta) - (n+\delta)$$
$$= (\rho - n)$$

العنصر J_{12}

$$J_{12} = \frac{d}{d\log c}\left[\frac{d\log k}{dt}\right]\Bigg|_{k=k^*,c=c^*} = -\ell^{\log\frac{c^*}{k^*}} = -\frac{c^*}{k^*}$$

بدلالة J_{11} يُمكن الحصول على:

$$J_{12} = -\frac{c^*}{k^*} = -\frac{\alpha A\left(k^*\right)^{-(1-\alpha)}}{\alpha} + (n+\delta)$$
$$= -\frac{(\rho+\delta)}{\alpha} + (n+\delta)$$
$$= -\frac{\rho+(1-\alpha)\delta-\alpha n}{\alpha} = h \succ 0$$

العنصر J_{21}

$$J_{21} = \frac{d}{d\log k}\left[\frac{d\log c}{dt}\right]\bigg|_{k=k^*, c=c^*} = \frac{1}{\theta}\left[-A\alpha(1-\alpha)\,\ell^{-(1-\alpha)\log k^*}\right]$$
$$= -\frac{1}{\theta}\left[\frac{A\alpha(1-\alpha)(\rho+\delta)}{\alpha A}\right]$$
$$= -\left(\frac{(1-\alpha)(\rho+\delta)}{\theta}\right) = -\mu \prec 0$$

العنصر J_{22}

$$J_{22} = \frac{d}{d\log c}\left[\frac{d\log c}{dt}\right]\bigg|_{k=k^*, c=c^*} = 0$$

باستبدال هذه القيم الأربعة للمصفوفة **Jacobian** في النظام، نجد معدلات نمو (k) و(c):

$$\begin{bmatrix} \frac{d\log k}{dt} \\ \frac{d\log c}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho-n) & -h \\ -\eta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \log k/\log k^* \\ \log c/\log c^* \end{bmatrix}$$

أو:

$$\frac{d\log k}{dt}=(\rho-n)\left(\log k/\log k^{*}\right)-h\left(\log c/\log c^{*}\right)$$
$$\frac{d\log c}{dt}=-\eta\left(\log k/\log k^{*}\right)$$

هذا النظام الجديد خطي في لوغاريتم كل من (k) و (c).[13] تتكون المصفوفة **Jacobian** فقط من المعلمات الهيكلية للنظام. تتمثل ميزة التقريب الخطي في إمكانية الاستفادة منها للوصول للمسار الأمثلي لـ (k) و (c) في نموذج RCK، لكن مع ذلك تظهر هناك عيوب في هذا النهج تتمثل في زيادة هامش الخطأ مع تحرك (k) و (c) بعيدا عن مستواها في الحالة المستقرة.

4.4.1. شروط الاستقرار

- أثر المصفوفة

$$Tr(J)=\rho-n\succ 0$$

- محدد المصفوفة

$$Det(J)=-\frac{(\rho+\delta)(1-\alpha)\left[\rho+(1-\alpha)-\alpha n\right]}{\alpha\theta}\prec 0$$

مُحدد المصفوفة أقل من الصفر طالما أن $(\alpha\prec 1)$ و $(\rho\succ n)$. وبما أن ناتج القيم الذاتية للمصفوفة تُساوي المُحدد هذا يعني أن القيمتين الذاتيتين للنظام تحملان

[13] -يُمثل نهج التقريب الخطي اللوغاريتمي للنظام الديناميكي وفق نموذج RCK توسيعا للنهج المستخدم في نموذج Solow-Swan: الفرق الوحيد أننا الآن نتعامل مع نظام ذو متغيرين بدلا من نظام ذو متغير واحد.

إشارتين عكسيتين، أي أن استقرار النظام يضمن مسارين متباعدين نحو نقطة السرج مؤديين إلى الحالة المستقرة، لكن أحدهما فقط يُمثل المسار الأمثلي نحو الحالة المستقرة (الذي يُحقق شروط النموذج).

لحساب هتين القيمتين الذاتيتين (لتكن μ) نستخدم الشرط التالي:

$$\det\begin{bmatrix}(\rho-n)-\mu & -h\\ -\eta & -\mu\end{bmatrix}=0$$

يُمثل هذا الشرط معادلة تربيعية من الدرجة الثانية في (μ) :

$$\mu^2-(\rho-n)\mu-h\eta=0$$

هذه المعادلة لديها حلان:

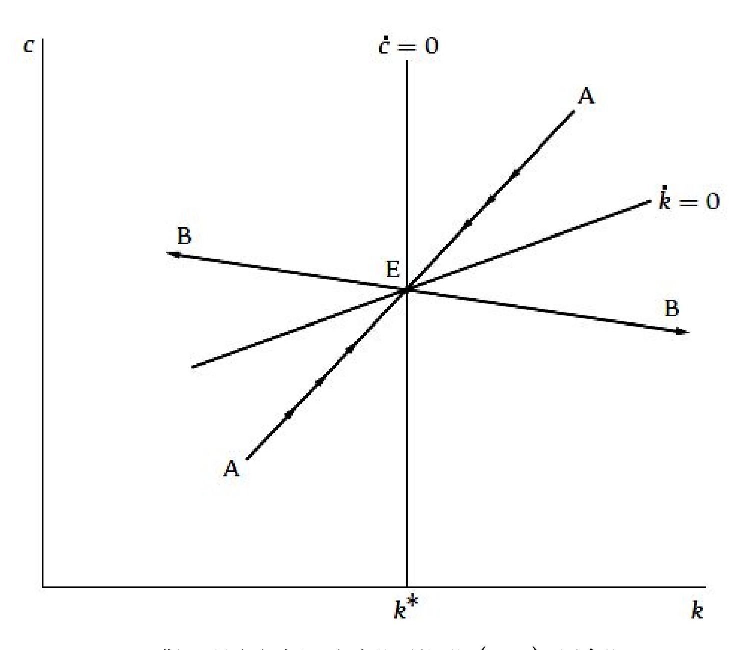
$$2\mu=(\rho-n)\pm\left[(\rho-n)^2+4\eta h\right]^{\frac{1}{2}}$$

حيث (μ_1) هو جذر تربيعي ذات إشارة موجبة و (μ_2) جذر تربيعي ذات إشارة سالبة: إذا كان $(\mu=\mu_1)$ موجب سينمو (k) و (c) ما يعني أنه بدلا من تحرك رأس المال و الاستهلاك بمسار السرج نحو (k^*,c^*) يتحرك الاقتصاد بعيدا عنها، و إذا أراد الاقتصاد الاقتراب نحو قيمه المستقرة (k^*,c^*) ينبغي أن يكون (μ) سالبا أو:

$$\mu_2=\frac{(\rho-n)-\left[(\rho-n)^2+4\eta h\right]^{\frac{1}{2}}}{2}$$

يُبين الشكل (6. 5) الخط الذي يقترب به الاقتصاد بسلاسة نحو قيمه في الحالة المستقرة (k^*,c^*) (الخط AA يُمثل مسار السرج الثابت في هذا النظام الخطي

اللوغاريتمي). يُظهر هذا الشكل أيضا الخط الذي يبتعد به الاقتصاد عن $\left(k^{*},c^{*}\right)$ (الخط BB): إذا وقعت القيم الأولية لـ$c(0)$ و $k(0)$ على هذا الخط سينمو (k) و (c) بمعدل مستقر عند (μ_1). [14] و لأن $f''(\bullet) \prec 0$ هذا يعني أن العلاقة بين (k) و (c) تحمل إشارة عكسية عن (μ)، و يُصبح مسار السرج AA ذو ميل موجب و خط BB ذو ميل سالب.



الشكل (6. 5). النظام الخطي لمخطط المرحلة

[14] - من غير الممكن أن تقع القيم الأولية على خط BB : كما رأينا سابقا، إذا حدث ذلك إما يُصبح (k) سالبا أو تُراكم الأسر ثروة غير محدودة ما يؤدي لانتهاك شرط العرضية الذي يضمن حدوث التوازن الديناميكي للنظام.

الآن نرغب في إيجاد علاقة بين معدلات نمو نصيب الفرد لرأس المال والناتج بالوضع الأولي لقيم رأس المال والناتج، ثم نقوم بتقدير سرعة التقارب نحو الحالة المستقرة وفق نموذج RCK.

يُعطى الحل الخطي اللوغاريتمي لـ$\log(k)$ (الملحق 2) على الشكل التالي:

$$\log(k(t)) = \log(k^*) + \psi_1 \ell^{\mu_1 t} + \psi_2 \ell^{\mu_2 t}$$

حيث ψ_1, ψ_2 تُمثلان ثوابت التكامل. و لأن $\mu_1 \succ 0$ فإن $\psi_1 = 0$ لابد أن تتحقق حتى يقترب $\log(k(t))$ نحو $\log(k^*)$ (في حالة $\psi_1 \succ 0$ يُنتهك شرط العرضية و $\psi_1 \prec 0$ يُؤدي بـ$k \to 0$ التي تُوافق حالة النظام الذي يقطع المحور العمودي في الشكل (5.5))، أما الثابت الثاني ψ_2 يُحدد الشرط الأولي:

$$\psi_2 = \log(k(0)) - \log(k^*)$$

إذا استبدلنا $\psi_1 = 0$ وقيمة ψ_2 بما يُساويها في معادلة الحل الخطي اللوغاريتمي نحصل على المسار الزمني لـ$\log(k(t))$:

$$\log(k(t)) = (1 - \ell^{\mu_2 t}) \log(k^*) + \ell^{\mu_2 t} \log(k(0))$$

ولأن:

$$\log(y(t)) = \log(A) + \alpha \log(k(t))$$

فإن المسار الزمني لـ$\log(y(t))$ يُساوي:

$$\log(y(t)) = (1 - \ell^{\mu_2 t}) \log(y^*) + \ell^{\mu_2 t} \log(y(0))$$

لاحظ أن هذه المعادلة تُشبه المعادلة (23) في الملحق الرياضي 2 ما يعني أن $(\mu_2 = -\beta)$ تُمثل سرعة التقارب نحو الحالة المستقرة:

$$\log\left(y(t)\right) = \left(1 - \ell^{-\beta t}\right)\log\left(y^*\right) + \ell^{-\beta t}\log\left(y(0)\right)$$

تُشير هذه المعادلة أن المسافة الأولية من الحالة المستقرة للناتج عبر الزمن يتم تقليصها بمعدل مساو $(\beta \succ 0)$ والتي تُمثل سرعة التقارب نحو الحالة المستقرة التي تتزايد بقيمة مساوية لـ(ηh). كما أن معدل نمو نصيب الفرد من الناتج هو دالة عكسية لوضعيتها الأولية (كنموذج Solow-Swan): كلما ابتعد الاقتصاد عن حالته المستقرة كان معدل نموه مرتفعا على افتراض أن الاقتصاد يبدأ بمستوى أسفل من حالته المستقرة $\left(k(0) \succ k^*\right)$، ومع اقتراب الاقتصاد نحو الحالة المستقرة يتباطأ معدل التقارب ويتجه معدل نمو نصيب الفرد من الناتج نحو الصفر. بعبارة أخرى، يتوقع نموذج RCK حدوث "التقارب المشروط" بدلا من "التقارب المطلق"، أما المعدل الذي تتقلص فيه الفجوة بين رأس المال الأولي نحو قيمته في الحالة المستقرة (β) يتناسب طرديا مع المعلمات (n, δ, ρ) وعكسيا مع زيادة (θ, α) (كما يُمكن رؤيته بالطريقة التي يعتمد بها (μ_2) على تلك المعلمات الهيكلية).

5. سلوك معدل الادخار

يُساوي معدل الادخار الكلي $\left(s=1-c/f\left(k\right)\right)$ والذي يُفترض أنه ثابت عند مستوى معين وفق نموذج Solow-Swan، أما في نموذج RCK بوجود مستهلك يسعى للأمثلية يتبع معدل الادخار مسارا معقدا ذو نمط صاعد أو هابط مع تطور الاقتصاد واقترابه نحو حالته المستقرة.

من الناحية النظرية، يبدو سلوك معدل الادخار غامضا نظرا لأنه ينطوي على اتجاهات متعاكسة لتأثير الإحلال وتأثير الدخل: أولا، كلما ارتفع $\left(k\right)$ يُؤدي انخفاض $f'\left(k\right)$ لخفض معدل الفائدة على الادخار $\left(r\right)$-هذا العامل المثبط للادخار (أو تأثير الإحلال الزمني) يميل لخفض معدل الادخار $\left(r\right)$ مع تطور الاقتصاد. ثانيا، يكون نصيب الفرد من الدخل في اقتصاد فقير بعيدا عن وضعيته التوازنية طويلة الأجل، ولأن الأسر ترغب في سلاسة الاستهلاك ستعمد لتخصيص حصة أكبر من الدخل نحو الاستهلاك ما يعني انخفاض معدل الادخار عندما يكون $\left(k\right)$ منخفضا، لكن مع ارتفاع $\left(k\right)$ تتقلص الفجوة بين الدخل الحالي والدائم ويميل الاستهلاك للانخفاض بدلالة الدخل الحالي مقابل ميل الادخار نحو الارتفاع-هذه القوة (تأثير الدخل) تعمل على رفع معدل الادخار مع تطور الاقتصاد.

يعتمد السلوك الانتقالي لمعدل الادخار على ما إذا كان تأثير الإحلال أو تأثير الدخل هو الأقوى (المهيمن)، لكن يبدو أن الأثر الصافي لهتين القوتين غامض على العموم ومسار معدل الادخار خلال الديناميكية الانتقالية يكون معقدا جدا.

على عكس نموذج Solow-Swan، يُقدم نموذج RCK نظرية حول تطور معدل الادخار ومستواه على المدى الطويل. لإظهار السلوك الانتقالي لمعدل الادخار، نقوم باستخدام دالة الإنتاج من نوع Cobb-Douglas لأنه بناءا على قيم معلمات النموذج يتحدد سلوك الادخار نحو الزيادة، النقصان أو الثبات بناءا على سلوك رأس المال نحو الزيادة، النقصان أو الثبات.

في الحالة المستقرة، باستخدام المعادلتين (32. 5) و (33. 5) معا مع (حالة Cobb-Douglas) $f(k)/k = f'(k)/\alpha$ يُصبح معدل الادخار في الحالة المستقرة مُساويا:

$$s = \frac{y-c}{y} = \frac{\dot{k}+(n+\delta)k}{y} = \frac{\dot{k}/k+(n+\delta)}{y/k}$$

في الحالة المستقرة $(\dot{k}/k=0)$ وعليه:[15]

$$s^* = \alpha\frac{(n+\delta)}{(\rho+\delta)}$$

[15] - في الحالة المستقرة، لدينا: $f(k^*)/k^* = 1/\alpha . f'(k^*) = (\rho+\delta)/\alpha$

بدلالة شرط العرضية نعلم أن $(\rho \succ n)$ ويكون $(s^* \prec \alpha)$: هذا يعني أن معدل الادخار في الحالة المستقرة ينبغي أن يكون أقل من حصة دخل رأس المال. لاحظ أن معدل الادخار على المدى الطويل هو دالة متناقصة لمعدل التفضيل الزمني (ρ) ومتزايدة لمعدل اهتلاك رأس المال (δ) والنمو السكاني (n).

بتحديد مسار (c)، يُمكن معرفة حركة معدل الادخار عبر الزمن واقترابه نحو مستواه في الحالة المستقرة على المدى الطويل. ولأن $s = 1 - c / f(k)$، يتحرك (s) في اتجاه معاكس لنسبة الاستهلاك إلى الناتج $(c / f(k))$، لذلك لابد من التعبير عن صيغة معدل الادخار بدلالة $(c, k, f(k))$، ثم يُرسم مخطط المرحلة (الشكل (7. 5)) لتحليل السلوك الانتقالي لمعدل الادخار بدلالة $(c / f(k))$ و (k) ليُظهر مسار السرج هذا المخطط كيف يتحرك $(c / f(k))$ و $s = 1 - c / f(k)$ مع ارتفاع (k).[16]

ليكن $z \equiv c / f(k)$ وبمفاضلتها عبر الزمن نحصل على:

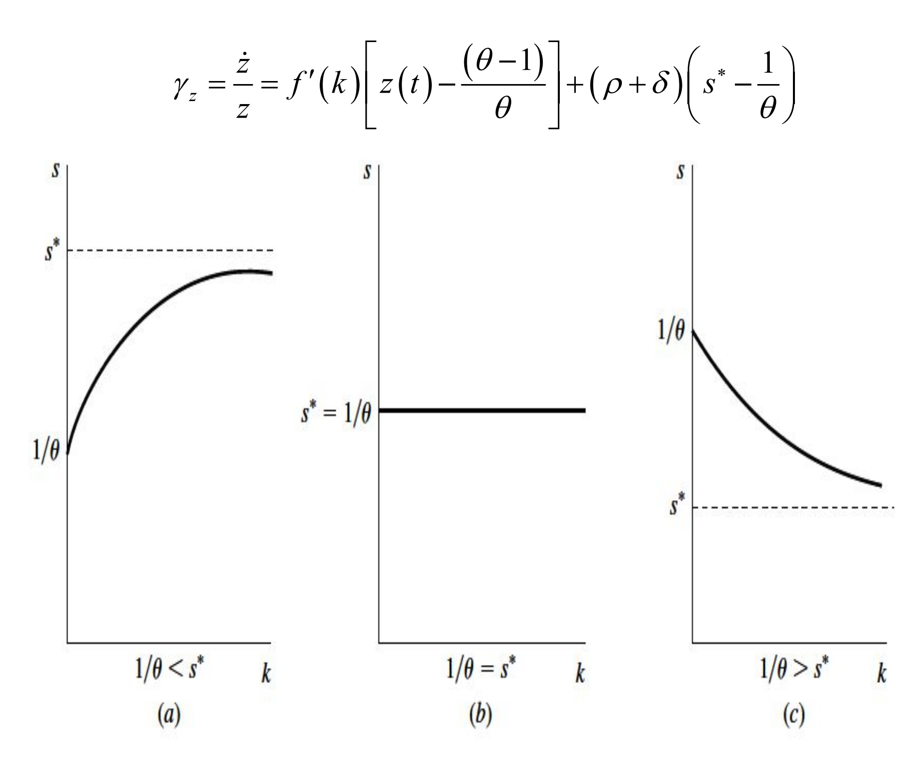
$$\frac{\dot{z}}{z} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{f'(k)\dot{k}}{f(k)} = \frac{\dot{c}}{c} - \alpha \frac{\dot{k}}{k}$$

حيث يُمثل $\alpha(\dot{k} / k)$ معدل نمو نصيب الفرد لدالة إنتاج Cobb-Douglas.

باستبدال المعادلتين (32. 5) و (33. 5) في هذه المعادلة نجد:

---

[16] - لأننا حددنا تطور (c) على أنها دالة تابعة لـ (k) (أو $c(t) = c(k(t))$)، فإن مسار تطور معدل الادخار (s) هي أيضا دالة تابعة لـ (k) (أو $s(t) = s(k(t))$).



الشكل (7. 5). مخطط المرحلة لسلوك معدل الادخار.

يعتمد سلوك (z) على ما إذا كان (s^*) أكبر، يُساوي أو أصغر من $(1/\theta)$. نفترض أن $(s^*=1/\theta)$: عند $z(t)=\theta-1/\theta$ يُصبح $(\gamma_z=0)$ وفق المعادلة أعلاه، على عكس ذلك يُصبح $z(t)\succ\theta-1/\theta$ موافقا لحالة $(\gamma_z\succ 0)$ (وهي نتيجة لا تتفق مع اقتراب (z) نحو قيمته المستقرة). بالمثل، لا تتحقق $z(t)\prec\theta-1/\theta$ ما يعني $(\gamma_z\prec 0)$. إذا كان $(s^*=1/\theta)$ يبقى (z) ثابتا عند قيمة $(\theta-1/\theta)$ ويُساوي معدل الادخار قيمة $(1/\theta)$ أو مرونة الإحلال الزمني. لأسباب منطقية، عندما يكون

$\left(s^{*}\succ 1/\theta\right)$ يُصبح $\left(z(t)\prec\theta-1/\theta\right)$ عند كل نقطة زمنية، بينما $\left(s^{*}\prec 1/\theta\right)$ يعني أن $\left(z(t)\succ\theta-1/\theta\right)$ عند كل نقطة زمنية.

بمفاضلة المعادلة السابقة عبر الزمن نجد:

$$\gamma_{\dot{z}}=f''(k)\dot{k}\left[z(t)-\frac{(\theta-1)}{\theta}\right]+f'(k).\gamma_{z}.z(t)$$

نفترض الآن أن $\left(s^{*}\succ 1/\theta\right)$ وعليه $\left(z(t)\prec\theta-1/\theta\right)$ يتحقق عند كل نقطة زمنية، إذن يُصبح $\left(\gamma_{z}\succ 0\right)$ ما يعني أن $\left(\gamma_{\dot{z}}\succ 0\right)$ لأن:

$$f''(k)\prec 0, f'(k)\succ 0, k\succ 0$$

ويتحقق $\left(\gamma_{z}\succ 0\right)$ عند كل نقطة زمنية (وهي نتيجة لا تتفق مع اقتراب الاقتصاد نحو حالته المستقرة). تُشير هذه النتيجة إذا كان $\left(s^{*}\succ 1/\theta\right)$ و $\left(\gamma_{z}\prec 0\right)$ فإن $\left(\dot{s}\succ 0\right)$، و عليه عندما يُصبح $\left(\gamma_{z}\succ 0\right)$ و $\left(\dot{s}\prec 0\right)$ فإن $\left(s^{*}\prec 1/\theta\right)$.

نُلخص نتائج الشكل كالآتي:

- $\left(s^{*}=1/\theta\right)$ يعني أن $s(t)=1/\theta$ ثابت
- $\left(s^{*}\succ 1/\theta\right)$ يعني أن $s(t)\succ 1/\theta$ و $\dot{s}(t)\succ 0$
- $\left(s^{*}\prec 1/\theta\right)$ يعني أن $s(t)\prec 1/\theta$ و $\dot{s}(t)\prec 0$

إذا استخدمنا صيغة $\left(s^{*}\right)$ نجد أن $\left(s^{*}\geq 1/\theta\right)$ يتطلب أن يتحقق:

$$\theta\geq\frac{(\rho+\delta)}{\alpha(n+\delta)}\succ\frac{1}{\alpha}$$

إذا كان $\theta \leq \frac{1}{\alpha}$ ينبغي أن تقع المعلمات في مجال يتم تطبيق فيه $(\dot{s} \prec 0)$. بعبارة أخرى، إذا كان $\theta \prec \frac{1}{\alpha}$ سيكون تأثير إحلال معدل الفائدة قويا جدا لضمان انخفاض معدل الادخار خلال الفترة الانتقالية، في المقابل إذا كان $\theta \succ \frac{1}{\alpha}$ من المرجح أن يرتفع الادخار خلال الفترة الانتقالية لأن مستوى (θ) المرتفع سيُضعف تأثير إحلال معدل الفائدة. الحالة الثالثة أن يكون $\theta = \frac{1}{\alpha}$ والتي تعكس ثبات معدل الادخار عند قيمته المستقرة وبالتالي $\left(s^* = 1/\theta\right)$ خلال الفترة الانتقالية. وفق ذلك، يُصبح الأثر الصافي للدخل والإحلال مُساويا الصفر ويبقى الادخار ثابتا مع نمو مخزون رأس المال نحو حالته المستقرة، على ذلك يُمثل معدل الادخار الثابت في نموذج Solow-Swan "حالة خاصة" في نموذج RCK.

يُظهر الجانب التجريبي أن معدل الادخار يميل للزيادة بمعدل متواضع مع زيادة نصيب الفرد من الدخل خلال الفترة الانتقالية عبر البلدان. على سبيل المثال، يُظهر Barro and Sala-I-Martin (2004:15) عدم وجود اتجاه عام لمعدل الادخار في الولايات المتحدة، لكن تُشير البيانات لوجود اتجاه موجب لعدد من البلدان المتقدمة الأخرى منذ عام 1870. إحدى التفسيرات المقدمة تتمثل في تواجد الولايات المتحدة بالقرب من حالتها المستقرة، في حين لا تزال العديد من البلدان الأخرى تسير على مسار الديناميكية الانتقالية نحو حالتها المستقرة.

6. الحالة المستقرة الأمثلية مقابل القاعدة الذهبية

بفضل المعادلات التفاضلية للنظام، يُمكن حساب قيمة رأس المال والاستهلاك بدلالة نصيب الفرد في الحالة المستقرة لنموذج RCK. للقيام بذلك، يُعطى مخزون رأس المال وفق المعادلة (5.30):

$$k^{*\alpha-1}=\frac{(\rho+\delta)}{\alpha A}$$

طالما أن $(\alpha \prec 1)$، لدينا:

$$\frac{1}{k^{*1-\alpha}}=\frac{(\rho+\delta)}{\alpha A}$$

$$k^{*1-\alpha}=\frac{\alpha A}{(\rho+\delta)} \tag{5. 34}$$

$$k^{*}_{Ramsey}=\left(\frac{\alpha A}{(\rho+\delta)}\right)^{1/1-\alpha}$$

تستوفي الحالة المستقرة الشرط التالي:

$$k^{*-(1-\alpha)}_{Ramsey}=\frac{(\rho+\delta)}{\alpha A} \tag{5. 35}$$

لإيجاد قيمة نصيب الفرد من الاستهلاك في الحالة المستقرة $c^{*}{}_{Ramsey}$، نستبدل $k^{*}{}_{Ramsey}$ في المعادلة (5.31):

$$c^{*}{}_{Ramsey}=Ak^{*\alpha}_{Ramsey}-(n+\delta)k^{*\alpha}_{Ramsey}$$

$$=k^{*}_{Ramsey}\left[Ak^{*-(1-\alpha)}_{Ramsey}-(n+\delta)\right]$$

باستبدال $k^{*-(1-\alpha)}_{Ramsey}$ بما يُساويها في المعادلة (5.33) نجد:

$$c^*_{Ramsey} = k^*_{Ramsey}\left[A\frac{(\rho+\delta)}{\alpha A}-(n+\delta)\right]$$
$$= k^*_{Ramsey}\left[\frac{\rho+(1-\alpha)\delta-\alpha n}{\alpha}\right]$$

باستبدال قيمة k^*_{Ramsey} من المعادلة (32 .5) نجد أخيرا:

$$c^*_{Ramsey} = \left(\frac{\alpha A}{(\rho+\delta)}\right)^{1/1-\alpha}\left[\frac{\rho+(1-\alpha)\delta-\alpha n}{\alpha}\right]$$

يُمكن التعبير عن هذه المعادلة بالصيغة التالية:

$$c^*_{Ramsey} = \left(\frac{\alpha A}{(\rho+\delta)}\right)^{1/1-\alpha}\left[\frac{\alpha(\rho-n)+(1-\alpha)(\rho+\delta)}{\alpha}\right]$$

كما رأينا سابقا، قيمة (k) في الحالة المستقرة في نموذج RCK مشتقة من التعادل بين الناتج الحدي لـ(k) بمجموع معدل الخصم الزمني ومعدل الاهتلاك $(\rho+\delta)$، لذا يستوفي k^*_{Ramsey} الشرط التالي:

$$\alpha A\left(k^*_{Ramsey}\right)^{\alpha-1} = (\rho+\delta)$$

أصبح الآن واضحا أن k^*_{Ramsey} ليست قيمة نصيب الفرد من رأس المال التي تُعظم الاستهلاك، لكي يتحقق ذلك لابد أن $(\rho = n)$ لكننا نعلم استحالة ذلك لأن حل النموذج يفرض شرط $(\rho \succ n)$. كما نعلم، يُمثل نصيب الفرد من رأس المال في القاعدة الذهبية لنموذج Solow-Swan $\left(k^*_{Gold_{Solow}}\right)$ المستوى الذي يتحقق عنده أقصى

مستوى لنصيب الفرد من الاستهلاك. وفق نموذج Solow-Swan، نحصل من شرط تعظيم نصيب الفرد من الاستهلاك على:

$$\frac{\partial c}{\partial k}=\frac{\partial\left[Ak^{\alpha}-\left(n+\delta\right)k\right]}{\partial k}=0$$
$$\Rightarrow \alpha Ak^{\alpha-1}=\left(n+\delta\right)$$

ما يعني أن:

$$\alpha A\left(k^{*}_{Gold_{Solow}}\right)^{\alpha-1}=\left(n+\delta\right)$$

عندما يبلغ نصيب الفرد من الاستهلاك قيمته العظمى، يُصبح الناتج الحدي لرأس المال مُساويا مجموع النمو السكاني ومعدل الاهتلاك، كنتيجة لذلك:

$$k^{*}_{Gold_{Solow}}=\left(\frac{\alpha A}{\left(n+\delta\right)}\right)^{1/1-\alpha}$$

طالما أن النموذج يفرض عامل الخصم الزمني أكبر من النمو السكاني، لدينا:

$$\rho \succ n$$
$$f'\left(k^{*}_{Ramsey}\right)-\delta \succ f'\left(k^{*}_{Gold_{Solow}}\right)-\delta$$
$$f'\left(k^{*}_{Ramsey}\right) \succ f'\left(k^{*}_{Gold_{Solow}}\right)$$

وبما أن دالة الإنتاج تحمل خاصية عوائد الحجم المتناقصة $\left(f''\left(k\right)\prec 0\right)$، فإن القيمة المرتفعة للناتج الحدي تعني مستوى منخفض لنصيب الفرد من رأس المال:

$$k^*_{Gold_{Solow}} \succ k^*_{Ramsey}$$

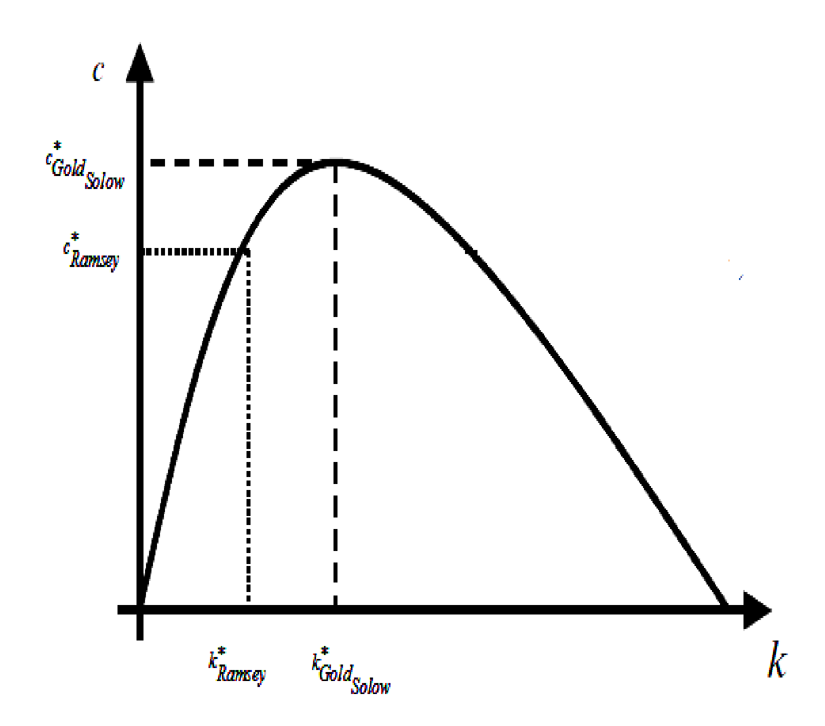
$$\left(\frac{\alpha A}{(n+\delta)}\right)^{1/1-\alpha} \succ \left(\frac{\alpha A}{(\rho+\delta)}\right)^{1/1-\alpha}$$

نرى من هذه العلاقة الأخيرة أن مستوى الحالة المستقرة الأمثلية لنصيب الفرد من رأس المال $\left(k^*{}_{Ramsey}\right)$ يقع أسفل $\left(k^*_{Gold_{Solow}}\right)$ عند أي $(\rho \succ n)$،[17] و تقع الحالة المستقرة الأمثلية وفق المعادلة $c^* = f\left(k^*\right)-\left(n+\delta\right)k^*$ على يسار القاعدة الذهبية. كما رأينا سابقا، يتطلب بلوغ القاعدة الذهبية حشد حجم كبير من رأس المال وتسمح ببلوغ مستوى مرتفع من الاستهلاك مع بلوغ الحالة المستقرة، لكنها تتطلب تضحيات كبيرة في الاستهلاك منذ البداية (أنظر الشكل (8. 5)).[18]

---

[17] - لاحظ وفق شرط العرضية يتم ضمان استيفاء سعر الفائدة في الحالة المستقرة شرط $\left(r^* \succ n\right)$ وبالتالي لا يُمكن أن تتحقق اللاكفاءة الديناميكية في النموذج.

[18] - عند مستوى القاعدة الذهبية، تتلقى المنفعة المستقبلية الكثير من الأحجام التراكمية لرأس المال مقابل تضحية أكبر من الاستهلاك الحالي على طول الفترة الانتقالية. وبسبب هذا التركيز المفرط على مستويات المنفعة المستقبلية، يتطلب بلوغ القاعدة الذهبية تراكم الكثير من رأس المال في البداية.



الشكل (8. 5). القاعدة الذهبية مقابل الحالة المستقرة الأمثلية.

في نموذج RCK يُسمح لتغير معدل الادخار عبر الزمن بحيث يكون المستهلك النموذجي أفضلا حالا مما هو عليه الحال وفق نموذج Solow-Swan، لأن تخصيص الموارد في هذا الاقتصاد يُمكن أن يتحقق في ظل اقتصاد المخطط أيضا كحالة خاصة، لأن المسار الانتقالي نحو الحالة المستقرة الأمثلية سيضمن مستوى أعلى من الرفاهية أكثر من أي مسار بديل آخر بما في ذلك المسار المقارب نحو الحالة المستقرة للقاعدة الذهبية. ويرجع سبب ذلك لحقيقة أن الاستهلاك على طول الفترة الانتقالية (بسبب

الخصم الزمني) يُصبح أكثر حجما من مستوى الاستهلاك في الحالة المستقرة. وبمجرد الوصول إليها تتلقى القاعدة الذهبية منفعة أعلى من الحالة المستقرة الأمثلية لكن هذه المنفعة ستكون مخصومة بشكل كبير من دالة المنفعة الزمنية الكلية.

إحدى النتائج المترتبة عن هذا التحليل أن الإفراط غير الكفء في معدل الادخار لا يُمكن أن يحدث في إطار الأمثلية (ولا يقع الاقتصاد في منطقة اللاكفاءة الديناميكية) رغم أنه يحدث في نموذج Solow-Swan ذات معدل ادخار اعتباطي ثابت. في إطار الأمثلية، تدرك الأسرة النموذجية الخالدة التي تُفرط في الادخار أنها ليست في وضعية أمثلية (لأنها لا تستوفي شرط العرضية) وستتحول نحو مسار ذات معدل ادخار أقل.

7. تغير معلمات النموذج

في اقتصاد RCK يسير على مسار الحالة المستقرة، نفترض انخفاض معدل التفضيل (الخصم) الزمني (ρ): لاحظ لأن (ρ) يُمثل المعيار الذي يحكم تفضيلات الأُسر بين الاستهلاك الحالي والمستقبلي، فإن خفض هذا المعيار في نموذج RCK مشابه لارتفاع معدل الادخار في نموذج Solow-Swan.

بما أن تقسيم الإنتاج بين الاستهلاك والاستثمار يتم تحديده من قبل أُسر ذات رؤية استشرافية، يجب أن نُحدد ما إذا كان هذا التغير مُتوقعا أم لا: إذا كان مُتوقعا، ستسعى الأُسر لتغيير سلوكها قبل حدوث هذا التغيير، لذلك نركز على الحالة البسيطة

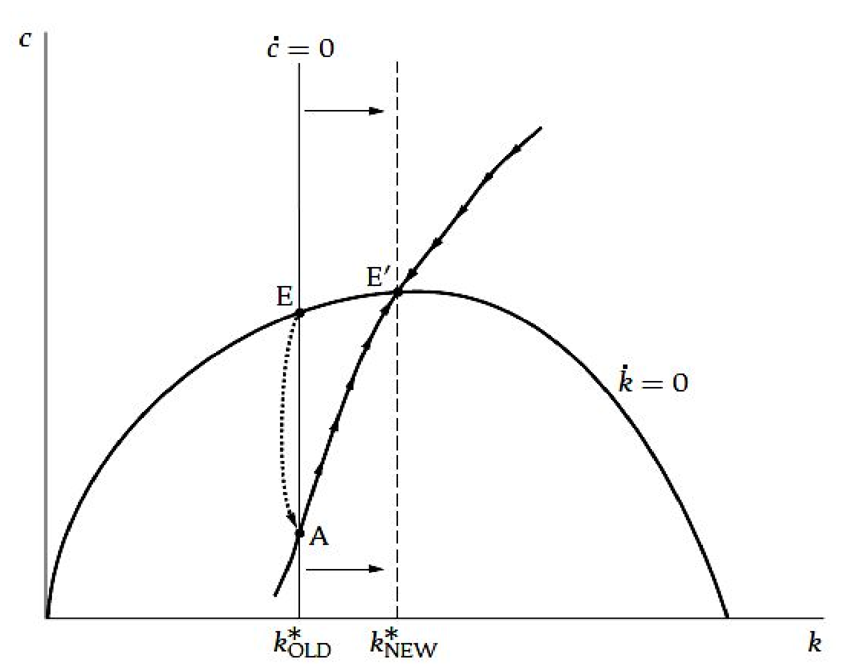
التي يكون فيها التغيير غير متوقعا ما يعني سعي الأُسر نحو الأمثلية لاعتقادها أن معدل الخصم لن يتغير وأن الاقتصاد يسير على مسار الحالة المستقرة الناتج عنه. في الحقيقة، في وقت ما تكتشف الأُسر فجأة أن تفضيلاتها قد تغيرت وأنها الآن تُخفض منفعتها المستقبلية بمعدل أقل من ذي قبل.

طالما أن قيمة $\left(k^{*}\right)$ في الحالة المستقرة هي دالة متناقصة في التفضيل الزمني (ρ) (المعادلة (5.34))، إلا أنها تُحدد بواسطة معادلة تطور $(\dot{c})$ (المعادلة (5.17)) بدلا من معادلة تطور $\left(\dot{k}\right)$-ويُحدث تغير في خط $(\dot{c}=0)$ فقط.

من المعادلة (5.34) لدينا:

$$k^{*}=\left(\frac{\alpha A}{(\rho+\delta)}\right)^{1/1-\alpha}$$

هذا يعني أن خفض (ρ) يرفع $\left(k^{*}\right)$ ويتحول خط $(\dot{c}=0)$ نحو اليمين كما يُظهره الشكل (5.9).



الشكل (9. 5). تأثير خفض التفضيل الزمني في نموذج RCK.

في الوقت الذي يُخَفض فيه (ρ) يرتفع نصيب الفرد من رأس المال (k) مع تطور الاقتصاد بشكل رتيب من قيمة الحالة المستقرة القديمة (k^*_{OLD}) نحو قيمة (k^*_{NEW}) في مسار الحالة المستقرة الجديد. على عكس ذلك، يُمكن لمعدل استهلاك الأُسر (c) أن يقفز في وقت الصدمة.

وفق تحليل ديناميكية الاقتصاد من الواضح لماذا يحدث هذا: في وقت التغير، يقفز (c) هبوطيا ليُصبح الاقتصاد على مسار السرج الجديد (النقطة A في الشكل (9.

5))، بعد ذلك يرتفع (c) و (k) تدريجيا نحو قيم حالتهما المستقرة الجديدة المرتفعة مقارنة بالقيم القديمة.

يُصبح تأثير خفض معدل التفضيل الزمني مشابها لتأثير رفع معدل الادخار في نموذج Solow-Swan بمخزون رأس مال أقل من مستوى القاعدة الذهبية، وفي كلتا الحالتين يرتفع (k) تدريجيا نحو المستوى الجديد المرتفع، ويهبط (c) أولا ثم يُعاود الارتفاع بعد ذلك بمستوى أعلى من مستواه الأولي.

في الأخير، على غرار تأثير الزيادة المستمرة لمعدل الادخار في نموذج Solow-Swan، يُمارس التغير المستمر لمعدل التفضيل الزمني تأثيرا مؤقتا في معدلات نمو نصيب الفرد من الناتج ورأس المال. ربما الفارق الوحيد بين التجربتين أنه في حالة خفض معدل التفضيل الزمني لا يكون جزء الناتج المدخر ثابتا خلال الفترة الانتقالية.

8. حدود نموذج RCK

يلعب نموذج RCK دورا هاما كطريقة لتنظيم أفكار الاقتصاديين حول العديد من الظواهر الديناميكية الكلية لأنه يُبنى على افتراضات مثالية تعكس في جزء كبير منها الممارسات العملية. على وجه خاص، يُؤكد نموذج RCK أن سلوك استهلاك الأُسر أكثر تعقيدا من مجرد كونه نسبة ثابتة من الدخل كما افترضه نموذج Solow-Swan (في الواقع، فاز Milton Friedman عام 1976 وFranco Modigliani عام 1985 بجائزة نوبل في الاقتصاد نظير مساهمتهما في تحليل الاستهلاك وسلوك الادخار). في نموذج RCK يُسمح للأُسر باتخاذ قرارات أمثلية حول الاستهلاك/ الادخار على مستوى الاقتصاد الجزئي بالنظر للبيئة التي تُواجهها، ونتيجة لذلك يعكس تطور مخزون رأس المال التفاعلات الحاصلة بين أسر تُعظم المنفعة (المعروض من الادخار) وشركات تُعظم الأرباح (الطلب على الاستثمار)، وبالتالي لم يعد معدل الادخار ثابتا وخارجيا في هذا النموذج مقارنة بنموذج Solow-Swan.

من جانب آخر، يسمح لنا نموذج RCK بمعالجة القضايا المتعلقة بالرفاهية التي تُمثل الفائدة الرئيسية لهذا النهج ذات الأسس الجزئية: يتم تحديد منفعة الأُسر بشكل جيد وتقييمها وفق عدد من السيناريوهات البديلة، على عكس نموذج Solow-Swan الذي ينظر فقط إلى المتغيرات الكلية (الناتج، الاستهلاك...) ولا يُمكن من خلاله تحديد ما هو مرغوب فيه من وجهة نظر الرفاهية الكلية.

من وجهة نظر منهجية، يسمح لنا هذا النموذج بإدراج أدوات تحليلية جديدة مهمة، وعلى وجه التحديد تقنيات الأمثلية الديناميكية في الزمن المتصل: هذه الأدوات قوية وقيمة للغاية خصوصا إذا علمنا أنها تُستخدم تقريبا في جميع النماذج في مختلف مجالات الاقتصاد.

يُبنى نموذج RCK ضمنيا على افتراضات بسيطة كوجود دافع للتركة أو التوريث الذي يكون دائما مُؤثرا ويُحول الأُسر إلى أعوان متجانسين يعيشون للأبد. بهذه الطريقة، يُصبح نموذج RCK إطارا سهلا للتطبيق ويُقدم أُطرا نظرية واضحة المعالم لعدد من القضايا الديناميكية في الاقتصاد كنظرية سعر الفائدة الحقيقي على المدى الطويل وإمكانية تحليل التوازن العام لمجموعة من مشاكل "الفراغ" ضمن جملة من القضايا الأخرى.

لكن بسبب بساطة النموذج يجب إدراك مدى قوة الاستنتاجات المنبثقة منه. حقيقة يُعتبر افتراض نموذج RCK لأسر نموذجية إحدى نقاط ضعفه لأنه في الواقع العملي ليس من السهل تخيل صورة سُلاسة متجانسة (متطابقة التفضيلات) للأسر في الأفق الأبدي. ويعني فرضية تجانس الأسر في هذا النموذج إهمال التفاعلات والترابطات الهامة بين مختلف الأعوان عبر مختلف الأجيال: في بعض الحالات، قد تكون هذه التفاعلات والترابطات ذات أهمية ثانوية لكنها في حالات أخرى تُصبح

حاسمة ذات أهمية قصوى (على سبيل المثال، القضايا المتعلقة بالدين العام أو تفاعل المُقرضين والمُقترضين الخواص أو قضايا تتعامل مع توزيع الدخل والثروة).

إحدى المشاكل الرئيسية التي تُواجه نموذج RCK تتمثل في افتراضه امتلاك الأسر كميات كبيرة من المعلومات حول المستقبل، ما ينشأ عنه الاعتماد المفرط للنموذج على استقرار نقطة السرج في تحليل اقتصاد السوق. في هذا الصدد، يقول Solow (221 :1990):

"لا تتمثل المشكلة فقط في عدم إمكانية تحقق البصيرة المثالية حول المستقبل اللامحدود بعيدا عن الحالات المستقرة، بل أن المشكلة الأعمق هي في الممارسة العملية (إذا كان هناك أي ممارسة) قد لا تكشف الحسابات الخاطئة حول مسار التوازن عن نفسها لفترة طويلة، لأن المسار الخاطئ لا يُقدم أي إشارة كونه مسارا غير كفء في النهاية.... كلما استطعنا إدراك الخطأ، ستكون هناك قفزة نحو تقريب أفضل نحو المسار المقارب، لكن هناك حاجة لقفزة كبيرة. في الاقتصاد اللامركزي، ليس واضحا من يدري أو أي موضع سيكون فيه المسار المقارب الحقيقي، أو بالضبط أين نحن الآن بالنظر لأن بعض الأعوان (المضاربون) يُدركون بالفعل الحاجة لتصحيح المسار على عكس البعض الآخر. هذه الفكرة تُصَعب علينا حتى تخيل كيف سيكون شكل المسار المقارب على المدى الطويل...هذا يقودني للقول أنه ينبغي اعتماد تفسير للبيانات الفصلية كحل لمشكلة الأمثلية في الزمن اللانهائي".

كما رأينا، تناول تحليل نموذج RCK مشكلة التحكم الأمثلي للمخطط الاجتماعي في الأفق اللانهائي حيث يتم فيه تحديد أسعار الظل بشكل جيد، لكن في إطار السوق اللامركزي هناك العديد من الأعوان والأسعار ولا يُوجد شيء يضمن

تطابق توقعات الأسعار مع أسعار الظل على المدى الطويل في مشكلة الحل الأمثلي للمخطط الاجتماعي.

أخيرا وليس آخرا، رغم أن النموذج يسمح بسلوك أكثر تعقيدا لمعدل الادخار وتضمينه كمتغير داخلي في النموذج، إلا أن رؤى نموذج Solow-Swan حول مصادر النمو على المدى الطويل مازالت قابلة للتطبيق. بشكل خاص، يُؤكد نموذج RCK توقعات نموذج Solow-Swan كون تراكم رأس المال لا يُفسر النمو الاقتصادي على المدى الطويل ولا يُفسر جزءا كبيرا من فروق الدخل عبر البلدان. العامل الوحيد للنمو على المدى الطويل وفق هذا النموذج هو المتغير الغامض "التقدم التكنولوجي المُجسد في كفاءة العمل" الذي ما يزال يُؤخذ سلوكه كمصدر خارجي.

الفصل السادس

الأجيال المتداخلة: نموذج Diamond

أشرنا سابقا لوجود إطارين نظريين رئيسيين لتحليل الخيارات الزمنية الأمثلية للاستهلاك مقابل الادخار والتأثيرات الديناميكية طويلة المدى لهذه الخيارات: نماذج العون النموذجي في الأفق اللانهائي (نموذج Ramsey-Cass-Koopmans) ونماذج الأجيال المتداخلة. في الفئة الأولى من النماذج تم نمذجة قطاع الأسرة النموذجية (فرضية تجانس الأسر) يتكون من عدد محدود من الأفراد (الأعوان) المتشابهين يعيشون حياة أبدية (فترات زمنية لانهائية) ما يُوفر إطارا مرجعيا طبيعيا وسهلا لتحليل تراكم رأس المال وإيجاد التكافؤ بين التوازن ومشاكل النمو الأمثلي، لكن في كثير من الحالات افتراض عون اقتصادي (أسرة) نموذجي ليس ملائما ولا يعكس الواقع العملي الذي يُفترض فيه دخول مستمر للأسر الجديدة (أو تولد) في الاقتصاد مع مرور الزمن. في الواقع، وصول أُسر جديدة في الاقتصاد لا يُمثل سمة واقعية فحسب بل يخلق أيضا مجموعة من التفاعلات الاقتصادية الجديدة: على وجه خاص، ستؤثر قرارات الأجيال السابقة (الأكبر سنا) على توليفة الأسعار التي تُواجهها

الأجيال القادمة (الأقل سنا) (لم تُدرج هذه التفاعلات الاقتصادية في نموذج العون النموذجي لكنها تُضم في نماذج الأجيال المتداخلة). على هذا الأساس، تُركز نماذج الأجيال المتداخلة على التفاعل (التداخل) الحاصل بين الأجيال المختلفة (شباب وكبار السن) خلال نفس الفترة وفي كل فترة زمنية، إلى جانب دخول لانهائي للأجيال الجديدة في الاقتصاد في أفق زمني نهائي (هذه الاختلافات البسيطة في البناء النظري بين النموذجين لها انعكاسات هامة في التحليل).

تاريخيا، تم تطوير نماذج الأجيال المتداخلة من قبل Maurice Allais (1947) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1986) في كتابه "اقتصاد و فائدة Économie et Intérêt"، Paul Samuelson (1958) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1970) في مقاله "نموذج استهلاك- قرض الدقيق للفائدة مع أو بدون آلية النقود An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money" و لاحقا Peter Diamond (1965) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2010)في مقاله "الدين الوطني في نموذج النمو النيوكلاسيكي National Debt in a Neoclassical Growth Model". حقيقة، هذه النماذج مفيدة جدا لعدة أسباب: أولا، تهتم بالتفاعل المحتمل بين الأجيال المختلفة من الأفراد في السوق؛ ثانيا، تُوفر طرقا بديلة للتحليل مقارنة بنماذج العون النموذجي في الأفق اللانهائي؛ ثالثا، تختلف بعض آثارها التحليلية الرئيسية عن

نموذج RCK، و تُشبه بعض حالاتها الخاصة المتعلقة بديناميكيات تراكم رأس المال و الاستهلاك نتائج نموذج Solow-Swan؛ و أخيرا تُظهر رؤى جديدة في تحليل الأسئلة المرتبطة بمشاكل الدين العام، فرض الضرائب على دخل رأس المال، تمويل الضمان الاجتماعي (المعاشات)، تصميم النظم التعليمية، عدم حيادية النقود و إمكانيات حدوث فُقاعات المضاربة في الاقتصاد.

نقدم في هذا الفصل نموذج الأجيال المتداخلة لـ Diamond الذي يُظهر عددا من نقاط القوة في تحليل مسار النمو الأمثلي: أولا، يأخذ هذا النموذج بعين الاعتبار جانب السلوك البشري لنظرية دورة الحياة. وتكمن الفكرة أنه بالرغم أن الاقتصاد يعيش للأبد إلا أن الأعوان الأفراد (الأسر) يعيشون أفقا زمنيا محدودا، وخلال فترة حياة واحدة يتغير المستوى التعليمي، القدرة على العمل، الدخل والحاجات وينعكس ذلك على عرض الأفراد لخدمات العمل وعلى سلوك الادخار. على هذا الأساس، ينصب تركيز نموذج الأجيال المتداخلة على الآثار الإجمالية لسلوك دورة حياة الأسر التي تتعايش مع بعضها البعض في فترات مختلفة من حياتها. ثانيا، يأخذ النموذج في الحسبان أشكالا أساسيا لعدم تجانس الأسر (السكان)–هناك "كبار السن Old" و "شباب Young" وأشخاص أحياء في الحاضر أموات في المستقبل وأشخاص لم يُولدوا بعد في الحاضر لا يتم إدراج تفضيلاتهم في معاملات السوق الحالية. أخيرا وبدلالة هذا النموذج، يُمكن دراسة الأسئلة المتعلقة بتوزيع الدخل والثروة عبر

الأجيال كتلك المتعلقة بكيفية تأثير الاستثمار في رأس المال والحماية البيئية للأجيال الحالية على مصير الأجيال المقبلة.

1. الدافع وراء الادخار

قبل الدخول في تفاصيل نموذج Diamond، من المهم أن نشير بإيجاز إلى الدوافع الكامنة وراء تحفيز الأفراد على القيام بالادخار:

- **دافع سلاسة الاستهلاك:**

يمر الأفراد بدورة حياة واحدة يأخذ فيها دخل الفرد نمطا زمنيا على شكل منحنى مقعر، ومن خلال الادخار أو التبديد (Dissaving) يُحاول الأفراد تسهيل أو ضمان سلاسة الاستهلاك المرغوب فيه خلال فترة الحياة. تُعتبر هذه الفكرة جوهر فرضية "ادخار دورة الحياة" التي طرحها Franco Modigliani (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1985) وغيره من الاقتصاديين في خمسينات القرن الماضي التي تنص على أن المستهلك يُخطط لادخاره أو تبديده وفق التغيرات المتوقعة في الدخل واحتياجات مدى العمر. ونظرا لاختلاف احتياجات مدى العمر مقارنة بالدخل يأخذ النمط الزمني للادخار شكلا مقعرا مع وجود تبديد معين للدخل في المراحل مبكرة من الحياة (أثناء الدراسة): يتحقق الادخار الموجب خلال سنوات ذروة الدخل والتبديد (الادخار السالب) خلال سنوات التقاعد.

- **الدافع الاحترازي:**

تختلف مستويات الدخل والاحتياجات بسبب ظروف عدم اليقين كالبطالة المفاجئة، المرض أو ببساطة سوء الحظ، وبفضل الادخار يملك الفرد "مخفف الصدمة" ضد هذه الأحداث غير المرغوب فيها.

في هذا الإطار، كشفت دراسة Horioko and Watanabe (1997) تجريبيا أن العنصرين السابق ذكرهما يمثلان أهم الدوافع للقيام بالادخار (وفق البيانات اليابانية). لكن مع ذلك، هناك دوافع أخرى تشمل:

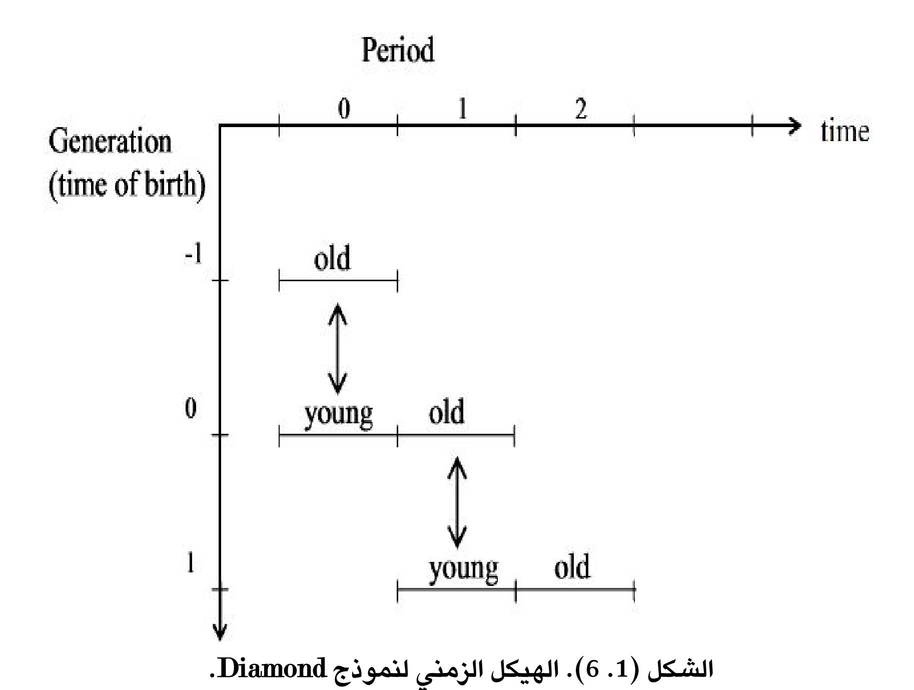
- يسمح الادخار بزيادة القدرة على شراء السلع الاستهلاكية الدائمة كالسكن وكذا سداد الديون.
- قد يكون الدافع وراء الادخار الرغبة في ترك وصية أو ميراث للأجيال القادمة.
- أو ببساطة لأن الثروة المالية تخلق هيبة اجتماعية وقوة اقتصادية أو سياسية.

يُركز نموذج Diamond فقط على الدافع الاول للقيام بالادخار أو بشكل أدق على إحدى جوانب هذا الدافع وهو الادخار للتقاعد: يعيش الفرد في أفق زمني نهائي لأنه يعيش فترتين زمنيتين فقط–كشاب يعمل بدوام كامل في الفترة الأولى، وكبير في السن يعيش فترة التقاعد على مدخراته في الفترة الثانية. ولأن نموذج Diamond يتخلص من فكرة دافع التوريث، يعني هذا ضمنيا أن الفرد غير مبال برفاهية نسله في المستقبل.

2. الإطار العام لنموذج Diamond

يفترض نموذج Diamond أن كل شخص يعيش فترتين زمنيتين فقط في اقتصاد ما يعيش للأبد-على سبيل المثال، يُولد الفرد في الزمن (t)يعيش من تاريخ (t)إلى $(t+1)$:[1]ينقسم تدفق الوقت إلى فترات متتالية متساوية الطول تُؤخذ كوحدة زمنية و يتم افتراض الزمن المنفصل بدلا من الزمن المتصل(يتم تعريف متغيرات النموذج في الزمن $t = 0,1,2...$بدلا من كل قيم $t \geq 0$:لربط هذه الفكرة بالواقع، تخيل طول فترة زمنية أنها تمثل جيلا (30 عاما)). يُوضح الشكل (1. 6) الهيكل الزمني للنموذج: في كل فترة يُوجد جيلين على قيد الحياة يتفاعلان مع بعضهما البعض (كما هو مبين بواسطة الأسهم). للتبسيط، ننظر لشخص ما وُلد في الزمن (t)على أنه يُمثل الجيل (t)، يكون أعضاء هذا الجيل شبابا في الفترة (t)و كبارا في السن في الزمن $(t+1)$، و يتداخل (يتفاعل) شباب الجيل (t)مع كبار السن جيل $(t-1)$، و عند كل نقطة زمنية يكون أعضاء الجيلين فقط "أحياء".

[1] - من المفيد التفكير في "الفترة (t)" أنها طول زمني ممتد من تاريخ (t)إلى تاريخ $(t+1)$، وعليه تقع الفترة (t)في مجال زمني $[t, t+1]$على محور الزمن المتصل. مع ذلك، يتم اتخاذ جميع القرارات في نقاط منفصلة في الزمن $t = 0,1,2...$ (التواريخ).



الشكل (1. 6). الهيكل الزمني لنموذج Diamond.

يُوفر فرد ما خدمات العمل في الفترة الأولى فقط عندما يكون "شابا" ويتقاعد في الفترة الثانية عندما يُصبح "كبير السن" ويموت بعد ذلك (يخرج من النموذج). ولأن الفرد يستهلك في كلا فترتي الحياة، وجب عليه الدفع مقابل الحصول على الاستهلاك في الفترة الثانية عن طريق ادخار جزء من دخله في الفترة الأولى وأي فائدة يتحصل عليها، وبالتالي يعمل الفرد الشاب على تعويض التبديد (الادخار السالب) عندما يكبر في المستقبل (مع افتراض عدم وجود تحويلات من الحكومة أو من أفراد أجيال أخرى).

يسعى كل فرد تعظيم منفعته الزمنية التي تعتمد على الاستهلاك في كلا فترتي العمر.[2] كما أشرنا سابقا، نضع افتراضا حاسما أن الفرد لا يهتم بالأحداث التي تقع بعد وفاته (ليس مباليا بمنفعة نسله (أبنائه، أحفاده) ولا يترك وراءه ميراثا أو تحويلات أخرى لأعضاء الجيل المقبل).

نفترض الشكل العام لدالة منفعة العمر في الزمن المنفصل للفرد المولود في تاريخ (t):

$$U_t\left(c_{1t},c_{2t+1}\right)=u\left(c_{1t}\right)+\left(1+\rho\right)^{-1}u\left(c_{2t+1}\right) \qquad (6.\ 1)$$

حيث(u)هي دالة تفاضلية مستمرة ذات منفعة حدية موجبة و متناقصة $(u'\succ 0,u''\prec 0)$و تستوفي شروط Inada (إحدى دوال المنفعة الشائعة $u(c)=\log c$ تستوفي $\lim_{c\to 0}u(c)=-\infty;\lim_{c\to\infty}u(c)=0$). (c_{1t})هو مستوى استهلاك فرد ما وُلد في الزمن (t)عندما يكون شابا (جيل الفترة (t)) و(c_{2t+1})هو مستوى استهلاك ذلك الفرد عندما يُصبح كبير السن (في الفترة$(t+1)$). $(\rho\succ -1)$هو معدل الخصم الزمني للمنفعة (أو معدل التفضيل الزمني) الذي يُشير لدرجة عدم

---

[2] -تفترض نماذج النمو الأمثلي أن العون الاقتصادي يتمتع بنظرة استشرافية أو بصيرة مثالية ما يعني ضمنيا أن لديه "توقعات عقلانية أو متناسقة مع النموذج". تتمحور هذه الفكرة حول توافق التوقعات التي يقوم بها العون مع تلك التي يُمكن حسابها على أساس النموذج، وبالنظر لعدم وجود عناصر عشوائية في النموذج (لا يُوجد عدم اليقين) فإن هذه التوقعات لا تأخذ شكلا احتماليا (بالطبع هذه الافتراضات غير واقعية لكن النموذج يقوم بتبسيط الواقع حتى تعمل النتائج على إظهار الآليات الاقتصادية بمعزل عن الأخطاء المتوقعة).

الصبر للوصول إلى المنفعة: إذا كان $(\rho \succ 0)$ يُركز الفرد بشكل أكبر على الاستهلاك في الفترة الأولى بدلا من الفترة الثانية، ويحدث العكس إذا كان $(\rho \prec 0)$.[3]

يقوم هذا الفرد بتوفير وحدة غير مرنة من خدمة العمل عندما يكون "شابا" (فقط في المرحلة الأولى من حياته لأنه لا يعمل عندما يُصبح كبير السن) ويحصل مقابل ذلك على أجر توازني (ليكن (w_t)). نفترض أيضا نموا سكانيا بسبب الأثر الصافي للخصوبة والوفيات، حيث يُصبح حجم جيل الفترة (t) (المولود عند الزمن (t)):

$$L_t = L_0 \left(1+n\right)^t \qquad (6.\ 2)$$

كما رأينا في نموذج RCK، يفترض **Diamond** مؤسسات اقتصادية على شكل مؤسسات السوق ذات الملكية الخاصة وفي إطار المنافسة الكاملة (حل السوق اللامركزي).

[3] - مع افتراض حياة منتهية للأفراد في نموذج الأجيال المتداخلة، لسنا مجبرين على افتراض $(\rho \succ n)$ لضمان عدم تباعد منفعة العمر عن الحالة المستقرة. في المقابل، يضمن افتراض $(\rho \succ -1)$ أن يكون وزن الاستهلاك في الفترة الثانية موجبا.

2.1. قرار الأسر

نبدأ أولا بالقرارات الأمثلية للأسر حول الاستهلاك: يُعطى الادخار الاجمالي لفرد ما في الجيل (t) كحل لمشكلة التعظيم التالية:

$$\underset{c_{1t},c_{2t+1},s_t}{Max}\ u\left(c_{1t}\right)+\left(1+\rho\right)^{-1}u\left(c_{2t+1}\right)$$

تحت قيد،

$$c_{1t}+s_t=w_t \tag{6. 3}$$

$$c_{2t+1}=\left(1+r_{t+1}\right)s_t \tag{6. 4}$$

يُشير القيد الأول (المعادلة (6 .3)) لقيام فرد الجيل (t) بتقسيم دخله من العمل (w_t) على الاستهلاك (c_{1t}) والادخار (s_t). في الفترة $(t+1)$، يستهلك هذا الفرد المدخرات السابقة زائدا الفائدة المتحصل عليها (r_{t+1}) -معدل العائد الذي يتلقاه الفرد من الادخار هو $(1+r_{t+1})$ كما هو موضح في القيد الثاني (المعادلة (6 .4)): تم استخدام فكرة تأجير الفرد الشاب لمدخراته على شكل رأس مال إلى المنتجين النهائيين (أو الشركات) في نهاية الفترة (t) ليحصل على عائد عند الزمن $(t+1)$ (بعد تنفيذ الإنتاج).[4] إذن، يُظهر القيد الثاني فكرة تفضيل الفرد لإنفاق أمواله على الاستهلاك فقط حتى نهاية الحياة وبأصول صفرية (لا تُوجد أي تركة أو وصية).

[4] - يُمكن استخدام العديد من الأفكار المختلفة كلها تصل لنتائج متطابقة. على سبيل المثال، يُمكن افتراض أن الفرد الشاب يُبقي مدخراته من الزمن (t) حتى بداية الزمن $(t+1)$ – عند هذه النقطة الزمنية يقوم بتأجير الادخار كرأس مال لمنتجي السلع النهائية. أو بشكل بديل، يُمكن للفرد تأسيس شركة تنافسية يتم فيها تحويل المدخرات لسلع من

كل فرد يتعامل مع (w_t) و (r_{t+1}) المطبق في السوق و يختار (c_{1t}) و (s_t) (و بالتالي (c_{2t+1})) لتعظيم منفعته وفق المعادلة (6 .1) تحت قيد المعادلتين (6 .2) و (6 .3).

باستبدال المعادلة (6 .4) في المعادلة (6 .3) نحصل على قيد ميزانية واحد:

$$c_{1t} + \frac{1}{(1+r_{t+1})} c_{2t+1} = w_t \qquad (6.\ 5)$$

هذا القيد الزمني للميزانية يُظهر سعر الفائدة كعامل خصم للاستهلاك يُحول كميات الاستهلاك المستقبلية إلى مكافآت (سلعة استهلاكية) حالية، كما تُساوي القيمة الحالية لاستهلاك الفرد مدى حياته إلى القيمة الحالية لدخل العمل مدى حياته (w_t).

بدمج هذا القيد في دالة الهدف رقم (6 .1) نحصل على:

$$U_t(c_{1t}, c_{2t+1}) = u(w_t - s_t) + \frac{1}{(1+\rho)} u((1+r_{t+1})s_t) = \tilde{U}(s_t)$$

المنفعة $\tilde{U}(s_t)$ هي دالة تابعة لمتغير صنع قرار واحد (s_t). تُعطى شروط التعظيم (الدرجة الأولى والثانية) كالآتي:

$$\frac{d\tilde{U}_t}{ds_t} = -u'(w_t - s_t) + (1+\rho)^{-1} u'((1+r_{t+1})s_t)(1+r_{t+1}) = 0$$

$$\frac{d^2\tilde{U}_t}{ds_t^2} = u''(w_t - s_t) + (1+\rho)^{-1} u''((1+r_{t+1})s_t)(1+r_{t+1})^2 \prec 0$$

تاريخ (t) لتاريخ $(t+1)$ – في هذه الحالة، يستخدم الفرد الشاب هذه الشركة لنقل الموارد من (t) إلى $(t+1)$، أما الفكرة المستخدمة في النص هي الأبسط للفهم.

من شروط التعظيم، تُوجد قيمة (s_t) وحيدة $\left(s_t = s\left(w_t,(1+r_{t+1})\right)\right)$ تحل مشكل الأمثلية، وبالنسبة لكل دخل متحصل عليه من الأجر يُوجد دائما (s_t) يستوفي الشرط $0 \le s_t \le w_t$.[5]

يُمكن إعادة كتابة شرط التعظيم من الدرجة الأولى كالآتي:

$$u'(c_{1t}) = (1+\rho)^{-1} u'(c_{2t+1})(1+r_{t+1})$$
$$\frac{u'(c_{2t+1})}{u'(c_{1t})} = \frac{(1+r_{t+1})}{(1+\rho)} \qquad (6.\ 6)$$

المعروفة بمعادلة **Euler** للاستهلاك التي تصف مسار الاستهلاك الأمثل وفق أسعار السوق المعطاة. بإعادة كتابة معادلة **Euler** رقم (6. 6) نجد:

$$\frac{u'(c_{1t})}{(1+\rho)^{-1} u'(c_{2t+1})} = (1+r_{t+1}) \qquad (6.\ 7)$$

---

[5] - لبرهنة ذلك، من أجل $s \in (0, w_t)$ لدينا $d\tilde{U}_t(s)/ds \succ -\infty$. نضع النقاط القصوى في المجال $s = 0$ و $s = w_t$:

$$\lim_{s\to 0} d\tilde{U}_t / ds = -u'(w_t) + 1/(1+\rho)(1+r_{t+1}) \lim_{s\to 0} u'\left((1+r_{t+1})s\right) = \infty$$
$$\lim_{s\to w_t} d\tilde{U}_t / ds = \lim_{s\to w_t} u'(w_t - s_t) + 1/(1+\rho)(1+r_{t+1}) u'\left((1+r_{t+1})w_t\right) = -\infty$$

وفق الشرط الأول للتعظيم، تُوجد قيمة $s = s_t$ على الأقل تنتمي لـ $s \in (0, w_t)$ تُحقق $d\tilde{U}_t / ds = 0$. وفق شرط التعظيم من الدرجة الثانية، تُوجد $s = s_t$ قيمة وحيدة للادخار تحل مشكلة الأمثلية للفرد الشاب وهي دالة تابعة للأجر ومعدل العائد على الادخار $s_t = s\left(w_t,(1+r_{t+1})\right)$.

يقيس الجانب الأيسر من المعادلة المعدل الحدي لإحلال استهلاك الفرد عندما يكون شابا وكبير السن عند النقطة (c_1, c_2) (زيادة استهلاك الفترة $(t+1)$ المطلوبة لتعويض وحدة واحدة للانخفاض الحدي للاستهلاك في الزمن (t)) ما يعني أن:

$$-\frac{dc_{2t+1}}{dc_{1t}}\bigg|_{U=\tilde{U}} = \frac{u'(c_{1t})}{(1+\rho)^{-1} u'(c_{2t+1})}$$

أما الجانب الأيمن من المعادلة (6.7) يُمثل "المعدل الحدي للتحول" أو المعدل الذي يسمح فيه ادخار الفرد بتحويل الاستهلاك من الفترة (t) إلى الفترة $(t+1)$ عبر السوق: في خطة الأمثلية، لابد أن يتساوى معدل الحدي للإحلال بالمعدل الحدي للتحول، لكن يُمكن أن تظهر حالات أخرى: من معادلة Euler (6.7) هذا يعني:

- إذا كان $\rho \prec r_{t+1}$ فإن $u'(c_{1t}) \succ u'(c_{2t+1})$ ما يعني أن $c_{1t} \prec c_{2t+1}$
- إذا كان $\rho = r_{t+1}$ فإن $u'(c_{1t}) = u'(c_{2t+1})$ ما يعني أن $c_{1t} = c_{2t+1}$
- إذا كان $\rho \succ r_{t+1}$ فإن $u'(c_{1t}) \prec u'(c_{2t+1})$ ما يعني أن $c_{1t} \succ c_{2t+1}$

في خطة الأمثلية (طالما أن مشكل الفرد يأخذ شكلا مقعرا $u'' \prec 0$) وفي ظل غياب عدم اليقين، يُظهر الاستهلاك سلوك الزيادة، النقصان أو الثبات عبر الزمن بناءا على إذا كان معدل التفضيل الزمني أصغر، أكبر أو يُساوي معدل الفائدة. على سبيل المثال، عندما يكون $(\rho \prec r_{t+1})$ تبدأ خطة الأمثلية بمستوى استهلاك منخفض في الفترة (t) بهدف أخذ ميزة معدل العائد العالي نسبيا من الادخار ورفع مستوى

الاستهلاك في المستقبل(الفترة $(t+1)$). لاحظ أن هناك توليفات (c_{1t},c_{2t+1}) لانهاية تستوفي معادلة Euler (7 .6)، لكن بمجرد إدراج قيدي الميزانية (المعادلة (3 .6) و (6.4)) نحصل على قيمة (s_t) وحيدة وحلا وحيدا لـ (c_{1t}) و (c_{2t+1}).

يُحَدَد شرط التعظيم من الدرجة الأولى عندما يتم ادراج قيدا الميزانية في معدل الادخار كدالة ضمنية لأسعار السوق الذي يُواجهها صانع القرار "الشاب" أي:

$$s_t = s\left(w_t,(1+r_{t+1})\right) \tag{6. 8}$$

تُظهر هذه المعادلة اعتماد ادخار الشاب في الفترة (t) على دخل الفرد من العمل تلك الفترة وعلى عائد رأس المال (الادخار) المتوقع في الفترة المقبلة.

يتم إظهار تأثير أسعار عوامل الإنتاج (الأجر والفائدة) على الادخار بدلالة المشتقات الجزئية للمعادلة (8. 6) (بتطبيق نظرية الدالة الضمنية على شرط التعظيم من الدرجة الأولى):

نكتب أولا $\left(d\tilde{U}_t / ds\right)$ على شكل دالة (Φ) للمتغيرات (s_t, w_t, r_{t+1}):

$$\frac{d\tilde{U}_t}{ds_t} = -u'(w_t - s_t) + (1+\rho)^{-1} u'\left((1+r_{t+1})s_t\right)(1+r_{t+1}) = \Phi(s_t, w_t, r_{t+1})$$

ولأن $\left(d\tilde{U}_t / ds = 0\right)$ (وفق شرط التعظيم من الدرجة الأولى)، تعني نظرية الدالة الضمنية أن:

$$\frac{ds_t}{dw_t} = -\frac{\partial \Phi / \partial w_t}{D}$$

$$\frac{ds_t}{dr_{t+1}} = -\frac{\partial \Phi / \partial r_{t+1}}{D}$$

حيث $D \equiv \partial \Phi / \partial s_t = d^2 \tilde{U}_t / ds_t^2 \prec 0$. نجد شرط التعظيم من الدرجة الثانية:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial w_t} = -u''(c_{1t}) \prec 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r_{t+1}} = (1+\rho)^{-1}\left[u'(c_{2t+1}) + u''(c_{2t+1}) s_t (1+r_{t+1})\right]$$

تُساوي الاشتقاقات الجزئية لدالة الادخار $\left(s_t = s\left(w_t, (1+r_{t+1})\right)\right)$:

$$s_w \equiv \frac{\partial s_t}{\partial w_t} = 0 \prec \frac{u''(c_{1t})}{D} \prec 1 \quad (6.\ 9)$$

$$s_{r_t} \equiv \frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} = -\frac{(1+\rho)^{-1}\left[u'(c_{2t+1}) + u''(c_{2t+1}) c_{2t+1}\right]}{D} \quad (6.\ 10)$$

نُلاحظ أن $\left(0 \prec s_w \prec 1\right)$ ما يعني أن:

$$0 \prec \partial c_{2t} / \partial w_t \prec 1 + r_{t+1} \quad \text{و} \quad 0 \prec \partial c_{1t} / \partial w_t \prec 1$$

الإشارة الموجبة لهذين الاشتقاقين تعني أنه يتم استهلاك "سلعة عادية" كل فترة (والذي يبدو معقولا طالما أننا نتحدث عن الاستهلاك الكلي من قبل الفرد في كل

فترة).[6] في المقابل، تبدو إشارة (s_r) غامضة لأن العلاقة بين معدل العائد (r) على الادخار ومستوى الادخار (s) تعكس تفاعل التأثيرات المضادة للإحلال والدخل (تأثيرات الإحلال والدخل على استهلاك الفرد الشاب الناتجة عن ارتفاع أسعار الفائدة ذو إشارات متعاكسة). لفهم ذلك، من المفيد الرجوع لقيد الميزانية رقم (7. 6): يكون تأثير الإحلال على (c_{1t}) سلبيا لأن سعر الفائدة العالي يجعل الاستهلاك المستقبلي أرخص بالنسبة للاستهلاك الحالي، في حين يكون تأثير الدخل على (c_{1t}) موجبا لأنه وفق سعر الفائدة العالي يُمكن للميزانية المتاحة شراء المزيد من الاستهلاك في كلتا الفترتين. بعبارة أخرى، عندما تُهيمن تأثيرات الإحلال يقوم الفرد بخفض مستوى استهلاكه عندما يكون شابا مقابل رفع مدخراته، أما إذا هيمنت تأثيرات الدخل يُصبح الاستهلاك عندما يكون الفرد شابا أكثر قيمة منه عندما يصبح كبير السن، هنا يرغب الفرد بزيادة استهلاكه في كلا فترتي العمر ويُخفض بذلك حجم مدخراته.[7]

---

[6] -للتذكير، تُسمى أي سلعة استهلاك "عادية" وفق تفضيلات مستهلك ما معطاة إذا كان الطلب عليها تُمثل دالة متزايدة لثروة المستهلك. وبما أن المستهلك في هذا النموذج يُولد دون أي ثروة مالية، تُعبر ثروة المستهلك في نهاية الفترة ببساطة عن القيمة الحالية لإيرادات العمل طوال الحياة والتي تم تقييمها هنا في بداية الفترة (t)؛ $w_t/(1+r_t)$ حيث لا يُوجد دخل عمل في الفترة الثانية من العمر (أنظر المعادلة (3. 6)).

[7] - هناك تأثير ثالث يسمى بتأثير الثروة جراء ارتفاع سعر الفائدة، لكنه خارج نطاق تحليل هذا النموذج بسبب عدم وجود دخل العمل في الفترة الثانية من العمر.

يُمكن إعادة كتابة المعادلة (6.10) على الشكل:

$$s_r = \frac{(1+\rho)^{-1} u'(c_{2t+1})\left[\theta(c_{2t+1})-1\right]}{D} \qquad (6.11)$$

حيث $D \prec 0$ و $\theta(c_{2t+1}) = \varepsilon(c_{2t+1})$ تُمثل مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك في الفترة الثانية أو:

$$\theta(c_{2t+1}) = -\frac{c_{2t+1}}{u'(c_{2t+1})} u''(c_{2t+1}) \approx -\frac{\Delta u'(c_{2t+1}) / u'(c_{2t+1})}{\Delta c_{2t+1} / c_{2t+1}} \succ 0$$

هذا التقريب صحيح للتغير"الصغير" $(c_{2t+1})\Delta$ في (c_{2t+1}). كما أشرنا سابقا، إشارة (s_r) في المعادلة (6.11) مازالت غامضة لكنها أصبحت الآن محددة بالقيم التي تأخذها $\theta(c_{2t+1})$ كالآتي:

- إذا كان $\theta(c_{2t+1}) \prec 1$ فإن $s_r \succ 0$.
- إذا كان $\theta(c_{2t+1}) = 1$ فإن $s_r = 0$.
- إذا كان $\theta(c_{2t+1}) \succ 1$ فإن $s_r \prec 0$.

إذا كانت مرونة المنفعة الحدية للاستهلاك أقل من الواحد تُهمين تأثيرات إحلال الاستهلاك على تأثيرات الدخل نتيجة زيادة سعر الفائدة ويزيد حجم الادخار، والعكس صحيح عندما تكون مرونة المنفعة الحدية أكبر من الواحد.

السبب في أن $\theta(c_{2t+1})$ يُمارس هذا الدور هو أن مرونة المنفعة الحدية تعكس حساسية المنفعة الحدية للزيادة الحاصلة في (c_{2t+1}). لإظهار ذلك، ننظر في الحالة التي

يتم فيها الاستهلاك في فترة الشباب (الفترة (t)) وبالتالي لا يتأثر معدل الادخار بزيادة سعر الفائدة خلال تلك الفترة، حتى في هذه الحالة يتزايد الاستهلاك (c_{2t+1}) في فترة الكبر(الفترة $(t+1)$)بشكل آلي (بفضل الدخل العالي المتحصل عليه من قبل كبار السن الناتج عن معدل العائد المرتفع الثابت من الادخار)، لذا تتناقص المنفعة الحدية لـ(c_{2t+1}) استجابة لسعر الفائدة المرتفع. على ذلك، وجود مرونة منفعة حدية جد مرتفعة لـ(c_{2t+1})يُؤدي لخفض حاد في المنفعة الحدية بحيث لا يخسر الفرد الشيء الكثير إذا قام بزيادة (c_{1t}) في الفترة الأولى بدلا من زيادة (c_{2t+1}) وسيُقلل من الادخار. من جانب آخر، وجود مرونة منفعة حدية جد منخفضة لـ(c_{2t+1})يُؤدي لخفض ضعيف في المنفعة الحدية، وسيكون من الواجب الاستفادة من معدل العائد المرتفع وادخار المزيد في الفترة الأولى وقبول خسارة منفعة الفترة الأولى الناجمة عن تقليل حجم (c_{1t}).

في الحالة التي تُساوي فيها مرونة المنفعة الحدية الواحد الصحيح، يُمارس سعر الفائدة تأثيرا "حياديا" على ميل الفرد الشاب نحو الادخار (ثبات الادخار عبر الزمن)، و يتطلب تحقق هذا التأثير الحيادي لسعر الفائدة بقاء (c_{1t})ثابتا طالما أن $c_{1t}=w_t-s_t$. بدوره، يتطلب هذا خفض المنفعة الحدية $u'(c_{1t})$ (الجانب الأيمن من المعادلة (6. 6)) بنفس نسبة رفع $(1+r_{t+1})$. في نفس الوقت، يُخبرنا قيد ميزانية (المعادلة (4. 6)) أن الفرد عندما يُصبح كبير السن يجب عليه رفع (c_{2t+1}) بنفس نسبة

رفع $(1+r_{t+1})$ لإبقاء (s_t) ثابتا، وبدوره لابد أن تنخفض المنفعة الحدية $u'(c_{2t+1})$ بنفس نسبة رفع (c_{2t+1}) (يتطلب هذا أن يُساوي $u'(c_{2t+1})$ الواحد صحيح).

في حالة $\theta(c_{2t+1})=1$، تأخذ دالة المنفعة شكلا خاصا يُعرف بمعادلة المنفعة اللوغاريتمية وهي ذات أهمية خاصة وعادة ما تُستخدم في التطبيقات العملية.

2.2.قرار الشركات

يُعطى الإنتاج متجانسا يُستخدم سواءا للاستهلاك أو الاستثمار في رأس المال المادي، ويُمثل مخزون رأس المال جزء الناتج المتراكم غير المستهلك. في اقتصاد Diamond أحادي القطاع، تُوجد مجموعة من الشركات التنافسية تعمل وفق دالة الإنتاج النيوكلاسيكية (تتميز بعوائد الحجم الثابتة وتستوفي شروط Inada):

$$\begin{gathered} y_t = f(k_t) \\ f' \succ 0, f'' \prec 0 \\ f(0)=\infty, f(\infty)=0 \end{gathered} \quad (6.12)$$

حيث $y_t \equiv Y_t / L_t$ و $k_t \equiv K_t / L_t$ هما نصيبا الفرد من الناتج و رأس المال على الترتيب.[8] ولأن كل فرد شاب يعمل في وحدة زمنية واحدة، فإن المتغير (L_t) يُمثل عدد الأفراد الشباب في الاقتصاد. لاحظ أننا افترضنا مخزون رأس المال في الفترة (t) مُنتج في نفس الفترة، بمعنى أنه لا يُوجد إبطاء في عملية الإنتاج واستخدام رأس المال.

8 - نفترض تقدما تكنولوجيا مساويا الصفر $(g=0)$ لأنه لا يُؤثر على أهم نتائج التحليل.

تسعى الشركات التنافسية لتعظيم الأرباح بمعادلة النواتج الحدية بأسعار عوامل الإنتاج:

$$w_t = f\left(k_t\right) - k_t f'\left(k_t\right) \tag{6. 13}$$

$$r_t = f'\left(k_t\right) - \delta \tag{6. 14}$$

حيث $(\delta \geq 0)$ معدل اهتلاك رأس المال. تُشير هتان المعادلتان لاستخدام الشركات خدمات العمل كل فترة زمنية إلى الحد الذي يُصبح فيه الناتج الحدي للعمل مُساويا معدل الأجر المعطى من قبل السوق، وبالمثل تستخدم الشركات في كل فترة زمنية رأس المال للحد الذي يُصبح فيه صافي الناتج الحدي لرأس المال مُساويا معدل العائد المعطى من قبل السوق.

2.3. حالة التوازن

مع افتراض اقتصاد مغلق، تُصبح أصول الأسر (المملوكة بداية الفترة من قبل أعضاء الجيل كبير السن) مُساوية مخزون رأس المال. من محاسبة الدخل الوطني، يُعطى صافي الاستثمار الاجمالي مُساويا الفرق بين الدخل الكلي والاستهلاك الكلي:

$$\begin{aligned} Y_t - C_t &= K_{t+1} - K_t \\ &= \left(w_t L_t + r_t L_t\right) - \left(c_{1t} L_t + c_{2t} L_{t-1}\right) \end{aligned} \tag{6. 15}$$

حيث L_{t-1} يُمثل أعضاء الجيل المولود في الزمن $(t-1)$ الذين يُصبحون كبار السن عند الزمن (t).

باستبدال (w_t) و (r_t) بما يُساويهما من المعادلتين (6.13) و (6.14) في المعادلة (6.15) نحصل على قيد المورد في الاقتصاد:

$$K_{t+1}-K_t=F\left(K_{t,}L_t\right)-C_t-\delta K_t \tag{6.16}$$

حيث $C_t=c_{1t}L_t+c_{2t}L_{t-1}$ يُمثل الاستهلاك الكلي (مجموع استهلاك جيل الشباب $(c_{1t}L_t)$ وكبار السن $(c_{2t}L_{t-1})$). بإعادة ترتيب المعادلة (6.16):

$$C_t=F\left(K_{t,}L_t\right)-\left(K_{t+1}-K_t+\delta K_t\right)$$
$$=Y_t-S_t$$

مع $(S_t=s_tL_t)$ الادخار الكلي للشباب في الزمن (t) الذي يُساوي في ظل توازن اقتصاد مغلق الاستثمار الكلي. ليكن (c_t) نصيب الفرد من الاستهلاك في الزمن (t):

$$c_t=\frac{C_t}{L_t}=\frac{c_{1t}L_t+c_{2t}L_{t-1}}{L_t}$$
$$=c_{1t}+\frac{c_{2t}}{(1+n)}$$

يُصبح قيد المورد في الاقتصاد بدلالة نصيب الفرد (قسمة طرفي المعادلة على L_t):

$$c_{1t}+\frac{c_{2t}}{(1+n)}=f\left(k_t\right)+(1-\delta)k_t-(1+n)k_{t+1} \tag{6.17}$$

يتطلب توازن سوق السلع أن يتساوى الطلب الكلي بالعرض الكلي:

$$C_t+I_t=c_{1t}L_t+c_{2t}L_{t-1}+I_t=Y_t=F\left(K_t,L_t\right)$$

بالتعريف، يُساوي الاستثمار الإجمالي صافي الاستثمار زائدا إهتلاك رأس المال:

$$\begin{aligned} I_t &= I_t^N + \delta K_t = I_{1t}^N + I_{2t}^N + \delta K_t \\ &= S_{1t}^N + S_{2t}^N + \delta K_t \\ &= s_t L_t - K_t + \delta K_t \end{aligned} \tag{6. 18}$$

مع العلم أن صافي الاستثمار الإجمالي يُساوي مجموع صافي استثمار الشباب وكبار السن، في المقابل تُصبح هذه الأحجام في التوازن مُساوية صافي ادخار الشباب وكبار السن على الترتيب. كما رأينا، صافي ادخار الشباب يُساوي $(s_t L_t)$ في حين صافي ادخار كبار السن سالب يُساوي $(-K)$. في الواقع، في ظل غياب الميراث يستهلك كبار السن كل ما يملكون ولا يتركون شيئا للأجيال المقبلة، ويدخل أي شاب في بداية أي فترة زمنية دون أصول "غير بشرية". ونتيجة لذلك، أي ثروة موجودة بداية فترة ما ينبغي أن تعود لكبير السن خلال تلك الفترة نتيجة لادخاره عندما كان شابا في الفترة السابقة.

بناءا على هذه الفكرة، يُعطى مخزون (K_t) في بداية الفترة (t) كالآتي:[9]

$$K_t = s_{t-1} L_{t-1} \tag{6. 19}$$

[9] - هذا يعني أن ادخار الشاب يُساوي مخزون رأس المال الفترة المقبلة. تتحقق هذه النتيجة لأن كبار السن يريدون إنهاء حياتهم بدون أصول (لأنهم غير مبالين بنسلهم) لذا يبيعون كل مخزون رأس المال لشباب جيل القادم-كل رأس المال المملوك من قبل كبار السن زائدا أي زيادة صافية في رأس المال يتم اقتناؤها من قبل الشباب عن طريق ادخارهم. لاحظ من المعادلة (6. 15) لدينا:

$$K_{t+1} - K_t = s_t L_t - K_t$$

لوصف مسار التوازن، من المعادلة (6 .19) نحصل على قانون حركية مخزون رأس المال:

$$K_{t+1} = s_t L_t \tag{6. 20}$$

الذي يشير لتساوي ادخار جيل الشباب في الفترة الحالية (t) بمخزون رأس المال في الفترة المقبلة $(t+1)$. ولأن:

$$s_t = s\left(w_t, (1+r_{t+1})\right) \text{ و } K_{t+1} = k_{t+1}L_{t+1} = k_{t+1}L_t\left(1+n\right)$$

يُمكن التعبير عن المعادلة (6 .20) بدلالة نصيب الفرد:

$$k_{t+1} = \frac{s\left(w_t, (1+r_{t+1})\right)}{(1+n)} \tag{6. 21}$$

باستبدال (r_t) و (w_t) بما يُساويهما وفق المعادلتين (6 .13) و (6 .14) نجد:

$$k_{t+1} = \frac{s\left(f\left(k_t\right) - k_t f'\left(k_t\right), \left(1 + f'\left(k_{t+1}\right) - \delta\right)\right)}{(1+n)} \tag{6. 22}$$

التي تُمثل القانون الأساسي لحركية الاقتصاد في نموذج الأجيال المتداخلة لـ Diamond، وتخبرنا أن المسار المستقبلي لنصيب الفرد من رأس المال (k_{t+1}) هي دالة تابعة لقيمته الأولية (k_t). أو بعبارة أخرى، لكل قيمة (k_t) أولية معطاة تُحدد المعادلة (6 .22) قيمة (أو قيما) توازنية لـ (k_{t+1}) (المسار المستقبلي لمخزون رأس المال).

يُعرف توازن الحالة المستقرة أنه التوازن الذي يُصبح فيه (k_t) ثابتا عبر الزمن، وتُعطى الحالة المستقرة كحل لهذه المعادلة عندما يُصبح $k_{t+1} = k_t = k^*$:

$$k^* = \frac{s\left(f\left(k^*\right)-k^* f'\left(k^*\right),\left(1+f'\left(k^*\right)-\delta\right)\right)}{\left(1+n\right)} \qquad (6.\ 23)$$

تُظهر المعادلة (23. 6) أن الاقتصاد يقع في وضعية الحالة المستقرة بمجرد بلوغ (k) هذه القيمة (k^*): ببلوغ هذه القيمة، يبقى (k) ثابتا هناك. لذلك، نريد معرفة ما إذا كانت هناك قيمة (أو قيم) لـ(k) في مسار الحالة المستقرة وما إذا كان (k) يقترب نحو هذه القيمة إن لم ينطلق منها؟

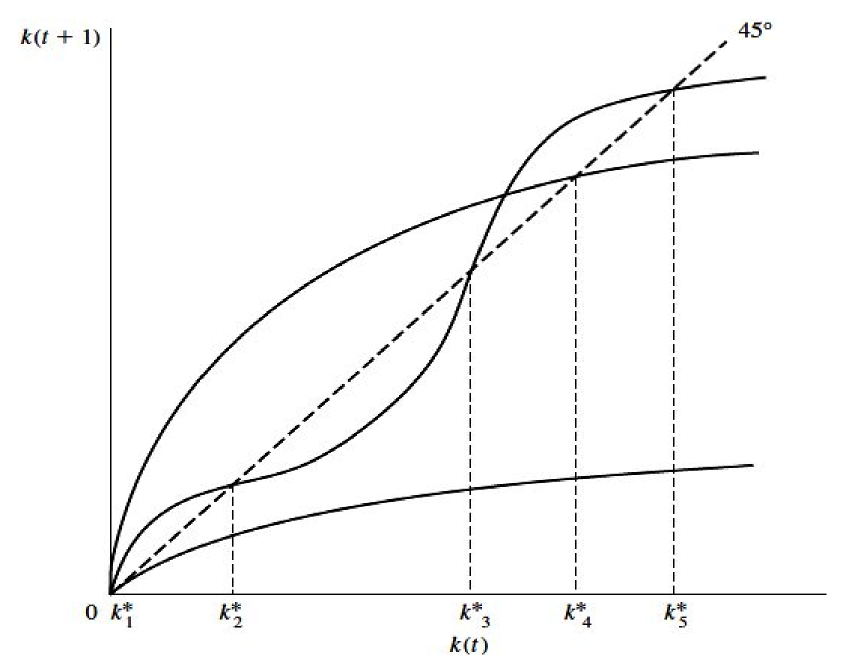
للإجابة على هذه الأسئلة، نحتاج وصف مدى ارتباط (k_t) بـ(k_{t+1}). وبما أن دالة الادخار $s(\bullet,\bullet)$ يُمكن أن تتخذ أشكالا عدة، تقودنا المعادلة (23. 6) إلى ديناميكيات معقدة وحالات مستقرة متعددة.[10] يُوضح الشكل (2. 6) بعض الأشكال المحتملة التي تربط نصيب الفرد من رأس مال اليوم بالغد بما يتوافق مع المعادلة (22. 6). يُظهر هذا الشكل نتيجة مفادها أن نموذج Diamond يُمكن أن يُؤدي لتوازن مستقر وحيد، توازنات متعددة أو توازن بمخزون رأس مال صفري. بعبارة أخرى، بدون وضع قيود محددة (خاصة) على دوال المنفعة والإنتاج يُظهر النموذج مجموعة مختلفة من التوقعات.

---

[10] - للتعرف بشيء من التفصيل على مختلف الحالات الممكن أن يسلكها الاقتصاد عبر الزمن (نحو الحالة المستقرة)، أنظر:

Romer, D. (2018).***Advanced Macroeconomics***.5th Ed., New York : McGraw -Hill : 85-87.

وفق المعادلة (22. 6) (أو (23. 6)) فإن مسار تطور الاقتصاد عبر الزمن غير محدد وفق وضعيته الأولية مما يُشير لإمكانية ظهور تقلبات أو دورات الأعمال، لذا استقرار النظام ليس مضمونا.



الشكل (2. 6). الوضعيات المحتملة لتوازن الحالة المستقرة في نموذج Diamond.

3. أشكال خاصة لدوال المنفعة والإنتاج

في هذا القسم، يتم وصف توازن الحالة المستقرة والديناميكية الانتقالية بفرض قيود على دوال المنفعة والإنتاج. على وجه خاص، نفترض أن دالة المنفعة تأخذ الشكل الخاص "CRRA" كالآتي:

$$U_t\left(c_{1t}, c_{2t+1}\right) = \frac{c_{1t}^{1-\theta} - 1}{1-\theta} + \left(1+\rho\right)^{-1} \frac{c_{2t+1}^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \qquad (6.\ 24)$$

حيث $\theta \succ 0$ و$\rho \succ -1$. نفترض تكنولوجيا إنتاج من نوع Cobb- Douglas:

$$f\left(k_t\right) = k_t^{\alpha}$$

يتم الحصول على شرط أمثلية الاستهلاك من الدرجة الأولى وفق المعادلة (24. 6) بطريقتين:

3.1. الطريقة الأولى

لأننا نتعامل مع نموذج Diamond في الزمن المنفصل، يكون اشتقاق معادلة Euler للاستهلاك أكثر سهولة مقارنة بنموذج RCK. ننظر لفرد ما يُخفض حجم استهلاكه في الفترة الأولى $\left(c_{1t}\right)$بكمية صغيرة(لتكن Δc)ثم يستخدم الادخار الإضافي ودخل رأس المال (العائد على الادخار) لرفع $\left(c_{2t+1}\right)$بمقدار $\left(1+r_{t+1}\right)\Delta c$. هذا التغير لا يُؤثر على القيمة الحالية لتيار استهلاك الفرد في حياته (كما سنرى لاحقا)، وإذا سعى الفرد نحو الأمثلية فإن تكاليف وفوائد منفعة هذا التغير لابد أن تتساوى:

إذا كانت التكلفة أكبر من الفائدة سيرفع الفرد منفعته الزمنية بإجراء هذا التغيير؛ أما إذا كانت التكلفة أقل من الفائدة سيرفع الفرد منفعته بإجراء التغيير العكسي.

المنفعة الحدية لـ $\left(c_{1t}\right)$ و $\left(c_{2t+1}\right)$ هي $\left(c_{1t}^{-\theta}\right)$ و $\left(1+\rho\right)^{-1}\left(c_{2t+1}\right)^{-\theta}$ على الترتيب، وعليه إذا $\Delta c \to 0$ فإن تكلفة المنفعة للتغير تقترب نحو $\Delta c\left(c_{1t}^{-\theta}\right)$، في حين تقترب فائدة المنفعة نحو قيمة $\Delta c\left(1+r_{t+1}\right)\left(c_{2t+1}\right)^{-\theta}\left(1+\rho\right)^{-1}$. كما تم وصفه سابقا، هناك تعادل عندما يسعى الفرد نحو الأمثلية التي تتطلب تحقق الشرط التالي:

$$\left(c_{1t}^{-\theta}\right)\Delta c = \left(1+\rho\right)^{-1}\left(c_{2t+1}\right)^{-\theta}\left(1+r_{t+1}\right)\Delta c$$

بضرب طرفي المعادلة بـ $\left(c_{2t+1}\right)^{\theta}$ نجد:

$$\left(\frac{c_{2t+1}}{c_{1t}}\right)^{\theta} = \frac{\left(1+r_{t+1}\right)}{\left(1+\rho\right)}$$

أو:

$$\frac{c_{2t+1}}{c_{1t}} = \left(\frac{\left(1+r_{t+1}\right)}{\left(1+\rho\right)}\right)^{1/\theta}$$

مرة أخرى، تُمثل هذه الصيغة معادلة Euler للاستهلاك في الزمن المنفصل وفق دالة المنفعة CRRA. هذه المعادلة شبيهة بقاعدة Keynes-Ramsey في نموذج RCK والمعادلة (6 .6) في نموذج Diamond العام والتي تعني أن سلوك استهلاك الفرد نحو الزيادة، النقصان أو الثبات يعتمد على ما إذا كان معدل الفائدة أكبر، أصغر أو يُساوي معدل التفضيل الزمني. مرة أخرى، تُحدد (θ) مقدار تغير استهلاك الفرد استجابة للاختلافات بين (r) و (ρ).

3.2. الطريقة الثانية

لحل مشكلة التعظيم نتبع طريقة Lagrangian التالية:

$$\mathrm{L}=\frac{c_{1t}^{1-\theta}-1}{1-\theta}+(1+\rho)^{-1}\frac{c_{2t+1}^{1-\theta}-1}{1-\theta}+\lambda\left[w_t-\left(c_{1t}+\frac{1}{(1+r_{t+1})}c_{2t+1}\right)\right]$$

شروط التعظيم من الدرجة الأولى لـ(c_{1t}) و (c_{2t+1}) هي:

$$\left(c_{1t}^{-\theta}\right)=\lambda$$

$$(1+\rho)^{-1}(c_{2t+1})^{-\theta}=(1+r_{t+1})^{-1}\lambda$$

باستبدال (λ) المعادلة الأولى في الثانية نحصل على:

$$(1+\rho)^{-1}(c_{2t+1})^{-\theta}=(1+r_{t+1})^{-1}(c_{1t})^{-\theta}$$

وعليه، نجد:

$$\frac{c_{2t+1}}{c_{1t}}=\left(\frac{(1+r_{t+1})}{(1+\rho)}\right)^{1/\theta}$$

التي تصف بالاضافة لقيد الميزانية (المعادلة (5 .6)) سلوك تعظيم المنفعة. يتم التعبير عن معادلة Euler بدلالة الادخار بالشكل:

$$(s_t)^{-\theta}(1+r_{t+1})^{1-\theta}=(1+\rho)(w_t-s_t)^{-\theta}$$

والتي تُعطينا معادلة معدل الادخار التالية:

$$s_t=\frac{w_t}{\psi_{t+1}} \qquad (6.\ 25)$$

حيث $\psi_{t+1} = \left[1+(1+\rho)^{1/\theta}(1+r_{t+1})^{-(1-\theta)/\theta}\right] \succ 1$ تضمن أن الادخار يكون دائما أقل من الدخل. يتم إظهار تبعية معدل الادخار لأسعار عوامل الإنتاج بدلالة المشتقات التالية:

$$s_w \equiv \frac{\partial s_t}{\partial w_t} = \frac{1}{\psi_{t+1}} \in (0,1)$$

$$s_r \equiv \frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} = \left(\frac{1-\theta}{\theta}\right)\left[\frac{(1+\rho)}{(1+r_{t+1})}\right]^{1/\theta} \frac{s_t}{\psi_{t+1}}$$

لاحظ أن $0 \prec s_w \prec 1$ و $s_r \prec 0$ إذا كان $\theta \succ 1$ ؛ $s_r \succ 0$ إذا كان $\theta \prec 1$ ؛ و $s_r = 0$ إذا كان $\theta = 1$ والتي تُؤكد التحليل السابق لإشارة المعادلتين السابقتين (6.9) و (6.10).

من المعادلة (6.21) لدينا:

$$k_{t+1} = \frac{s_t}{(1+n)} = \frac{w_t}{(1+n)\psi_{t+1}} \tag{6.26}$$

وبأكثر تفصيل:

$$k_{t+1} = \frac{f(k_t) - k_t f'(k_t)}{(1+n)\left[1+(1+\rho)^{1/\theta}(1+r_{t+1})^{-(1-\theta)/\theta}\right]}$$

يُعطى نصيب الفرد من رأس المال في الحالة المستقرة:

$$k^* = \frac{f(k^*) - k^* f'(k^*)}{(1+n)\left[1+(1+\rho)^{1/\theta}(1+r_{t+1})^{-(1-\theta)/\theta}\right]}$$

باستخدام دالة إنتاج Cobb-Douglas، يُعطى نصيب الفرد من رأس المال في الحالة المستقرة:

$$(1+n)\left[1+(1+\rho)^{1/\theta}\left(1+\alpha\left(k^*\right)^{\alpha-1}-\delta\right)^{-(1-\theta)/\theta}\right] = (1-\alpha)\left(k^*\right)^{\alpha-1} \quad (6.27)$$

مع العلم أن $f\left(k^*\right)-k^* f'\left(k^*\right)=(1-\alpha)\left(k^*\right)^{\alpha-1}$. للتبسيط، إذا افترضنا قيمة $\left(z^*\right)$ أنها الناتج المتوسط لرأس المال في الحالة المستقرة $\left(z^*=\left(k^*\right)^{\alpha-1}\right)$، يُمكن إعادة كتابة المعادلة (27 .6) وفق التالي:

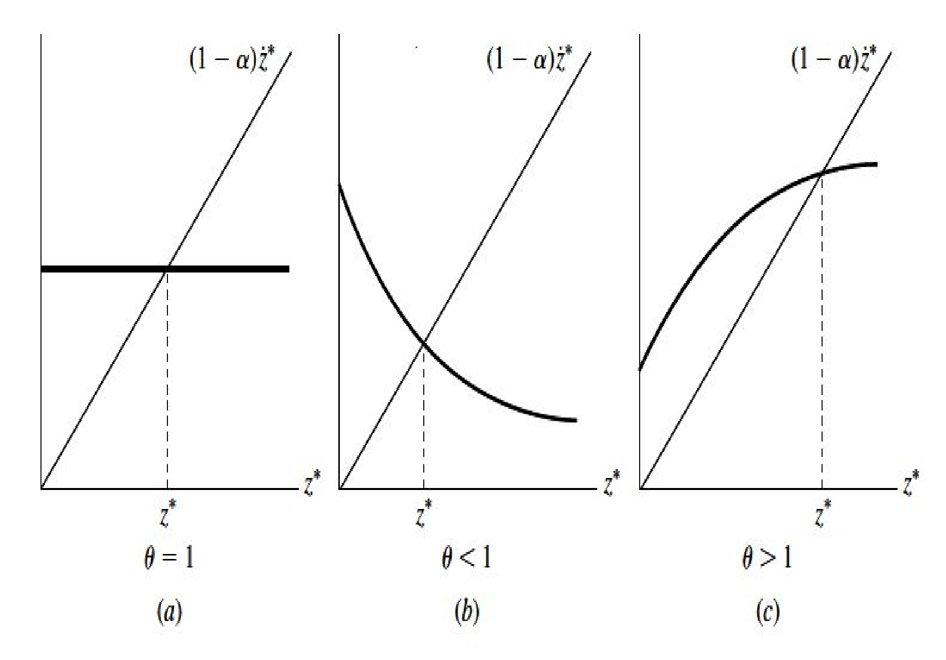
$$(1+n)\left[1+(1+\rho)^{1/\theta}\left(1+\left(z^*\right)-\delta\right)^{-(1-\theta)/\theta}\right] = (1-\alpha)\left(z^*\right) \quad (6.28)$$

تتحدد الحالة المستقرة لـ$\left(z^*\right)$و ($\left(k^*\right)$) وفق المعادلة (28 .6) التي تضمن حلا وحيدا وفقط. لإثبات ذلك، يتم تحديد $\left(z^*\right)$ هندسيا في الشكل (3 .6): يُرسم طرفي المعادلة (28 .6) كدوال تابعة لـ$\left(z^*\right)$، حيث يُمثل الجانب الأيمن من المعادلة خطا مستقيما يمر عبر نقطة الأصل بميل مُساو $(1-\alpha)$، أما شكل منحنى الجانب الأيسر يعتمد على ما إذا كان (θ) أكبر، أصغر أو يساوي الواحد. يتم إظهار هذه الحالات وفق البيانات الثلاثة في الشكل (3 .6):

- إذا كان $\theta=1$ يُصبح الجانب الأيسر للمعادلة (6 .28) خطا أفقيا عند $(1+n)(2+\rho)\succ 0$ كما يُظهره البيان (a) في الشكل. هذا الخط يقطع خط $z^*(1-\alpha)$ عند قيمة موجبة (z^*) معطاة وفق $(1-\alpha)/(1+n)(2+\rho)$، ويُوجد هناك مخزون رأس المال (k^*) وحيد وفقط في الحالة المستقرة وفق المعادلة التالية:

$$k^*=\left(z^*\right)^{\alpha-1}=\left(\frac{(1-\alpha)}{(1+n)(2+\rho)}\right)^{1/(1-\alpha)} \tag{6. 29}$$

- البيان (b) في الشكل يعني أن $\theta\prec 1$. يُصبح الجانب الأيسر من المعادلة (6 .28) دالة عكسية لـ(z^*) ذات قاطع موجب (مع المحور العمودي) ويقترب نحو $(1+n)$ مع اقتراب (z^*) إلى ما لانهاية. يتقاطع هذا المنحنى مع خط $z^*(1-\alpha)$ عند قيمة (z^*) وحيدة وموجبة، ويُوجد هناك قيمة مخزون رأس مال (k^*) وحيدة وفقط في الحالة المستقرة.
- يُظهر البيان (c) إذا كان $\theta\succ 1$ فإن الجانب الأيسر من المعادلة (6 .28) هو دالة متزايدة في (z^*) ذات قاطع موجب وميل متناقص يقترب نحو الصفر مع اقتراب (z^*) نحو ما لانهاية. يقودنا تقاطع هذا المنحنى مع خط (z^*) لقيمة موجبة ووحيدة.



الشكل (3. 6). محددات الحالة المستقرة في نموذج Diamond.

يضمن نموذج الأجيال المتداخلة (بأسر تعيش فترتين زمنيتين بدالة إنتاج Cobb- Douglas ودالة منفعة CRRA) وجود توازن حالة مستقرة وحيدة مع نصيب العامل من رأس المال (k^*) مُعطى وفق (27. 6) ومن أجل $\theta \succ 0$، ويكون هذا التوازن للحالة المستقرة ثابتا من أجل $(k(0) \succ 0)$.

4. الديناميكية الانتقالية

لإظهار السلوك الديناميكي لاقتصاد نموذج Diamond (بشكل أكثر وضوحا) نحو قيمة حالة مستقرة وحيدة وفقط على المدى الطويل نحتاج دالة منفعة محددة بشكل خاص. لأسباب عديدة، تستخدم تطبيقات نموذج الأجيال المتداخلة دالة منفعة خاصة تُعرف بـ "دالة المنفعة ذات التفضيلات اللوغاريتمية" (أو عندما يتحقق $(\theta=1)$ في دالة المنفعة CRRA).[11] وتُعد التفضيلات اللوغاريتمية مُقيدة بشكل خاص لأنها تضمن إلغاءا تاما لتأثيرات الإحلال والدخل (تأثيرات حيادية كما رأينا سابقا) لكي لا تُحدث تغيرات سعر الفائدة (وكذا تغيرات نصيب الفرد من رأس المال في الاقتصاد) أي تأثير على معدل الادخار. تجعل هذه الاستقلالية هيكل توازن

---

[11] - إذا اتجه $\theta \to 1$ وفق قاعدة L'Hopital-Bernoulli يتم استبدال دالة المنفعة CRRA بالشكل $u(c)=\log(c)$. تنص قاعدة L'Hopital-Bernoulli إذا كان لدينا دوال مستمرة $f(x)$ و $g(x)$ عند $x=c$ ، و اتجهت $f(x)$ و $g(x)$ نحو الصفر عندما $x \to c$ فإن:

$$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to c}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$ ،

إذا كانت $\lim_{\theta\to 1}\frac{c^{1-\theta}-1}{\theta-1}\to 0$ بتطبيق القاعدة نحصل على:

$$\lim_{\theta\to 1}\frac{c^{1-\theta}-1}{\theta-1}=\lim_{\theta\to 1}\frac{\ell^{\log\left(c^{1-\theta}\right)}-1}{\theta-1}=\lim_{\theta\to 1}\frac{\ell^{(1-\theta)\log(c)}-1}{\theta-1}$$

$$=\lim_{\theta\to 1}\frac{\ell^{(1-\theta)\log(c)}.\left[-\log(c)\right]}{-1}=\log(c)$$

نموذج Diamond مطابقا جوهريا لنموذج Solow-Swan، أو بعبارة أخرى يُعتبر توازن اقتصاد Solow-Swan حالة خاصة من اقتصاد Diamond.

نفترض دالة منفعة فرد من جيل (t) تأخذ الشكل التالي:

$$U_t\left(c_{1t}, c_{2t+1}\right) = \log c_{1t} + \left(1+\rho\right)^{-1} \log c_{2t+1} \quad (6.30)$$

حيث $\rho \succ -1$. مع دالة إنتاج $f\left(k\right) = k^{\alpha}$ ، تُصبح معادلة Euler للاستهلاك:

$$\frac{c_{2t+1}}{c_{1t}} = \frac{\left(1+r_{t+1}\right)}{\left(1+\rho\right)}$$

ما يعني أن معدل الادخار يستوفي:

$$s_t = \frac{w_t}{\left(2+\rho\right)} \quad (6.31)$$

والذي يُظهر معدل الادخار ثابتا ومُساويا $1/\left(2+\rho\right)$ من دخل عمل كل فرد (هذا معدل الادخار الثابت يجعل النموذج مشابها جدا لنموذج Solow-Swan).

بدمج المعادلة (6 .31) مع معادلة تراكم رأس المال (6 .22) وبافتراض تكنولوجيا إنتاج Cobb-Douglas نجد:

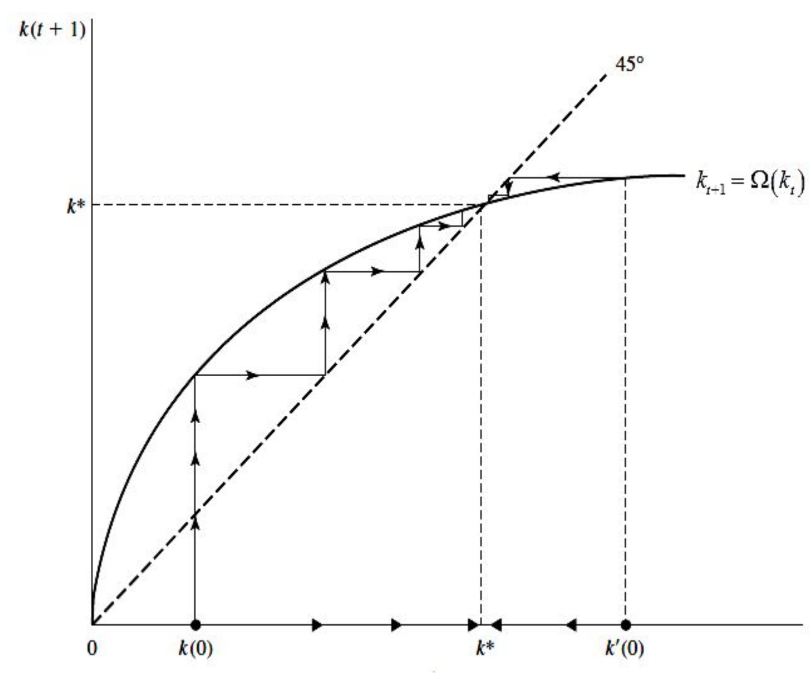
$$k_{t+1} = \frac{\left(1-\alpha\right)k_t^{\alpha}}{\left(1+n\right)\left(2+\rho\right)} = \Omega\left(k_t\right) \quad (6.32)$$

حيث $w_t = \left(1-\alpha\right)k_t^{\alpha}$. أصبح الآن سهلا إثبات وجود حالة مستقرة وحيدة فقط لنصيب الفرد من رأس المال($k_{t+1} = k_t = k^*$)(أنظر المعادلة (6 .29)):

$$k^* = \left(\frac{(1-\alpha)}{(1+n)(2+\rho)} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

في هذه الحالة، يُعطى نصيب الفرد من رأس المال في الحالة المستقرة كدالة متزايدة في جزء الدخل المُدخر ($1/(2+\rho)$)ومتناقصة في النمو السكاني (n) تماما كنموذج Solow-Swan.

بدءا من أي قيمة $(k(0) \succ 0)$ تُصبح ديناميكية التوازن في هذا النموذج مشابهة تماما لنظيرتها في نموذج Solow-Swan ويحدث تقارب رتيب نحو قيمة حالة مستقرة وحيدة. يتم إظهار هذا السلوك وفق الشكل (4. 6) بدلالة العلاقة بين (k_{t+1}) و (k_t) التي تأخذ شكل "الدالة $\Omega(k_t)$": ميل هذه الدالة لا نهائي عندما $k_t \to 0$ ويتناقص نحو الصفر كلما اقترب k_t نحو ما لانهاية. يقطع منحنى الدالة $\Omega(k_t)$ خط 45 درجة عند النقطة التي يتساوى فيها k_t مع k_{t+1} (عند قيمة الحالة المستقرة (k^*))، في هذه الحالة يقترب مخزون رأس المال بشكل رتيب نحو قيمة حالة مستقرة وحيدة و فقط مع تطور الاقتصاد. بعبارة أخرى، توازن الحالة المستقرة ثابت والسبب في ذلك أن منحنى $\Omega(k_t)$ ذو ميل موجب متناقص ويقطع الخط الثابت 45 درجة في نقطة واحدة.



الشكل (4. 6). الديناميكية التوازنية في نموذج Diamond.

تُشبه هذه الديناميكية التوازنية لنموذج Diamond نظيره نموذج Solow-Swan كما يُظهره الشكل: إذا انطلق الاقتصاد من مستوى أولي لنصيب الفرد من رأس المال $\left(k(0) \prec k^*\right)$ فإن اقتصاد Diamond يحدث فيه تراكم مستقر لرأس المال يقترب نحو $\left(k^*\right)$، أما إذا انطلق الاقتصاد من مستوى أولي $\left(k'(0) \succ k^*\right)$ سيضمن التوازن مستويات منخفضة لنصيب الفرد من رأس المال إلى أن يقترب نحو حالته المستقرة. بشكل عام، يتميز توازن الحالة المستقرة بالثبات لأنه من أي موضع ينطلق منه (k) سيقترب نحو $\left(k^*\right)$.

لكن الأهم كما رأينا في نموذج Solow-Swan ونموذج RCK، لا يُجيب نموذج Diamond عن السؤال الرئيسي ما هو مصدر النمو طويل المدى؟ لاحظ أن الافتراضات الخاصة بمعدل الادخار في نموذج Diamond لا تُؤثر على نتائج تحليلنا لوضعية الحالة المستقرة (معدلات النمو عند وضعية توازن الاقتصاد على المدى الطويل) لأنها تعتمد حصريا على معدل التقدم التكنولوجي، والسبب في ذلك أن افتراض عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال (شروط Inada) يعني ضمنيا أن الناتج الحدي لرأس المال يقترب نحو الصفر كلما أصبح (k_t) كبيرا ما يجعل $(k_{t+1} \leq k_t)$ دائما. تُشير هذه الحقيقة لعدم امكانية تحقيق نمو غير محدود لرأس المال (k_t)، وعليه مرة أخرى يُعتبر نمو كفاءة العمل المصدر الوحيد المحتمل للنمو على المدى الطويل لنصيب الفرد من الناتج والذي لا يتعامل معه هذا النموذج.

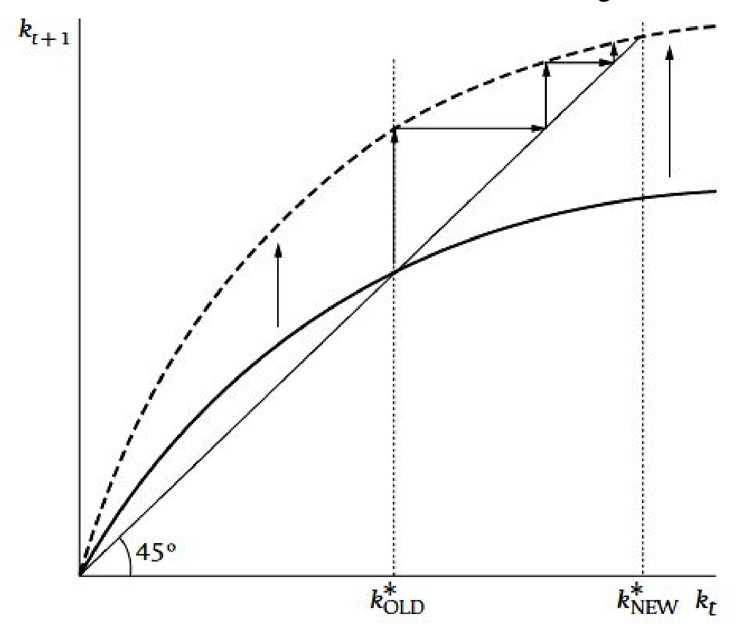
4.1.تغير المعلمات الهيكلية

تخبرنا المعادلة (29. 6) كيف تُؤثر المعلمات الهيكلية (α, n, ρ) على مستوى نصيب الفرد من رأس المال والناتج في الحالة المستقرة.[12] إذا أردنا بلوغ هذه القيمة، علينا اختيار قيم لهذه المعلمات والحصول على التوقعات الكمية حول تأثيرات المدى الطويل لتطور الاقتصاد.

---

[12] - بما أن $y = k^{\alpha}$ فإن: $y^* = \left[(1-\alpha)/(1+n)(2+\rho)\right]^{\alpha/(1-\alpha)}$ تُمثل مستوى نصيب الفرد من الناتج في الحالة المستقرة.

لرؤية مدى استجابة الاقتصاد للصدمات (الهيكلية)، نفترض أن معدل التفضيل الزمني (ρ) ينخفض عندما ينطلق الاقتصاد من مساره التوازني في الحالة المستقرة، في هذه الحالة يتسبب انخفاض معدل التفضيل الزمني في قيام الشاب بادخار جزء أكبر من دخله المتحصل عليه من العمل ويتحول منحنى (k_{t+1}) نحو الأعلى كما يُظهره الشكل (5. 6).



الشكل (5. 6). تأثيرات خفض معدل التفضيل الزمني.

هذا التحول لمنحنى (k_{t+1}) يرفع قيمة (k^*) (قيمة (k) في الحالة المستقرة). كما هو مُوضح في الشكل، يرتفع (k) بشكل رتيب من القيمة القديمة (k^*_{OLD}) نحو الجديدة، لذا يبدو تأثير خفض معدل التفضيل الزمني في نموذج **Diamond** في هذه الحالة

مشابها تماما لتأثيره في نموذج RCK وتأثير رفع معدل الادخار في نموذج Solow-Swan.

يعمل تغير المعلمات الهيكلية على تغيير مسارات الحالة المستقرة لمستوى نصيب الفرد من رأس المال (ونصيب الفرد من الناتج والاستهلاك عبر الزمن)، لكنه يُؤدي فقط لزيادة مؤقتة في معدلات نمو هذه المتغيرات.

4.2. سرعة التقارب

مرة أخرى، نهتم بالتقدير الكمي والآثار الكمية لنموذج Diamond. في هذه الحالة، نُحاول إيجاد سرعة اقتراب الاقتصاد نحو حالته المستقرة باستخدام توسيع Taylor للتقريب الخطي حول مسار الحالة المستقرة: نقوم باستبدال معادلة حركية (k)(المعادلة (6 .32) بالتقريب الخطي من الدرجة الأولى عند$(k=k^*)$. عندما يُصبح $(k_t=k^*)$ فإن $(k_{t+1}=k^*)$، وعليه:

$$k_{t+1} \simeq k^* + \left(\left. \frac{dk_{t+1}}{dk_t} \right|_{k=k^*} \right) \left(k_t - k^* \right) \tag{6. 33}$$

ليكن (β) يُساوي $\frac{dk_{t+1}}{dk_t}$ عند $(k=k^*)$، وعليه يُمكن كتابة المعادلة (6 .33):

$$k_{t+1} - k^* = \beta \left(k_t - k^* \right)$$

ما يعني أن:

$$\left(k_t - k^* \right) = \beta \left(k_0 - k^* \right) \tag{6. 34}$$

حيث (k_0) هي القيمة الأولية لـ (k).

يتم تحديد سرعة التقارب نحو الحالة المستقرة وفق (β): بالعودة للمعادلة (6.32) نجد:

$$
\begin{aligned}
\beta = \left.\frac{dk_{t+1}}{dk_t}\right|_{k=k^*} &= \frac{\alpha(1-\alpha)\left(k^*\right)^{\alpha-1}}{(1+n)(2+\rho)} \\
&= \frac{\alpha(1-\alpha)}{(1+n)(2+\rho)}\left[\frac{\alpha(1-\alpha)}{(1+n)(2+\rho)}\right]^{(\alpha-1)/(1-\alpha)} \qquad (6.\ 35)\\
&= \alpha
\end{aligned}
$$

سرعة التقارب (β) هي ببساطة حصة رأس المال في الناتج (α)، وطالما أن $(0 \prec \alpha \prec 1)$ يعني التحليل ضمنيا اقتراب (k) بسلاسة نحو (k^*). على سبيل المثال، إذا كان $(\alpha = 1/3)$ سيتحرك (k) ثلاثة أرباع المسافة نحو (k^*) كل فترة (كل فترة ترمز لنصف حياة الفرد). إذن، يختلف معدل التقارب في نموذج Diamond عن نموذج Solow-Swan ونموذج RCK، والسبب أنه رغم ثبات معدل ادخار الشاب كجزء من الدخل(في حالة $\theta = 1$) إلا أن عدم ادخار كبير السن ليس جزءا ثابتا من الدخل: يُعطى عدم ادخار البالغ كجزء من الناتج $K_t / F(K_t, L_t)$ أو $k_t / f(k_t)$ (يحمل رأس المال خاصية عوائد الحجم المتناقصة) هذا يعني أن هذه النسبة متزايدة في (k). ولأن هذه القيمة تُدرج بإشارة سالبة في الادخار (أنظر المعادلة (18. 6))، فإن الادخار الكلي هو دالة متناقصة في (k) ويقع الادخار الكلي كجزء من الناتج فوق

قيمته في الحالة المستقرة عندما يكون $\left(k \prec k^{*}\right)$ وتحته عندما يكون $\left(k \succ k^{*}\right)$، وعليه التقارب أكثر سرعة في نموذج Diamond منه في نموذج Solow-Swan.

5. القاعدة الذهبية واللاكفاءة الديناميكية

الآن نعد للحالة العامة لمشكل الأمثلية ومقارنة التوازن التنافسي لاقتصاد الأجيال المتداخلة بخيار المخطط الاجتماعي الراغب في تعظيم المتوسط المرجح لدوال منفعة كل الأجيال. نفترض أن المخطط الاجتماعي يسعى لحل مشكلة التعظيم التالية:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \xi_t U_t\left(c_{1t}, c_{2t+1}\right)$$

حيث $\left(\xi_t\right)$ هو وزن يضعه المخطط الاجتماعي على منفعة الجيل (t) (مع افتراض $\sum_{0}^{\infty} \xi_t \prec \infty$ لكي يتم التعامل مع مشكلة المخطط بشكل جيد).

باستبدال المعادلة (6.1) في هذه الصيغة، تُصبح مشكلة التعظيم للمخطط:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \xi_t \left(u\left(c_{1t}\right) + \left(1+\rho\right)^{-1} u\left(c_{2t+1}\right)\right)$$

تخضع لقيد ميزانية المورد:

$$K_{t+1} - K_t = F\left(K_t, L_t\right) - C_t - \delta K_t$$

قيد المورد في الاقتصاد بدلالة نصيب الفرد (قسمة طرفي المعادلة على L_t):

$$f\left(k_t\right) = \left(1+n\right)k_{t+1} - \left(1-\delta\right)k_t + c_{1t} + \frac{c_{2t}}{\left(1+n\right)}$$

يقوم المخطط الاجتماعي بحل مشكلة التعظيم باستخدام شرط الدرجة الأولى:

$$u'\left(c_{1t}\right)=\left(1+\rho\right)^{-1}u'\left(c_{2t+1}\right)\left(1+f'\left(k_{t+1}\right)-\delta\right)$$

حيث $\left(1+f'\left(k_{t+1}\right)-\delta\right)=\left(1+r_{t+1}\right)$. هذه المعادلة مشابهة للمعادلة (6. 6) وهي نتيجة ليست مفاجئة: لأن المخطط الاجتماعي يُفضل تخصيص استهلاك الفرد بنفس الطريقة التي يقوم بها الفرد نفسه على افتراض عدم وجود مظاهر "فشل السوق" في تخصيص الاستهلاك عبر الزمن لفرد ما عند أسعار السوق المطبقة، لكن تخصيص المخطط الاجتماعي للموارد عبر الأجيال يختلف عن التوازن التنافسي من ناحية أن المخطط الاجتماعي يمنح أوزانا مختلفة لأجيال مختلفة. ما يهم ليس الكشف عن تناقض طريقة تخصيص المخطط الاجتماعي لمجموعة معينة من الأوزان مقارنة بالتوازن التنافسي، بل مسألة ما إذا كان التوازن التنافسي يُحقق "أمثلية Pareto" أم لا.

في الحقيقة، التوازن التنافسي ليس في العموم من نوع "أمثلية Pareto": نفترض نصيب الفرد من رأس المال في الحالة المستقرة $\left(k^{*}\right)$وفق المعادلة (23. 6) أكبر من مستواه في القاعدة الذهبية $\left(k_{Gold}\right)$(تذكر أن $\left(k_{Gold}\right)$يُعظم مستوى الاستهلاك في الحالة المستقرة). على عكس نموذج RCK، لا يُوجد سبب وجيه يفرض وقوع نصيب الفرد من رأس المال في الحالة المستقرة تحت مستوى القاعدة الذهبية $\left(k_{Gold}\right)$في هذا النموذج. عندما يكون $\left(k^{*}\succ k_{Gold}\right)$يُؤدي انخفاض الادخار لزيادة استهلاك كل جيل (زيادة دائمة في الاستهلاك): في الحالة المستقرة لاقتصاد Diamond، لدينا:

$$f\left(k^{*}\right)-\left(\delta+n\right)k^{*}=c_{1}^{*}+\frac{c_{2}^{*}}{\left(1+n\right)}=c^{*}$$

وعليه: $$\frac{\partial c^*}{\partial k^*} = f'\left(k^*\right) - \left(\delta + n\right)$$

يحدث تعظيم $\left(c^*\right)$ عند القيمة $\left(k^* = k_{Gold}\right)$ التي تستوفي الشرط:

$$f'\left(k_{Gold}\right) = \left(\delta + n\right)$$

الآن إذا كان $\left(k^* \succ k_{Gold}\right)$ فإن $\frac{\partial c^*}{\partial k^*} \prec 0$، ما يعني أن خفض الادخار يُؤدي لزيادة إجمالي استهلاك كل فرد: إذا تحققت هذه الحالة سيقع الاقتصاد في منطقة "اللاكفاءة الديناميكية"(التراكم المفرط لرأس المال أو الادخار المفرط).

بالرجوع قليلا للوراء، نذكر أن الادخار المفرط ظهر في نموذج Solow-Swan فقط لأننا نفترض معدل ادخار "اعتباطي"، في حين لا يُمكن أن يحدث هذا الادخار المفرط في نموذج RCK لأن الأسر "الخالدة" تختار الادخار بشكل أمثلي، أما النتيجة المفاجئة في نموذج Diamond هي إمكانية حدوث ادخار مفرط رغم خيار الأسر للادخار بشكل أمثلي: تتحقق هذه الإمكانية لأن الأسر تعيش في أفق نهائي (طول العمر في فترتين زمنيتين) بينما يعيش الاقتصاد للأبد.

من السهل (في ظل الشكل الدالي البسيط للمنفعة و الإنتاج) إظهار أن قيمة الحالة المستقرة $\left(k^*\right)$ قد ينتهي بها المطاف نحو منطقة اللاكفاءة الديناميكية $\left(k^* \succ k_{Gold}\right)$: في حالة دالة المنفعة اللوغاريتمية $\left(\theta = 1\right)$ و تكنولوجيا إنتاج Cobb-Douglas نحصل على قيمة نصيب الفرد من الدخل في الحالة المستقرة (المعادلة (29.6)):

$$k^* = \left(\frac{(1-\alpha)}{(1+n)(2+\rho)} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

في حين يُعطى مستوى القاعدة الذهبية:

$$k_{Gold} = \left(\frac{\alpha}{(\delta+n)} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

يقع نصيب الفرد من رأس المال في الحالة المستقرة فوق قيمة القاعدة الذهبية (وبالتالي يقع الاقتصاد في منطقة اللاكفاءة الديناميكية):

$$\frac{(1-\alpha)}{(1+n)(2+\rho)} \succ \frac{\alpha}{(n+\delta)}$$

يحدث هذا عندما يتحقق الشرط التالي:

$$f'(k^*) - \delta \prec n \Rightarrow r^* \prec n$$

في الحالة المستقرة، يكون معدل الفائدة (r^*) أقل من معدل نمو السكان (n). نذكر في اقتصاد RCK، يعني شرط العرضية (وفق أمثلية الفرد) ضمان استيفاء معدل الفائدة في الحالة المستقرة شرط $(r^* \succ n)$ لذا لا يُمكن تحقق اللاكفاءة الديناميكية في هذا الاقتصاد أبدا، في المقابل تَظهر اللاكفاءة الديناميكية بسبب الشكل الخاص لعدم تجانس الأسر المُدرج في نموذج Diamond والتي تُلغي شرط العرضية النيوكلاسيكي.

في نموذج Diamond، نفترض أن اقتصاد ما ينطلق من حالته المستقرة عند الزمن (T) مع $(k^* \succ k_{Gold})$: نفترض تغير مواليا لهذه الوضعية التي ينخفض فيه مخزون رأس المال الفترة المقبلة بحجم صغير. إذا مكن تغير نصيب الفرد من مخزون

رأس المال في الفترة المقبلة $(-\Delta k)$ أين $\left(0, k^* - k_{Gold}\right) \in \Delta k$ يُمكن الحفاظ على نصيب الفرد من رأس المال عند مستوى $\left(k^* - \Delta k\right)$ فإن تغير مستويات الاستهلاك:

$$\Delta c_T = \left(n+\delta\right)\Delta k \succ 0$$

و $$\Delta c_t = -\left(f'\left(k^* - \Delta k\right) - \left(n+\delta\right)\right)\Delta k \quad (\text{لكل } t \succ T)$$

تعكس الصيغة الأولى الزيادة المباشرة في الاستهلاك نتيجة انخفاض الادخار. وطالما أن $\left(k^* \succ k_{Gold}\right)$ فإن لكل (Δk) صغير بما فيه الكفاية يتحقق:

$$f'\left(k^* - \Delta k\right) - \left(n+\delta\right) \prec 0$$

وعليه $(\Delta c_t \succ 0)$ لكل $(t \succ T)$ والتي تُفسر الصيغة الثانية. يتم تخصيص زيادة الاستهلاك لكل جيل بشكل متساو خلال فترتي الحياة والذي يعني زيادة منفعة كل الأجيال واستفادة كل جيل من هذا التغير. هذا التباين يخلق وضعية "تحسين Pareto" أي كل الأجيال تكون في أفضل حال ويزداد مستوى استهلاك كل الأجيال وهي حالة متناقضة مع وضعية "أمثلية Pareto".

كما يُوضح الاشتقاق السابق، ترتبط لاكفاءة Pareto في التوازن التنافسي ارتباطا وثيقا باللاكفاءة الديناميكية، لكن السؤال الأهم في أي ظروف تحدث اللاكفاءة الديناميكية؟ أو لما توازن اقتصاد Diamond غير كفء؟ تبدو هذه الأسئلة في البداية أكثر تحديا خصوصا أننا نتعامل مع اقتصاد جميع الأسواق فيه تنافسية وليس هناك تأثيرات خارجية وبالتالي غياب مظاهر فشل السوق. في الواقع، كان يُعتقد أن

مصدر اللاكفاءة المحتملة هي "عدم كمالية السوق" والتي تنشأ من واقع أن أفراد الجيل (t) لا يتبادلون مع أفراد الجيل $t+x$ لكل $x \geq 2$. عندما تكون الأسواق غير كاملة، لا يُوجد هناك ضامن أن يُصبح التوازن التنافسي من نوع "أمثلية Pareto" والذي يُمكنه تفسير اللاكفاءة المحتملة لتوازن الأجيال المتداخلة. على وجه خاص، مع أسواق غير كاملة قد تكون للتأثيرات الخارجية المالية (التأثيرات المرتبطة بالأسعار على القرارات التبادلية مع الآخرين حول منفعة الأسرة) عواقب على الرفاهية وقد تتسبب في "لاكفاءة Pareto"، مع ذلك هذا المنطق ليس صحيحا.

لإظهار هذه المغالطة، يفترض نموذج Diamond أن أفراد جيل (t) يُواجهون أجورا محددة بقرارات رأس مال جيل $(t-1)$، وبالمثل يتحصل فرد من جيل $(t-1)$ على معدل عائد من ادخاره محددا بقرارات ادخار الآخرين من الجيل $(t-1)$. نتيجة لذلك، تخلق قرارات الادخار كل جيل تأثيرات خارجية مالية على العمال وحاملي رأس المال في الفترة المقبلة، وترتبط هذه التأثيرات الخارجية بمصدر اللاكفاءة الديناميكية في نموذج Diamond وليس لأن الأسواق غير كاملة.

تُوجد هناك دائما تأثيرات خارجية مالية لكنها في الاقتصاديات التنافسية هي في العادة من الدرجة الثانية وليس لها تأثيرات كبيرة على الرفاهية. بشكل بديهي، لا يتم إلغاء التأثيرات الخارجية المالية عندما يُوجد هناك تيار لانهائي من الأعوان المولودين حديثا في الاقتصاد، ومن الممكن إعادة قرارات التراكم وخطط الاستهلاك بالطريقة

التي يتم فيها استغلال هذه التأثيرات الخارجية (بطريقة مماثلة لخلق تحسين Pareto في التوازن التنافسي في الاقتصاد).

سبب آخر لنشوء اللاكفاءة الديناميكية يتمثل في افراط تراكم رأس المال والذي بدوره يحدث نتيجة حاجة جيل الشاب الحالي للادخار مستقبلا (عندما يكون كبير السن)، مع ذلك كلما زاد الادخار انخفض معدل العائد على رأس المال وهذا يُشجع المزيد من الادخار. مرة أخرى، تأثير مدخرات الجيل الحالي على المعدل المستقبلي للعائد على رأس المال يُمثل تأثيرات خارجية مالية لا تقودنا لتخصيص Pareto الأمثلي. تُشير هذه الفكرة أيضا أنه إذا توفرت طرق بديلة لتوفير الاستهلاك للأفراد في سن الشيخوخة، ربما يتم حل مشكلة الإفراط في التراكم أو على الأقل يتم تحسينها.

6. حدود نموذج Diamond

كما رأينا، يُقدم نموذج Diamond إجابات جزئية حول الأسئلة الأساسية المتعلقة بمسألة النمو الاقتصادي، وباستخدام أشكال خاصة لدوال المنفعة والإنتاج يُمكن لنموذج الأجيال المتداخلة أن يُفسر النمو على المدى القصير وكذا فروق معدلات النمو ومستويات الدخل بين البلدان الغنية والفقيرة. أضف إلى ذلك، يستطيع الإطار العام للنموذج أن يُقدم إجابات أفضل حول الأسئلة المتعلقة بالتوازنات المتعددة للحالة المستقرة للاقتصاد على المدى الطويل.

من نواحي عديدة، تختلف الاستنتاجات التي تحصلنا عليها وفق نموذج الأجيال المتداخلة لـ Diamond عن تلك المتحصل عليها من نموذج العون النموذجي لـ RCK في الفصل السابق. في نموذج Diamond، تتشكل الكميات الكلية نتيجة لتفاعل الأعوان الاقتصاديين محدودي العمر في مراحل مختلفة من دورة حياتهم: وجود حركة دوران السكان (أفراد جدد يُولدون باستمرار وأفراد قدامى يموتون باستمرار) تلعب دورا حاسما في إظهار التفاعلات الجديدة في الاقتصاد وبهذه الطريقة يُظهر نموذج الأجيال المتداخلة إمكانية ظهور "مظاهر فشل السوق" كالتأثيرات الخارجية على نطاق واسع، في المقابل يَعتبر نموذج RCK الكميات الكلية مجرد "مُضاعف" للأنشطة التي تقوم بها الأسرة النموذجية.

فيما يخص الآثار التحليلية، يُمَكننا التعقيد الذي ينطوي عليه وجود أجيال مختلفة تتعايش في كل حقبة زمنية من تمثيل الأفق الزمني المحدود للأُسر في الاقتصاد بديناميكية ذو بُعد واحد: أصبحنا نتعامل الآن فقط مع معادلة فرق الدرجة الأولى لقانون حركية الاقتصاد (تطور مخزون نصيب الفرد من رأس المال) مقارنة بديناميكية نموذج RCK ثنائي البعد (بسبب الأفق اللانهائي الذي يفترض وجود سلسلة مترابطة من الأسر).

يُقدم نموذج الأجيال المتداخلة رؤية نظرية بشأن الآثار الكلية لسلوك دورة الحياة ويسمح بعدم التجانس، ويُوفر منظورا قريبا من الواقع يسمح برؤية الاقتصاد كمجموعة غير متجانسة من السكان حيث يُصبح توزيع خصائص العون الاقتصادي أمرا مهما بالنسبة للنتيجة الإجمالية. لكن في المقابل، هذا التعقيد الذي يتصف به نموذج Diamond هي إحدى نقاط ضعفه أيضا لأنه يصعب تطبيقه في الدراسات التجريبية، لهذا السبب تلجأ الكثير من الأعمال التجريبية في نظرية التوازن العام التطبيقي لنموذج العون النموذجي بدلا من هذا النموذج.

نقطة ضعف أخرى تتمثل في هيكل المرحلتين لنموذج Diamond الذي لا يستطيع التعامل بشكل كاف مع عدد من القضايا كالتعليم والتبديد في السنوات الأولى من الحياة (هذا النوع من القضايا يتم التعامل معها في نموذج Diamond ذو ثلاث مراحل).

أخيرا، رغم أن نموذج Diamond يُوفر أطرا مهمة لدراسة الديناميكيات الانتقالية، إلا أنه غير مفيد في فهم مصادر نمو الدخل الفردي على المدى الطويل. صحيح أن هذا النموذج زودنا بأدوات جديدة ووجهات نظر مختلفة لتحليل تراكم رأس المال، الادخار الكلي والنمو الاقتصادي إلا أنه لا يُقدم بشكل مباشر إجابات جديدة على أسئلة لماذا تنمو البلدان ولماذا تكون بعض البلدان أكثر فقراً من غيرها، لكنه رغم ذلك سيُكون مفيدا في تطوير هذه الإجابات في الفصول اللاحقة.

الفصل السابع

التوزيع والنمو: نماذج Kaldor-Pasinetti

في الفصول السابقة، تم تقديم نموذج كينزي واحد للنمو الاقتصادي (نموذج Harrod-Domar) وثلاث نماذج نيوكلاسيكية (نموذج Solow-Swan، نموذج RCK ونموذجDiamond). إحدى الفروق الرئيسية بين النماذج الكينزية والنيوكلاسيكية يتمثل في إدراج النماذج الكينزية لعوامل تكميلية في دالة الإنتاج مقارنة بدوال إنتاج نيوكلاسيكية تحمل خاصية عوائد الحجم المتناقصة. مع ذلك، تشترك نماذج Harrod-Domar وSolow-Swan في فرضية ثبات معدل الادخار والمحدد خارج النموذج، على عكس نماذج RCK وDiamond التي تسعى نحو أمثلية الاستهلاك الزمني للأفراد من أجل إيجاد معدل ادخار مُحدد داخليا.

تبعا للأسس النظرية لنموذج Harrod-Domar، يتم في هذا الفصل تقديم نماذج نيوكينزية للنمو والتوزيع مُطورة من قبل Nicholas Kaldor و Luigi Pasinetti استطاعت إدراج تغير التوزيع الوظيفي للدخل بين الأرباح والأجور لتفسير كيفية تعديل معدل النمو المضمون حتى يبلغ معدل النمو الطبيعي (المعدل

الذي تنمو به القوى العاملة الفعلية) ما يسمح بإمكانية حدوث مسار النمو في ظل التوظيف الكامل للقوى العاملة.

كان الغرض الرئيسي لنظرية التوزيع والنمو الكينزية هو توسيع مبدأ **Keynes** حول "الطلب الفعال" من المدى القصير بمخزون رأس مال ثابت ومُعطى إلى المدى الطويل أين يُصبح مخزون رأس المال متغيرا. هذا يعني أن الطلب الكلي لا يُحدد فقط مستوى الإنتاج والعمالة في المدى القصير فحسب بل أيضا نمو القدرات الإنتاجية واستخداماتها على المدى الطويل. وفق هذه الحجة، يُعتبر الاستثمار القوة الدافعة للنظام، أما الادخار فيُعدل نفسه نحو الاستثمار ليس في المدى القصير فقط بل أيضا على المدى الطويل.[1]

رغم أن الاستثمار لا يزال مُحددا خارجيا تحكمه "الأرواح الحيوانية"(خُطط وتوقعات المستثمرين على أساس معدل الاستفادة من القدرة الإنتاجية المطلوبة) ومستقل عن الادخار، إلا أن معدل الادخار أصبح الآن مُحددا ذاتيا في النموذج. في هذه النماذج، يُعطى معدل الادخار أنه "المُتوسط المُرجح لميل الرأسماليين والعمال اتجاه الادخار" حيث تكون الأوزان مُرجحة بدلالة حصص الأرباح والأجور في الدخل

---

[1] - يُمثل هذا التعديل من الادخار إلى الاستثمار وليس العكس الرسالة الرئيسية (إن لم تكن الجوهرية) لنظرية **Keynes** العامة. في السنة التي أعقبت نشر كتابه، يقول Keynes (1937 :250): **"إن الفكرة المبتدعة للنظرية العامة ترى أن مستوى الدخل وليس معدل الفائدة هو الذي يضمن المساواة بين الادخار والاستثمار"**.

الوطني على الترتيب، ويكون هذا النمط من التوزيع وراء تحديد ميل الادخار في اقتصاد ما والذي يتم تعديله لضمان تحقيق النمو في ظل التوظيف الكامل.

بهذه الطريقة، تم توسيع نموذج Harrod-Domar بتضمين التوزيع الوظيفي للدخل ما يجعلنا نتخلى عن فرضية ثبات الميل الحدي للادخار والحفاظ على ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج. أصبح معدل الادخار الآن يعتمد على توزيع الدخل المتأتي من فئتين مُتمايزتين (الرأسماليون والعمال) لديهم ميول مختلفة اتجاه الادخار، وبشكل عام من المفترض أن يستهلك متلقو الأجور أكثر، لذلك يفترض ميل الادخار لدى الرأسماليين أكبر.

1. نموذج Kaldor

في عمله "نظريات التوزيع البديلة Alternatives Theories of Distribution"، قام Nicholas Kaldor (1955-1956) بمراجعة وانتقاد النظريات الكلاسيكية والنيوكلاسيكية حول مشكلة التوزيع التي يعتبرها David Ricardo من أهم قضايا الاقتصاد السياسي. وفي الوقت الذي يُقر فيه Kaldor غياب نظرية مشتقة من أفكار John Maynard Keynes، إلا أنه قام بتكييف الإطار الفكري الكينزي لتحليل مشاكل التوزيع كنظرية بديلة.

بتوسيع المبدأ الكينزي حول الطلب الفعال من المدى القصير نحو المدى الطويل ومحاولة معالجة عدم الاستقرار في نموذج Harrod-Domar، يرى Kaldor (1955-

1956) إمكانية تحقيق النمو المتوازن في ظل التوظيف الكامل، أي الوصول للعصر الذهبي وفق العلاقة التالية:[2]

$$g_w v_d = gv = g_n v = vn = s$$

يرى Kaldor (591: 1957) أن نموذج النمو والتوزيع يجب أن يكون قادرا على شرح "الثوابت التاريخية" للنمو الاقتصادي في الاقتصاديات الرأسمالية المتقدمة، ويشمل ذلك ثبات حصص الأرباح والأجور في الدخل الوطني وثبات نسبة رأس المال إلى الناتج. يفترض Kaldor تحقق حالة التوظيف الكامل للعمالة لذا يرتبط نموذجنا باقتصاد رأسمالي مُتطور بدرجة كافية تكون الأجور فيه أعلى من مستوى الكفاف، وتنافسي بما فيه الكفاية في نفس الوقت لتوليد طلب ملائم (كاف) لضمان التوظيف الكامل (هذا الافتراض ضروري ليُصبح نموذج Kaldor ملائما لحل مشكلة استقرار نموذج Harrod-Domar كما سنراه لاحقا). لكن يجب علينا أن نُدرك أن هذا الافتراض يُشير لوُجوب تساوي معدل النمو الفعلي بمعدل النمو الطبيعي دائما في اقتصاديات النموذج، لذلك من الممكن مُناقشة انحراف معدل النمو المضمون عن معدل النمو الطبيعي.

---

[2] - يَصوغ Kaldor (1980: xxii) هذه الفكرة على النحو التالي: **"يبدو أن مشكلة التوفيق بين إمكانيتي النمو – معدل تراكم رأس المال "المضمون" ومعدل النمو الطبيعي لعنصر العمل الفعلي (معدل نمو عنصر العمل زائدا معدل نمو الإنتاجية) – هي المشكلة الديناميكية الأساسية".**

مع هذه الافتراضات، أصبح العنصر الكينزي في نموذج Kaldor يتمثل فقط في قبول السببية من الادخار نحو الاستثمار تبعا لـ Keynes (1930) وليس حول فكرة استمرارية التوظيف اللاكامل للنظرية العامة (1936). سنوضح في هذا القسم نظرية Kaldor التوزيعية الكينزية (1955/1956) التي تُنتج تعديلا من الادخار نحو الاستثمار عند التوظيف الكامل للقدرات الإنتاجية، ويتم التعامل مع الاستثمار كمتغير مُحدد بمعدل النمو الطبيعي خارجي التحديد.

من جانب آخر، تُحافظ النماذج النيوكينزية على افتراض ثبات العلاقة بين رأس المال والناتج، مع إدراج التوزيع الوظيفي للدخل إلى نموذج Harrod-Domar. بهذه الطريقة، يتم توزيع الدخل الوطني بين فئتين من الأعوان الاقتصاديين: أولئك الذين يتلقون الأرباح (العوائد على خدمات رأس المال) أو "الرأسماليون" وأولئك الذين يتلقون الأجور (العوائد على خدمات العمل) أو "العمال". تقوم كلا الفئتان بالادخار رغم أن كل لديها ميلها الخاص اتجاه الادخار، لذلك يُصبح ميل الادخار في الاقتصاد مُساويا متوسط مُيول الادخار مُرجحا بحصص الأجور والأرباح إلى الدخل الوطني. في هذه الحالة، يتحدد معدل الادخار في الاقتصاد "ذاتيا" بطريقة توزيع الدخل بين الأجور والأرباح. إضافة إلى ذلك، يفترض نموذج Kaldor أن لدى الرأسماليين ميلا أكبر نحو الادخار مقارنة بالعمال–هنا تجدر الإشارة أن التمييز بين العمال والرأسماليين لا يعتمد إلا على اختلاف نزعتهم اتجاه الادخار وليس على الجوانب المتعلقة بالإنتاج.

1.1.عرض النموذج

يبدأ نموذج Kaldor (1955/1956) بطرح السؤال التالي: كيف يتم تعديل الادخار نحو الاستثمار في ظل شروط الاستخدام الكامل للقدرات الإنتاجية والتوظيف الكامل؟ وفق Kaldor يُمثل تباين العلاقة بين الأسعار والتكاليف والتوزيع الوظيفي للدخل حَلاً لهذه المسألة: إذا أدى تغير الاستثمار والطلب الكلي لرفع الأسعار في سوق السلع بمعدل أسرع من معدل الأجر الإسمي في سوق العمل سيتم إعادة توزيع الدخل بين الأجور والأرباح، شريطة أن يكون ميل الادخار عند الرأسماليين (المشتق من الأرباح) أكبر من ميل الادخار عند العمال (المشتق من الأجور). سيُؤدي إعادة توزيع الدخل لتغيير الادخار الكلي وسيسمح بتعديل الادخار نحو الاستثمار.

قام نموذج Kaldor (1955/1956) بإضافة التوزيع الوظيفي للدخل إلى نموذج Harrod-Domar لإظهار إمكانية تحقيق النمو المتوازن في ظل التوظيف الكامل في الاقتصاد. يبدأ النموذج من فكرة تقسيم الدخل أو الناتج الوطني (Y) بين دخل الأرباح (Π) (الأرباح المحتجزة، حصص المساهمين، الفوائد والريع) ودخل الأجور (W) (الرواتب) وفق طريقة قياس الناتج من جانب الدخل في ظل اقتصاد مغلق وبدون حكومة:

$$Y = \Pi + W \qquad (7.1)$$

يتكون الادخار الكلي (S) من مجموع مدخرات الرأسماليين التي تُعادل المدخرات المتأتية من الأرباح (S_{Π}) ومدخرات العمال التي تُعادل المدخرات المتأتية من الأجور (S_{W}):

$$S = S_{\Pi} + S_{W} \quad (7.\ 2)$$

في كلتا الحالتين، يكون الادخار مُساويا مجموع حصصه في الدخل، أو بعبارة أخرى يكون ادخار الرأسماليين مُساويا ميلهم الحدي للادخار (s_{π}) مضروبا في إجمالي الأرباح، في حين يُساوي ادخار العمال ميلهم الحدي للادخار (s_{w}) مضروبا بإجمالي الأجور في الاقتصاد:

$$S = s_{\pi}\Pi + s_{w}W \quad (7.\ 3)$$

بقسمة طرفي المعادلة (3 .7) على (Y) نحصل على نسبة الادخار إلى الدخل الوطني:

$$s = \frac{S}{Y} = s_{\pi}\frac{\Pi}{Y} + s_{w}\frac{W}{Y} \quad (7.\ 4)$$

حيث تعتمد نسبة الادخار إلى الدخل (s) في الاقتصاد على المتوسط المرجح لميل الادخار المشتق من الأجور والأرباح، لذا نحصل على الأوزان المُرجحة عن طريق التوزيع الوظيفي للدخل أو بدلالة حصة الأرباح (Π / Y) وحصة الأجور (W / Y) إلى الدخل الوطني. بإعطاء قيم لميول الادخار من الأجر والربح، تتغير نسبة الادخار

إلى الدخل مع تغير التوزيع الوظيفي للدخل والذي بدوره يُمَكن إجراء تعديل في الادخار نحو الاستثمار (المحدد خارجيا).

لكي يحدث هذا التعديل، لابد أن يتحقق شرط الاستقرار التالي:

$$s_{\pi} \succ s_{w}$$

في "النظريات البديلة للتوزيع"، لا يُقدم Kaldor أي مناقشة مُوسعة لماذا ينبغي أن يتحقق هذا الشرط في العالم الحقيقي. بشكل هامشي فقط، يرى Kaldor (95: 1955/56) أن "**معظم الأرباح تتراكم على شكل أرباح الشركات ونسبة عالية من الأرباح الهامشية للشركات يتم وضعها كإحتياطي**"، وبالتالي السبب وراء جعل ميل الادخار المشتق من الأجر أقل من الربح يرتبط أساسا بهيكل الشركة في الاقتصاد حيث يتم الاحتفاظ بجزء كبير من الأرباح ولا يتم توزيعها على الأسر وهي بذلك غير متاحة للاستهلاك على الإطلاق.[3]

بدلا من ذلك، يُمكن تطبيق فرضية الدخل المطلق لـ Keynes (1936) فيما يتعلق بالاستهلاك والاستثمار/الادخار لدعم هذا الشرط. حقيقة، من المعقول افتراض توزيع غير متساو لدخل الأجور والأرباح في الاقتصاد وأن الأسر ذات

[3] - لاحقا، اعترف Kaldor (84: 1966) أنه كان "**ينظر دائما للنزعة القوية للادخار المشتق من الأرباح كشيء يتعلق بطبيعة دخل قطاع الأعمال وليس بطبيعة ثروة (أو خصوصيات أخرى) الأفراد الذين يملكونها**". تم وضع هذا القيد للإشارة إلى الوضعية التي يتم فيها توليد الأرباح من قبل الشركات ذات الميل المرتفع نحو الادخار (حصة كبيرة من الأرباح غير الموزعة الموجهة للتمويل الداخلي).

الدخل المرتفع تحصد حصة أعلى نسبيا من الأرباح وحصة أقل نسبيا من الأجور، في حين تتلقى الأُسر ذات الدخل المنخفض حصة أقل نسبيا من الأرباح وحصة أعلى من الأجور. إذن، بتطبيق فكرة Keynes (97: 1936) القائلة بأن نسبة أكبر من الدخل يتم ادخارها كلما ارتفع الدخل يعني ضمنيا أن ميل الادخار المشتق من الأرباح يجب أن يتجاوز ميل الادخار المشتق من الأجور.

باستبدال قيمة $(W = Y - \Pi)$ من المعادلة (1. 7) في المعادلة (3. 7)، يُمكننا الحصول على العلاقة التالية:

$$\begin{aligned} S &= s_{\pi}\Pi + s_{w}\left(Y - \Pi\right) \\ &= s_{w}Y + \left(s_{\pi} - s_{w}\right)\Pi \end{aligned} \tag{7. 5}$$

بقسمة طرفي المعادلة (5. 7) على (Y) نحصل على نسبة الادخار إلى الدخل الوطني:

$$s = \frac{S}{Y} = s_{w} + \left(s_{\pi} - s_{w}\right)\frac{\Pi}{Y} \tag{7. 6}$$

وبالمثل، يعني شرط تحقيق النمو المتوازن في ظل التوظيف الكامل أن:

$$s = vg_{n} \tag{7. 7}$$

نستبدل قيمة (s) بما يُساويها في المعادلة (5. 7) إلى معادلة "العصر الذهبي":

$$s = s_{w} + \left(s_{\pi} - s_{w}\right)\frac{\Pi}{Y} = vg_{n} \tag{7. 8}$$

نُلاحظ من هذه المعادلة إمكانية التغلب على حالة اللاتوازن (عدم الاستقرار) عبر تعديل حصة الأرباح في الدخل والتي تعتمد حصرا على قرارات الرأسماليين (الأرواح الحيوانية). إذن بدلالة هذه العلاقة، يُمكننا استنتاج حصة الأرباح التي تضمن تحقيق معدل النمو في ظل التوظيف الكامل:

$$\frac{\Pi}{Y}=\frac{vg_n}{s_\pi-s_w}-\frac{s_w}{s_\pi-s_w} \qquad (7.9)$$

في النهج الكينزي يُحدد الاستثمار الادخار أو الأرباح الخاص به (عكس النظرية النيوكلاسيكية)، وطالما أن شرط التوازن يعني التعادل بين الاستثمار والادخار $(I=S)$ فلابد أن تُساوي نسبة الادخار إلى الدخل وفق المعادلة (7.8) نسبة الاستثمار إلى الدخل:

$$s_w+\left(s_\pi-s_w\right)\frac{\Pi}{Y}=\frac{I}{Y} \qquad (7.10)$$

من العلاقة السابقة، نجد حصة الربح من الدخل الوطني المرتبطة بتوازن سوق السلع $(h=\Pi/Y)$:

$$h^*=\frac{\Pi}{Y}=\frac{1}{s_\pi-s_w}\frac{I}{Y}-\frac{s_w}{s_\pi-s_w},\ 0\le s_w\prec s_\pi\le 1 \qquad (7.11)$$

للحصول على معدل الربح في الاقتصاد $(r=\Pi/K)$، نضرب طرفي المعادلة (7.11) بمعكوس نسبة رأس المال إلى الناتج (أو إنتاجية رأس المال):

$$h^*\frac{Y}{K}=\frac{1}{s_\pi-s_w}\frac{I}{Y}\frac{Y}{K}-\frac{s_w}{s_\pi-s_w}\frac{Y}{K}$$

$$r^* = \frac{\Pi}{K} = \frac{1}{s_\pi - s_w}\frac{I}{K} - \frac{s_w}{s_\pi - s_w}\frac{Y}{K} \qquad (7.12)$$

تُظهر المعادلة (7.12) معدل الربح المقابل لتوزيع الدخل بين الأجور والأرباح والذي بموجبه يتم تحقيق شرط التوازن بين الاستثمار والادخار عبر الزمن.

يُفترض نمو رأس المال بنفس معدل النمو الطبيعي $(I/K = g_n)$، وفي ظل فرضية ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج $(v = K/Y)$ نُلاحظ أن معدل الربح التوازني مُحدد بمعدل تراكم رأس المال:

$$r^* = \frac{g_n}{s_\pi - s_w} - \frac{s_w v^{-1}}{s_\pi - s_w}$$

$$r^* = \frac{g_n - s_w v^{-1}}{s_\pi - s_w} \qquad (7.13)$$

من المعادلة (7 .11) يُمكننا اشتقاق الاستنتاج الأساسي للنموذج الذي يُعبر عن إحدى الأطروحات الكينزية الرئيسية: وفق قيم (s_w) و (s_π) معطاة، تتحدد حصة الربح التوازنية إلى الناتج (h^*) داخليا بنسبة الاستثمار إلى الدخل (I/Y) (حجم الإنفاق على الاستثمار) المحددة بشكل خارجي(لا تتأثر بتغير ميول الادخار، حصة الأرباح (Π/Y) أو الأجر الحقيقي (W/L) حيث (L) يمثل إجمالي العمال). وهكذا، لم يُقدم Kaldor نظرية اقتصاد كلي للتوزيع فحسب بل هي مستقلة تماما عن أي افتراض يتعلق بتكنولوجيا الإنتاج: هذا ما يُميز نهجه عن نظرية الإنتاجية الحدية النيوكلاسيكية للتوزيع.

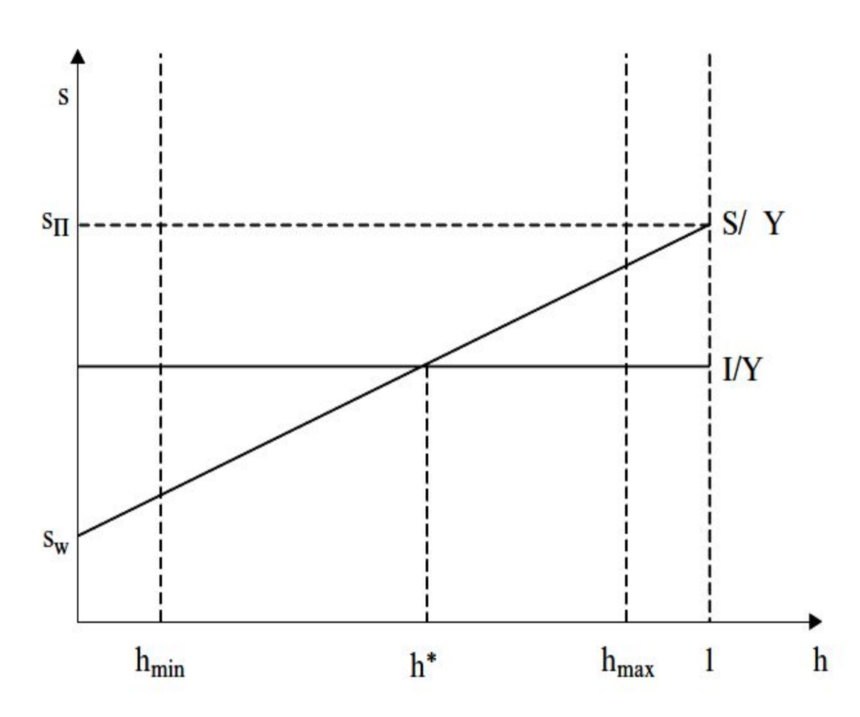
يتحقق النمو المتوازن في ظل التوظيف الكامل بتعديل معدل النمو المضمون (g_w) نحو معدل النمو الطبيعي (g_n) عن طريق تغير حصة الأرباح في الناتج (Π / Y) ما يجعل نسبة الادخار إلى الدخل تتكيف مع نسبة الاستثمار إلى الدخل الذي يُحدده معدل النمو الطبيعي.[4] لدينا:

$$g_n = g_w = \frac{s}{v} = \frac{s_w + (s_\pi - s_w)h}{v} \qquad (7.14)$$

يُبين الشكل (1. 7) حصة الربح بدلالة ميول الادخار المشتقة من الأرباح والأجور وفق حصة الاستثمار من الدخل الوطني كما تُظهره المعادلة (7.11). ويشمل الشكل نسبة الادخار إلى الدخل الاجمالي كدالة تابعة لحصة الربح، نسبة الاستثمار إلى الدخل وحصة الربح التوازني عند نقطة تقاطع منحنيات الادخار والاستثمار.

---

[4] - يُلخص Kaldor (97 :1955/56) هذه النتيجة على هذا النحو **"...و عليه فإن معدلات النمو "المضمونة" و "الطبيعية" ليست مستقلة عن بعضها البعض: إذا كانت هوامش الربح مرنة، سيُعدل السابق نفسه نحو اللاحق من خلال تغير في (حصة الربح)** Π / Y".



الشكل (1. 7). حصة الربح التوازني من الدخل في نموذج Kaldor.

كلما ارتفعت حصة الاستثمار ترتفع حصة الأرباح التوازنية التي يحصل عليها الرأسماليون ككل بقيم معطاة لميول الادخار من الأجور والأرباح. ومع حصة استثمار معطاة، تعتمد حصة الأرباح بدورها عكسيا على ميول الادخار من الأجور والأرباح: كلما كانت تلك الميول مرتفعة كانت حصة الأرباح المطلوبة لتحقيق المساواة بين نسبة الادخار ونسبة الاستثمار من الدخل صغيرة الحجم.

تُصبح آلية **Kaldor** لتعديل الادخار نحو الاستثمار في ظل التوظيف الكامل صحيحة فقط إذا أخذت نسبة الاستثمار إلى الناتج (I/Y) قيما تتراوح ما بين (s_w) و (s_π):

$$s_w \prec \frac{I}{Y} \prec s_\pi$$

لإثبات ذلك، تذكر الفرضية الرئيسية لنموذج **Kaldor** القائلة بأن ميل ادخار العمال أقل من ميل ادخار الرأسماليين $(s_w \prec s_\pi)$، وتذكر أيضا:

$$S_W = s_w W; S_\Pi = s_\pi \Pi$$

إذا كان $s_w = 0$ و $s_\pi = 1$ فإن:

$$\frac{I}{Y} = \frac{\Pi}{Y} \text{ و } S = S_\Pi = \Pi$$

أصبح من الواضح أن نسبة الادخار إلى الدخل في الاقتصاد ونسبة الاستثمار إلى الدخل تأخذ قيما بين (s_w) و (s_π). في ظل هذا التفاوت، ينبغي فرض قيود محددة للحفاظ على المعنى الاقتصادي لهذه الصيغة (وجود علاقة موجبة بين الاستثمار والأرباح): يستبعد الجانب الأيسر من المعادلة $(s_w \prec I/Y)$ حالة توازن ديناميكي بحصة ربح صفرية أو سلبية، وفي المقابل يستبعد الجانب الأيمن أيضا $(I/Y \prec s_\pi)$ من النموذج إمكانية مساهمة صفرية أو سلبية للعمال في الاقتصاد.

بناءا على ما سبق، يُعطى معدل الادخار في الاقتصاد ككل أنه المتوسط المرجح لمعدلات ادخار العمال والرأسماليين، حيث تُعطى الأوزان المُرجحة بدلالة حصص

الأرباح والأجور في إجمالي الدخل. وعلى افتراض اقتصاد يعمل عند مستوى التوظيف الكامل ويُحقق الفرضية الكينزية (التي تعني نسبة الاستثمار إلى الناتج مُستقلة عن ميول الادخار ومساهمة الأرباح أو الأجر الحقيقي)، يتم تحديد توزيع الدخل بين الرأسماليين والعمال أو مستوى الأسعار في سوق السلع إلى مستوى الأجور الإسمية في سوق العمل عن طريق التغير الحاصل في جانب الطلب أو "الاستثمار". في هذه الحالة، سيعمل **"رفع الاستثمار (وبالتالي الطلب الكلي) على زيادة مستوى الأسعار وسيرتفع هامش ربح الشركات نظرا لزيادة الأسعار وفي المقابل يتم تقليل الاستهلاك بالقيم الحقيقية، في حين يُسبب انخفاض الاستثمار والطلب الكلي هبوطا في الأسعار (نسبيا إلى مستوى الأجور) ويُولد زيادة تعويضية في الاستهلاك الحقيقي. وفي ظل مرونة الأسعار (أو بأحرى هامش ربح الشركات) سيكون النظام مستقرا في التوظيف الكامل"** (Kaldor 1955/56 :95).

لابد أن يتحقق شرط الاستقرار في النموذج المُتمثل في أن ميل ادخار الرأسماليين أكبر من ميل ادخار العمال، ما يعني أن $(s_w \prec s_\pi)$ وعليه يتم اظهار العلاقة المباشرة بين الاستثمار والأرباح: إن ردة فعل حصة الربح اتجاه تغير نسبة الاستثمار إلى الدخل المحدد خارجيا يعتمد على حجم الفرق بين نوعي ميول الادخار.

يتم اشتقاق المعادلة (7.11) بدلالة نسبة الاستثمار إلى الناتج (I/Y):

$$\frac{d\left(h^*\right)}{d\left(\frac{I}{Y}\right)} = \frac{1}{s_\pi - s_w}$$

إذا كان $(s_w \prec s_\pi)$ هذا يعني أن $\left(d\left(h^*\right)/d\left(I/Y\right)\succ 0\right)$-يُسمى هذا العنصر بـ "معامل حساسية توزيع الدخل" الذي يقيس درجة استقرار النموذج اعتمادا على الفرق بين نزعة الرأسماليين والعمال اتجاه الادخار $(s_\pi - s_w)$. وفق المعادلة (7 .11) يُشير معامل الحساسية لتغير حصة الأرباح إلى الدخل قبل تغير نسبة الاستثمار إلى الدخل: إذا كان الفرق بين ميول الادخار صغيرا يكون حجم المعامل كبيرا ما يعني أن قبل حدوث تغيير بسيط في نسبة الاستثمار في الدخل سيشهد توزيع الدخل (الذي ينعكس في (Π/Y)) تغيرا كبيرا للغاية.

كما رأينا سابقا، يتحدد معدل الربح التوازني ايجابا بمعدل التراكم (المعادلة (13. 7) مع قيم معطاة لنسبة رأس المال إلى الناتج وميول الادخار من الأجور والأرباح، ويُصبح هذا جد واضح إذا أدرجنا الفرضية الكلاسيكية للادخار التي تنص أن العمال لا يدخرون أي ميل ادخار العمال صفري $(s_w = 0)$، تُصبح المعادلتان (7 .11) و (7.12):

$$h^* = \frac{1}{s_\pi}\frac{I}{Y} \tag{7. 15}$$

$$r^* = \frac{1}{s_\pi}\frac{I}{K} = \frac{g}{s_\pi} \tag{7. 16}$$

وبالتالي تتحدد حصة الربح إلى الدخل بدلالة نسبة الاستثمار إلى الدخل المحددة خارجيا بمعدل النمو الطبيعي وميل الادخار المشتق من الأرباح، أما معدل الربح

فيتحدد وفق معدل التراكم عند معدل النمو الطبيعي ($g = g_n$) وميل الادخار المشتق من الأرباح. تُوفر هذه المعادلات "الكينزية" نظرية اقتصاد كلي حول التوزيع التي تُصبح مستقلة عن أي افتراض خاص بتكنولوجيا الإنتاج، النواتج الحدية، المنافسة الكاملة في أسواق العمل ورأس المال وهكذا، لذا تُعتبر بديلا عن نظرية النواتج الحدية النيوكلاسكية للتوزيع.

تُظهر هذه المعادلات أيضا أن مستوى الربح سيكون مُساويا حجم إنفاق الرأسماليين أو مجموع استثمار واستهلاك الرأسماليين. بعبارة أخرى، زيادة مستوى الاستهلاك لدى الرأسماليين لا يُؤدي لخفض الأرباح التي يتلقونها في المستقبل، بل على العكس ترفع مستوى الأرباح بنفس الحجم الذي يرتفع فيه الاستهلاك.[5]

في عمله "بحث حول المال A Treatise on Money"، برهن Keynes (1930) فكرة أن معدل التراكم على المدى الطويل يُحدد توزيع الدخل بالإشارة لمثال "كرم الأرملة Widow's Cruse" في كتاب الملوك (العهد القديم) حول مصباح زيت أرملة لا ينطفأ أبدا بغض النظر عن كمية الزيت الذي يحتويه، وبالمثل لا تنتهي أرباح الرأسماليين حتى إذا تم استهلاكها.[6] تعني هذه الفكرة أن زيادة استهلاك الرأسماليين

---

[5] - يُلخص Kaldor (1955/1956 :94) "**يعتبر Keynes دخل رجال الأعمال أنه نتيجة قرارات الإنفاق الخاصة بهم وليس العكس. ربما هذا هو الفرق بين الفكر الكينزي وما قبل الكينزي**".

[6] -يقول Keynes (1930) "**إذا اختار رواد الأعمال إنفاق جزء من أرباحهم على الاستهلاك... سيكون التأثير هو زيادة ربح بيع السلع الاستهلاكية ذات السيولة الذي يُساوي بالضبط مقدار الأرباح التي تم انفاقها...**

يرتبط طرديا بأرباحهم رغم انخفاض مدخراتهم إلا أن ثروتهم لا تتأثر كمصباح الأرملة الذي يستمر في الانشعال بنفس كمية تآكل الزيت. ومع ذلك، إذا واجه رجال الأعمال خسائر سيتصدون لها بزيادة مستوى الادخار وبخفض إنفاق الاستهلاك، لذا يُصبح مصباح الأرملة الذي لا ينضب "جرة Danaid". مع تخفيض الرأسماليين للاستهلاك تنخفض أرباحهم وتكون خسائرهم أكبر ويتوقف النمو الاقتصادي.

تعكس المعادلة (7.15) معادلة الربح الشهيرة لـ Michal Kalecki (1942) في عمله "نظرية الربح A Theory of Profit". يفترض Kalecki (بدلالة محاسبة الدخل الوطني لاقتصاد مغلق بدون حكومة) أن العمال لا يدخرون، وتُصبح أرباح الرأسماليين مُساوية مجموع انفاقهم على الاستثمار وعلى الاستهلاك:

محاسبة الإنتاج (نهج الدخل) $Y = \Pi + W$

محاسبة الإنتاج (نهج الإنفاق) $Y = C + I$

يُعطى الاستهلاك الكلي في الاقتصاد أنه مجموع استهلاك العمال والرأسماليين:

$$C = C_L + C_C$$
$$Y = C_L + C_C + I$$

إذا لم يدخر العمال، سينفقون كل أجرهم على الاستهلاك:

وهكذا، كلما أنفق رواد الأعمال الكثير على الاستهلاك زادت الثروة التي تعود على رجال الأعمال كما كانت من قبل. وعليه فإن الأرباح كمصدر لزيادة رأس مال رجال الأعمال هو بمثابة "كرم الأرملة" لا يزال غير مكتمل، مع ذلك قد يُكرس الكثير منه للحياة الوافرة".

$$W = C_L$$

ولأن العمال لا يدخرون ولا يُراكمون الأرباح المتحصل عليها من رأس المال، يتحصل الرأسماليون على كامل الأرباح في الاقتصاد:

$$W + \Pi = C_L + C_C + I$$
$$W + \Pi = W + C_C + I$$
$$\Pi = C_C + I$$

شدد Kalecki على فكرة أن الاستثمار "يُمول نفسه" عن طريق تغيير النشاط الاقتصادي وإجمالي الربح. وعلى افتراض استهلاك العمال كل أجورهم في حين يستهلك الرأسماليون جزءا من ثروتهم، أصبح واضحا أن إجمالي الأرباح في الاقتصاد يُساوي مجموع إنفاق الرأسماليين على الاستثمار والاستهلاك. ولأن الرأسماليين يُقررون حجم الانفاق الواجب على الاستهلاك والاستثمار، فمن الواضح أن هذه القرارات التي يتخذها الرأسماليون تُحدد مستوى الأرباح المكتسبة وليس العكس (Kalecki 1954 :47). يُلخص Kaldor هذه النتيجة ونظرية Kalecki حول الأرباح بعبارة **"يكسب الرأسماليون ما ينفقونه ويُنفق العمال ما يكسبونه"** (Kaldor 1955/1956 :96).[7]

يُظهر نموذج Kaldor (1955/1956) أن توزيع الدخل مُحدد بالميكانزمات الكينزية (الاستثمار-الادخار) وتعتمد حصة الربح، معدل الربح ومعدل الأجر

[7] - مع ذلك، تحليل Keynes في النظرية العامة وتحليل Kalecki في نظرية الربح ذات طابع "قصير المدى".

الحقيقي على نسبة الاستثمار من الدخل الوطني التي تُعطى خارجيا ومستقلة عن التوزيع الوظيفي للدخل.

1.2. قيود على النموذج

يختتم نموذج Kaldor بفكرة توزيع دخل مُحدد بـ(I/Y) (المستقل عن توزيع الدخل Π/Y، W/L) يضمن تحقيق النمو المتوازن عند مستوى التوظيف الكامل. مع ذلك، لن تُؤدي كل حصة استثمار لتعديل توزيع الدخل بشكل يُساعد على تكييف الادخار اتجاه الاستثمار.[8] في الواقع، يُشير Kaldor لأربعة أسباب عدم تحقق هذه النتيجة أو هناك أربع قيود يجب الوفاء بها لتحقق هذه النتيجة:

1- لا يتغير توزيع الدخل إذا كان الأجر الحقيقي أقل من الحد الأدنى للأجور:

$$\frac{W}{L} \geq w_{\min}$$

صحيح أن حصة الربح في الناتج (Π/Y) يُمكن أن تتغير، لكن لا يُمكنها الزيادة دون حدود ذلك لأن الأجر الحقيقي لا يجب أن يقع أسفل حد أدنى لقيمة الكفاف وفق المعادلة التالية:

$$h_{\max} : w \geq w_{\min} \Rightarrow h = \frac{\Pi}{Y} \leq \frac{Y - w_{\min} L}{Y} \qquad (7.\ 17)$$

[8] - يُشير Kaldor لعدم وجود ميل فطري لمعدل نمو سلس في اقتصاد رأسمالي، حيث تحدث حركات (أزمات) دورية نتيجة عدم انسجام معدلات النمو المضمونة والطبيعية.

2- لا يُمكن أن يكون معدل الربح أقل من المستوى الذي يُحقق الحد الأدنى من الربح اللازم لتحفيز الرأسماليين على استثمار رأسمالهم (يُعرف هذا المعدل بـ "معدل تعويض المخاطر $r_{\min}$"). لذلك، يخضع النموذج إلى:

$$h_{\min} : r \geq r_{\min} \Rightarrow \frac{\Pi}{K} = \frac{\Pi}{vY} \geq r_{\min} \qquad (7.18)$$

3- لا يُمكن أن تكون أرباح المبيعات أقل من المعدل الأدنى نتيجة المنافسة الكاملة (تمايز المنتجات، اتفاقيات التواطؤ بين الشركات...). يُمثل هذا المعدل الأدنى "درجة الاحتكار m" وبالتالي:

$$h \geq m \qquad (7.19)$$

وفق القيدان (7.17) و (7.18) لدينا:

$$h \geq v.r_{\min} \text{ و } h \geq m$$

إذا كان:

$$r_{\min}.v \geq m \Rightarrow h \geq r_{\min}.v$$
$$m \geq r_{\min}.v \Rightarrow h \geq m$$

4- نسبة رأس المال إلى الناتج مستقلة عن معدل الربح وحصة الربح من الدخل، لأنه إذا حدث ذلك لن تبقى علاقة (I / Y) بـ $(g.v)$ مستقلة. لذلك، من المفترض أن نسبة رأس المال إلى الناتج (v) ثابتة قبل تغير حصة الأرباح (h):

$$v = \overline{v} \qquad (7.20)$$

أشرنا لأربع شروط يجب استيفاؤها لضمان تحديد توزيع الدخل بين الأجور والأرباح ومعدل الربح وفق نسبة الاستثمار إلى الناتج، لكن ماذا سيحدث إذا لم تُحترم هذه الشروط؟

1- إذا لم يُستوفى الشرط الأول أن الأجر الحقيقي أعلى من مستوى الأجر الأدنى:

$$\frac{W}{L} \geq w_{\min}$$

هذا يعني أن حصة الربح التي تُحددها حصة الاستثمار أعلى من الحد الأقصى لحصة الربح. يتحدث Kaldor (1955/56 :99) عن هذه الحالة الاقتصادية بمصطلحات ريكاردية وماركسية: لن يكون فائض الحد الأدنى لأجر العمال كافيا لتحقيق الاستثمار المطلوب عند التوظيف الكامل، وسيكون استثمار رأس المال محدودا بالفائض المتاح من قبل الرأسماليين وعليه يتم تقييد مستوى الإنتاج برأس مال غير كاف للحفاظ على مستوى التوظيف الكامل. أو بعبارة أخرى، ستُعاني (I/Y) ركودا مع هبوط الأجور لمستويات تحت الكفاف ما يعني عجزا في جانب الطلب، ولا تتحقق العلاقة الآتية:

$$s = \frac{I}{Y} \neq v g_n$$

في هذه الحالة، لا يصل النظام لوضعية التوظيف الكامل لأن الإنتاج يقتصر فقط على مخزون رأس المال دون القوى العاملة لأن الاقتصاد يعمل في إطار دالة الإنتاج ذات المعاملات الثابتة، وبالمثل يتم تحديد الاستثمار بدلالة الادخار كما هو

الحال من المنظور الكلاسيكي وليس العكس كما يدعيه المنظور الكينزي (Kaldor 1956: 99). في اقتصاد متخلف، لا يتحقق الشرط الأول للنموذج ويشهد الاقتصاد نموا مستمرا مع الاستقرار وفي ظل التوظيف الكامل عندما $(g_w \geq g_n)$. إذا كان $(g_w \succ g)$ لن تكون (I/Y) ثابتة عبر الزمن وسيعيش الاقتصاد أزمات دورية في عملية الاستثمار: نمو القدرة الإنتاجية يتجاوز نمو الناتج. في ظل هذه الظروف، ينخفض الاستثمار والناتج ويتحدد الإنتاج وفق الطلب الفعال وليس وفق نقص الموارد.

2- إذا لم يُحقق الشرط الثاني والثالث بمعنى أن حصة الربح التي تُحددها حصة الاستثمار أقل من الحد الأدنى لحصة الربح المطلوبة للحصول على معدل الحد الأدنى للربح، سينهار الاستثمار ويُواجه الاقتصاد ركودا يتميز بنقص دائم في الطلب الكلي، لذلك يسود الوضع الكينزي ولا يُمكن الحفاظ على مستوى التوظيف الكامل. ويُمكن إرجاع ذلك إلى:

- انخفاض الفرص الاستثمارية لأن معدل النمو المضمون أقل من معدل النمو الطبيعي $(g_w \leq g_n)$، أي وجود توقعات تشاؤمية للمستثمرين حول مستوى الطلب المستقبلي.
- تفضيلات عالية جدا للسيولة أو وجود مخاطر كبرى مرتبطة بالاستثمار يُؤدي لارتفاع معدل الفائدة مما يرفع منحة الخطر $(r_{\min})$.

- نقص المنافسة الذي يُترجم في درجة عالية من الاحتكار قد يُسبب إفراطا في الادخار بسبب هامش الربح المفرط في الشركات. يُسبب هذا الافراط في الادخار ركودا في الاقتصاد ما لم يكن هناك تغيير تعويضي في نسبة رأس المال إلى الناتج (زيادة القدرة الإنتاجية) لرفع الناتج و (I/Y).

3- فيما يتعلق بالقيد الأخير الذي ينص على ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج ويُعطى مستقلا عن معدل الربح:[9]

$$v = \overline{v}$$

لكن مع ذلك، هناك حالتان يُمكن لحصة الربح من الدخل (Π/Y) التأثير فيهما على علاقة رأس المال بالناتج (K/Y):

- تتفاوت قيم بعض السلع الرأسمالية بالنسبة للسلع الاستهلاكية مع معدل الربح، وحتى وفق تقنية إنتاج معينة لن تُصبح (K/Y) مستقلة عن حصة الأرباح (Π/Y).[10]
- يُمكن أن تُؤثر حصة الأرباح بجعل تقنيات توفير العمال أكثر ربحية (تفضيل التقنيات كثيفة رأس المال)، ووفق أي علاقة معطاة بين الأجور–الأسعار يعمل

---

[9] - يفترض Kaldor (1955/56) أن تغير معدل الربح لا يُمارس أي تأثيرات رجعية نظامية على نسبة رأس المال إلى الناتج وعلى اختيار الشركة لتقنية الإنتاج. لكن مع ذلك، يعترف Kaldor بأن قيمة رأس المال ستتغير مع تغير معدل الربح والذي بدوره سيُؤثر على خيار الشركة للتقنية وكذا نسبة رأس المال إلى الناتج.

[10] - بالمناسبة، يتخلى Kaldor أو يتجاهل هذه النقطة في تحليل النموذج.

المُنتج على تبني تقنية إنتاج تُعظم معدل الربح (Π / vY)، ما يعني وفق معدل نمو معطى (g) سيُؤثر على (I / Y) وعلى (Π / Y). أي زيادة في (Π / Y) تُخفض (K / Y) و (I / Y) على عكس أي زيادة في (I / Y) سترفع (Π / Y). إذا كانت حساسية (K / Y) اتجاه (Π / Y) كبيرة، لن تبقى (Π / Y) متغيرة محددة في النموذج: تعمل العلاقة التقنية بين (K / Y) و (Π / Y) على تحديد النسبة (Π / Y). من جانب آخر، يتم تحديد النسبة (I / Y) من معادلة الادخار:

$$\frac{\Pi}{Y} = \frac{1}{s_\pi - s_w}\frac{I}{Y} - \frac{s_w}{s_\pi - s_w}$$

بقيمة رأس المال إلى الناتج معطاة، يتحدد معدل النمو (g) وفق المعادلة (6. 7) التي تُظهر شرط النمو عند مستوى التوظيف الكامل في نموذج Harrod-Domar:

$$s = \frac{I}{Y} = vg$$

يقوم Kaldor بإقصاء هذه الحالة عبر فرض قيد الحاجة لثبات نسبة رأس المال إلى الناتج $(v = \overline{v})$، في هذه الحالة يكون (v) مستقلا عن (Π / Y).[11]

إذا تم استيفاء هذه المعادلات:

$$\frac{\Pi}{Y} = \frac{1}{s_\pi - s_w}\frac{I}{Y} - \frac{s_w}{s_\pi - s_w}$$

[11] - يرى Kaldor أن تأثيرات سعر عوامل الإنتاج على نسبة رأس المال إلى العمل تكون ضعيفة وغير نظامية، وأن تغير نسبة رأس المال إلى الناتج تتحدد لحد ما بالتقدم التكنولوجي. لكن مع ذلك، يفترض Kaldor أن نسبة رأس المال إلى الناتج تُعطى ثابتة.

$$\frac{I}{Y} = vg$$

تتحقق الشروط الثلاثة الأولى وسيكون هناك اتجاه نمو في ظل التوظيف الكامل.

هناك أسباب إضافية لماذا لا يكون النظام مرنا بما فيه الكفاية لضمان التوظيف الكامل في المدى القصير:

- في ظل هامش ربح مرن، إذا كان هناك تنقل محدود بين عوامل إنتاج السلع الرأسمالية والاستهلاكية فإن هامش الربح في هذا القطاع الأخير لا يهبط تحت المستوى الذي يضمن التوظيف الكامل للموارد في هذا القطاع، ويتحقق نمو إنتاج السلع الاستهلاكية فقط نتيجة تنقل الموارد من صناعة أخرى مُحفزة بفرص الربح في قطاع السلع الاستهلاكية.
- إذا كان هامش الربح ثابتا في اتجاه هبوطي على المدى القصير أو أجور حقيقية جامدة في اتجاه هبوطي، يُؤدي ذلك لانخفاض النسبة (I/Y) أو عدم ارتفاعها بسبب زيادة معدل النمو المضمون.

كما رأينا في الفصول السابقة، القاسم المشترك بين جميع النماذج التي تناولناها يتمثل في اعتبار معدل النمو الطبيعي (g_n) محددا بشكل خارجي-هذا يعني ضمنيا أن عوامل الإنتاج تفرض حدودا على النمو الاقتصادي، وبالتالي تُؤكد تلك النماذج على عوامل "جانب العرض" ولا يدخل جانب الطلب باستثناء نموذج **Kaldor** الذي يفتح نافذة "الطلب على الاستثمار". في هذه الحالة، يظهر هناك تناقض في النماذج

النيوكينزية: على المدى القصير، يتحدد النمو بدلالة عوامل الطلب لكن على المدى الطويل يتحدد النمو بدلالة عوامل العرض.

2. نموذج Pasinetti

ترتبط نظرية Kaldor الكينزية للتوزيع بفئات الدخل (الأجور والأرباح) وليس بالفئات أو الطبقات الاجتماعية (الرأسماليون والعمال) كما رأيناه سابقا. في عمل لاحق بعنوان "الإنتاجية الحدية ونظريات الاقتصاد الكلي للتوزيع Marginal Productivity and The Macroeconomic Theories of Distribution" (1966) يُقر Kaldor أن المبرر الرئيسي لجعل ميل الادخار المشتق من الأرباح أكبر من ذلك المشتق من الأجور ليس مبنيا على افتراضات سلوكية، بل على فرق الطبيعة المؤسساتية للأرباح والأجور: تحتفظ (حجز) الشركات بحصة كبيرة من الأرباح، في حين تُوزع الأجور بشكل كامل على العمال، لكن بوجود معدل ادخار موجب من الأجور يُصبح معدل الربح التوازني محددا وفق تكنولوجيا الإنتاج، نسبة رأس المال إلى الناتج و ميول الادخار من الأجور و الأرباح كما تُظهره المعادلة (12. 7). إذا تم افتراض ميل ادخار صفري من الأجور، يتحدد معدل الربح فقط بناءا على سلوك الرأسماليين ولا يتأثر بتكنولوجيا الإنتاج كما توضحه المعادلة (16. 7).

من ناحية، يُظهر تفسير Kaldor لفرضية الادخار ميزة مؤسساتية هامة تُميز الاقتصاديات الرأسمالية الحديثة، لكن من ناحية أخرى يعني هذا أن العمال لديهم

ميول مختلفة للاستهلاك مشتقة من أنواع مختلفة من الدخل، لأنه عندما يكون ميل الادخار من الأجور موجبا يقوم العمال بمراكمة الأصول والحصول على دخل من تلك الأصول. وبما أن النموذج معني بنوع واحد من الأصول أي مخزون رأس المال، فإن ادخار العمال يعني ضمنيا امتلاكهم لجزء من مخزون رأس المال وحصولهم على جزء من الأرباح نظير امتلاكهم لهذا الجزء الرأسمالي.

قام Luigi Pasinetti (1962 ,1974) بفحص نتائج هذا التوازن طويل الآجل، وأظهر أن نزعة العمال اتجاه الادخار المشتق من الأجور والأرباح ليس لها تأثير على توزيع الدخل ولا على معدل الربح في النمو التوازني في ظل التوظيف الكامل طويل الأجل، وأن تأثير التكنولوجيا المعتمدة في الإنتاج تسقط أيضا حتى ولو قام العمال بالادخار. في هذا الصدد، يعتبر Pasinetti (1962,1974) في عمله "معدل الربح وتوزيع الدخل وفق معدل النمو الاقتصادي Rate of Profit and Income Distribution in Relation to The Rate of Economic Growth"أن نموذجه لا يسعى إلى شرح أي حقيقة مجردة "**إن الغرض من هذه المقالة هو إعادة النظر بشكل منطقي أكثر للإطار النظري ككل، الذي يُعتبر نظاما من العلاقات الضرورية لبلوغ التوظيف الكامل**" (Pasinetti 1974 :103).

في الختام، يقول "**يجب أن ننظر بناءا على التحليل السابق، ببساطة وبشكل أعم كإطار منطقي للإجابة على أسئلة مثيرة للاهتمام حول ما يجب أن يحدث إذا تم**

بالاحتفاظ بالتوظيف الكامل مع مرور الوقت، أكثر من مجرد نظرية سلوكية تُعبر عما يحدث بالفعل" (Pasinetti 1974 :119).

2.1. عرض النموذج

عمل Pasinetti (1962) على تعديل النموذج الذي اقترحه Kaldor (1955/56)، مُؤكدا الفكرة القائلة أنه عندما يقوم فرد ما بالادخار فلابد أن يتلقى فائدة من هذه العملية، على ذلك لا يُعتبر الرأسماليون الوحيدين الذين يُقررون الادخار و بالطبع ليسوا الوحيدين المتلقين لإجمالي الأرباح في الاقتصاد: إذا قام العمال بالادخار أيضا فيجب أن يتلقوا جزءا من الأرباح أيضا، في هذه الحالة لا يتم تقسيم الاقتصاد إلى فئات الدخل فقط أي بين الأجور و الأرباح كما هو الحال في نموذج Kaldor طالما أن متلقي الأجور يقومون بالادخار. وفي ظل فرضية أن كل ما يتم ادخاره يتم استثماره، يُصبح مخزون رأس المال الحالي مملوكا من قبل كل المُدخرين (الرأسماليون والعمال). إذا قام العمال بالادخار سيشتركون مع الرأسماليين في تقاسم إجمالي الأرباح، ما يعني وجود توزيع للدخل بين الأجور والأرباح وتوزيعا آخر بين العمال والرأسماليين.

كما هو الحال في نموذج Kaldor، يتم تقسيم الدخل الوطني بين الأجور والأرباح:

$$Y = W + \Pi \qquad (7.21)$$

مع ذلك، يُدرج Pasinetti توزيعا آخر لإجمالي الأرباح أنه مجموع الأرباح المتحصل عليها من قبل الرأسماليين (Π_C) والعمال (Π_L) :

$$\Pi = \Pi_C + \Pi_L \tag{7. 22}$$

وتماما مثل Kaldor، يُمثل الادخار الكلي في الاقتصاد (S) مجموع مدخرات الرأسماليين (S_C) والعمال (S_L) :

$$S = S_C + S_L$$

يتم تغيير الترميز في هذا النموذج مقارنة بنموذج Kaldor، حيث يُستخدم (C) و (L) للإشارة إلى المتغيرات المرتبطة بالرأسماليين و العمال على الترتيب، على عكس Kaldor الذي استخدم (π) و (w) للإشارة إلى المتغيرات المرتبطة بالأرباح و الأجور على التوالي.

ادخار كل فئة يُساوي جزءا من إجمالي دخلهم: (s_L) و (s_c) للعمال و الرأسماليين على الترتيب. في حالة العمال، يتكون الدخل من الرواتب التي يتلقونها مقابل خدمة العمل (W) زائدا الأرباح المتحصل عليها مقابل استثماراتهم السابقة (Π_L). في حالة الرأسماليين، هناك مصدر واحد للدخل فقط هو الربح المتحصل عليه جراء استثماراتهم (Π_C).

يفترض Pasinetti (1962) أن نسبة الادخار من دخل الأجر للعمال مُساوية لنسبة الادخار من دخل الأرباح الرأسماليين، وتُعطى معادلة الادخار الكلي كالآتي:

$$S = s_L\left(W + \Pi_L\right) + s_c\Pi_C \tag{7. 23}$$

يُعطى شرط التوازن (الادخار-الاستثمار):

$$I = S \tag{7.24}$$

من المعادلتين السابقتين، نحصل على معادلة الاستثمار في حالة التوازن:

$$I = s_L\left(W + \Pi_L\right) + s_c\Pi_C \tag{7.25}$$

من المعادلتين (7.21) و (7.22) لدينا:

$$Y = W + \Pi_L + \Pi_C$$

بإضافة وطرح $\left(s_L\Pi_C\right)$ في المعادلة (7.25):

$$I = \left(s_LW + s_L\Pi_L + s_L\Pi_C\right) + s_c\Pi_C - s_L\Pi_C$$

$$= s_L\left(W + \Pi_L + \Pi_C\right) + s_c\Pi_C - s_L\Pi_C$$

$$I = s_LY + \left(s_c - s_L\right)\Pi_C \tag{7.26}$$

نحصل على حصة الأرباح من الناتج من قبل الرأسماليين:

$$\Pi_C = \frac{I - s_LY}{\left(s_c - s_L\right)}$$

$$\frac{\Pi_C}{Y} = \frac{1}{s_c - s_L}\frac{I}{Y} - \frac{s_L}{s_c - s_L} \tag{7.27}$$

بضرب طرفي المعادلة (7.27) بمتوسط إنتاجية رأس المال (أو مقلوب نسبة رأس المال إلى الناتج) نجد معدل الربح المتحصل عليه من قبل الرأسماليين:

$$\frac{Y}{K}\frac{\Pi_C}{Y} = \frac{1}{s_c - s_L}\frac{I}{Y}\frac{Y}{K} - \frac{s_L}{s_c - s_L}\frac{Y}{K}$$

$$\frac{\Pi_C}{K} = \frac{1}{s_c - s_L}\frac{I}{K} - \frac{s_L}{s_c - s_L}\frac{Y}{K} \tag{7.28}$$

لاحظ أن هتين المعادلتين شبيهتين بالمعادلتين (11. 7) و (12. 7) في نموذج Kaldor، لكنهما يختلفان في الجانب الأيسر الذي لا يُشير إلى مستوى إجمالي الأرباح في الاقتصاد بل إلى الأرباح المتحصل عليها من قبل الرأسماليين فقط. في هذه الحالة، تُعبر المعادلة (27. 7) عن توزيع الدخل بين الرأسماليين والعمال والتي تختلف عن توزيع الدخل بين الأرباح والأجور.

لإيجاد معادلة تُعبر عن هذا التوزيع، ينبغي إدراج مساهمة ربح العمال في الناتج في كلا طرفي المعادلة (27. 7):

$$\frac{\Pi}{Y}=\frac{\Pi_C}{Y}+\frac{\Pi_L}{Y}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{Y}-\frac{s_L}{s_c-s_L}+\frac{\Pi_L}{Y}$$

فيما يخص المعادلة (28. 7) فهي لا تُعبر أيضا على معدل الربح الإجمالي في الاقتصاد مقارنة بالمعادلة (12. 7) في نموذج Kaldor، وبالتالي تُصبح المعادلة (28. 7) غير مفيدة لأنها تُعبر فقط عن جزء من الأرباح من إجمالي رأس المال. في هذه الحالة، ينبغي إضافة نسبة جزء الأرباح المتحصل عليها من قبل العمال إلى إجمالي رأس المال في المعادلة (28. 7) للحصول على معدل الربح الإجمالي:

$$\frac{\Pi}{K}=\frac{\Pi_C}{K}+\frac{\Pi_L}{K}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{K}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{K}+\frac{\Pi_L}{K}$$

يُعطى إجمالي مخزون رأس المال (K) أنه مجموع مخزون رأس المال المملوك من قبل الرأسماليين (K_c) والمملوك من قبل العمال (K_L) (أو المملوك بشكل غير مباشر

من خلال القروض المقدمة إلى الرأسماليين)، ويتم فرض معدل فائدة (r) على هذه القروض، ويُمكن كتابة المعادلة الأخيرة على النحو:

$$\frac{\Pi}{K}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{K}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{K}+\frac{rK_L}{K} \quad (7.29)$$

يجب الآن إيجاد صيغة تُعبر عن (K_L/L): من شرط التوازن الديناميكي $(S=I)$ لدينا:

$$\frac{S_L}{S}=\frac{I_L}{S}$$

نعلم أن:

$$S_L=s_L\left(W+\Pi_L\right)=s_L\left(Y-\Pi_C\right)$$

وعليه:

$$\frac{S_L}{S}=\frac{s_L\left(Y-\Pi_C\right)}{I} \quad (7.30)$$

من المعادلة (7.27) نجد قيمة (Π_c/I):

$$\frac{\Pi_C}{I}\frac{I}{Y}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{Y}-\frac{s_L}{s_c-s_L}$$

$$\Rightarrow\frac{\Pi_C}{I}=\frac{1}{s_c-s_L}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}$$

باستبدال (Π_c/I) بما يُساويها في المعادلة (7.30):

$$\frac{S_L}{S}=s_L\frac{Y}{I}-s_L\frac{\Pi_C}{I}=s_L\frac{Y}{L}-s_L\left(\frac{1}{s_c-s_L}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}\right)$$

$$\frac{S_L}{S}=s_L\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}-\frac{s_L^2}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}=\left(s_L+\frac{s_L^2}{s_c-s_L}\right)\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}$$

$$\frac{S_L}{S}=\left[\frac{s_L\left(s_c-s_L\right)+s_L^2}{s_c-s_L}\right]\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}=\left[\frac{s_Ls_c-s_L^2+s_L^2}{s_c-s_L}\right]\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}$$

$$\frac{S_L}{S}=\left(\frac{s_Ls_c}{s_c-s_L}\right)\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L} \quad (7.31)$$

وفق Pasinetti (1962)، يُوجد هناك مبدأ مؤسساتي في النظام الإنتاجي ينص على أن الأجور تُوزع بين أعضاء المجتمع تناسبيا مع مقدار العمل الذي يُسهم به كل فرد وتُوزع الأرباح تناسبيا مع حجم رأس المال الذي يملكه كل فرد. إذا تم توزيع الأرباح بما يتناسب مع رأس المال المملوك، سيتم على المدى الطويل توزيع الأرباح بما يتناسب مع حجم الادخار المخصص له. بعبارة أخرى "**من أجل تحقيق نمو على المدى الطويل، سيكون معدل الربح الذي تتلقاه كل فئة بدلالة حجم الادخار نفسه لجميع الفئات [....] هذا يعني بالنسبة لكل فئة، تكون الأرباح على المدى الطويل تناسبية مع الادخار**" (Pasinetti 1962 :272-273):

$$\frac{\Pi_L}{S_L}=\frac{\Pi_C}{S_C}$$

تُعتبر هذه العلاقة التناسبية بين الأرباح والمدخرات الصيغة الأساسية لمشكلة الأرباح والتوزيع بأكملها. في هذا الإطار، يرى Pasinetti (1962) أن هذا الاستنتاج منطقي ومُشتق بطريقة بسيطة من المبدأ المؤسسي الذي ينص على أن الأرباح تُوزع بما

يتناسب مع ملكية رأس المال: إذا تحصلت فئة أو طبقة ما على كل دخلها حصريا من الأرباح، فإن سُلوك الادخار لديها سيُحدد القيمة الحالية لنسبة الأرباح إلى الادخار للنظام ككل. يُمكن رؤية ذلك ببساطة بدمج دالة الادخار في العلاقة الأخيرة:

$$\frac{\Pi_L}{s_L\left(W+\Pi_L\right)}=\frac{\Pi_C}{s_c\Pi_C}$$

يُمكن كتابة هذه العلاقة بطريقتين:

$$s_L\left(W+\Pi_L\right)=s_c\Pi_L \qquad (7.\ 32)$$

أو

$$s_LW+s_L\Pi_L=s_c\Pi_L \Rightarrow s_LW=s_c\Pi_L-s_L\Pi_L$$
$$s_LW=\left[\left(1-s_L\right)-\left(1-s_c\right)\right]\Pi_L \qquad (7.\ 33)$$

تُظهر هتان الصيغتان أن ميل ادخار العمال لا يلعب دورا في تحديد إجمالي الأرباح الذي يعتمد حصريا على ميل ادخار الرأسماليين. على المدى الطويل، تُشير المعادلة (32 .7) أن الادخار الكلي للعمال يُساوي حجم ادخار الرأسماليين المُشتق من أرباح ادخار العمال،[12] أما المعادلة (33 .7) فتُظهر أن الادخار المُشتق من الأجور يُساوي دائما الاستهلاك الإضافي للعمال المتحصل عليه من الأرباح (الاستهلاك الإضافي يُقصد به الاستهلاك الزائد عما يُمكن للرأسماليين استهلاكه إذا تحصلوا على

[12] - على المدى الطويل، عندما يدخر العمال يحصلون على مقدار من الأرباح $\left(\Pi_L\right)$ ما يجعل إجمالي مدخراتهم تُساوي بالضبط المقدار الذي يُمكن للرأسماليين ادخاره من أرباح العمال $\left(\Pi_L\right)$ إذا بقيت هذه الأرباح بحوزتهم.

تلك الأرباح $\Pi_L(1-s_c)$). بعبارة أخرى، يحصل العمال دائمًا على مقدار من الأرباح يتناسب مع مدخراتهم مهما كان معدل الربح، لذا فإن معدل الربح غير مُحدد من قبل العمال.

من ناحية أخرى، هناك علاقة مباشرة بين مدخرات وأرباح الرأسماليين لأن مدخراتهم تتأتى من الأرباح، وبالتالي وفق قيمة (s_c) معطاة هناك علاقة واحدة فقط تناسبية بين الأرباح والمدخرات التي تجعل $(\Pi_C / s_c\Pi_C)$ مُساوية (Π_C / S_C). في هذه الحالة، تُحدد نسبة الادخار المشتقة من أرباح الرأسماليين (s_c) نسبة الأرباح إلى الادخار لجميع فئات المدخرين وكذا توزيع الدخل بين الأرباح والأجور للنظام ككل.

من جانب آخر، نسبة ادخار العمال إلى ادخار الرأسماليين تُساوي نسبة مخزون رأس مال العمال إلى مخزون رأس مال الرأسماليين:

$$\frac{S_L}{S_C} = \frac{K_L}{K_C}$$

و عليه:

$$\frac{S_L}{S} = \frac{K_L}{K}$$

بتحويل الصيغة (7.31) نجد:

$$\frac{K_L}{K} = \left(\frac{s_L s_c}{s_c - s_L}\right)\frac{Y}{I} - \frac{s_L}{s_c - s_L} \qquad (7.34)$$

باستبدال المعادلة (7.34) في معادلة الربح (المعادلة (7.29)):

$$\frac{\Pi}{K}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{K}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{K}+r\left(\frac{s_L s_c}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\right) \quad (7.\ 35)$$

تُصبح حصة الربح إلى إجمالي الدخل مُساوية إلى:

$$\frac{\Pi}{K}\frac{K}{Y}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{K}\frac{K}{Y}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{K}\frac{K}{Y}+r\left(\frac{s_L s_c}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\right)\frac{K}{Y}$$

$$\frac{\Pi}{Y}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{Y}-\frac{s_L}{s_c-s_L}+r\left(\frac{s_L s_c}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}\frac{K}{Y}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{K}{Y}\right)$$

$$\frac{\Pi}{Y}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{Y}-\frac{s_L}{s_c-s_L}+r\left(\frac{s_L s_c}{s_c-s_L}\frac{K}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{K}{Y}\right) \quad (7.\ 36)$$

هتين المعادلتين (35. 7) و (36. 7) تستبدلان معادلتي معدل الربح وتوزيع الدخل بين الأجور والأرباح في نموذج **Kaldor** على التوالي.

2.2. معدل الربح، التوزيع والنمو

افترضنا سابقا قيام العمال بإقراض مدخراتهم المتراكمة للرأسماليين، والنتيجة أن معدل الفائدة (r) يُصبح مُساويا معدل الربح (Π / K) **"في نموذج التوازن طويل الآجل، ينبغي وضع فرضية تنص على أن معدل الفائدة يُساوي معدل الربح"** (Pasinetti **109 :1974**).

نستبدل (r) بـ (Π / K) في المعادلة (35. 7)، نجد:

$$\frac{\Pi}{K}=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{K}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{K}+\frac{\Pi}{K}\left(\frac{s_Ls_c}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\right)$$

$$\frac{\Pi}{K}\left(1-\frac{s_Ls_c}{s_c-s_L}\frac{Y}{I}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\right)=\frac{1}{s_c-s_L}\frac{I}{K}-\frac{s_L}{s_c-s_L}\frac{Y}{K}$$

$$\frac{\Pi}{K}\left(\frac{(s_c-s_L)I-s_cs_LY+s_LI}{(s_c-s_L)I}\right)=\frac{I-s_LY}{(s_c-s_L)K}$$

$$\frac{\Pi}{K}\left(\frac{s_c(I-s_LY)}{I}\right)=\frac{I-s_LY}{K}$$

مع العلم أن $(I-s_LY\neq 0)$ (عدا ذلك لن تكون (Π/K) مُحددة). للحفاظ على وضعية التوظيف الكامل، يجب بلوغ مستوى استثمار معين محدد بشكل خارجي من خلال معدل النمو الطبيعي $(I/K=g_n)$ (التقدم التكنولوجي زائدا النمو السكاني). في هذه الحالة، يُوجد معدل توازني واحد فقط للربح مُحدد بمعدل النمو الطبيعي مقسومًا على ميل ادخار الرأسماليين، ويُصبح معدل الربح وحصة الربح على المدى الطويل $(r^*=\Pi/K)$:

$$r^*=\frac{1}{s_c}\frac{I}{K}=\frac{g_n}{s_c} \quad (7.37)$$

$$h^*=\frac{\Pi}{Y}=\frac{1}{s_c}\frac{I}{Y} \quad (7.38)$$

لاحظ أن هتين المعادلتين شبيهتين أيضا بالمعادلتين (15. 7) و (16. 7) في نموذج Kaldor، لكن في نموذج Pasinetti ليس ضروريا افتراض ميل صفري

لادخار العمال. لاحظ أن معدل الربح في التوازن طويل الآجل يكون مُحددا فقط بالعوامل المتحكم بها من قبل الرأسماليين أو معدل تراكم رأس المال (المُساوي لمعدل النمو الطبيعي) وميل ادخار الرأسماليين المشتق من الأرباح، وعليه تُمارس تكنولوجيا الإنتاج وميل ادخار الرأسمالين تأثيرا على توزيع الدخل بين الأجور والأرباح ما يعني أن معدل الربح التوازني على المدى الطويل يُحدد فقط بمتغيرات الاقتصاد الكلي تحت تحكم الرأسماليين. أما ميل ادخار العمال سيُؤثر على مخزون رأس المال الذي يملكونه وعلى تقسيم الأرباح بين الرأسماليين والعمال ولكن ليس على معدل الربح الإجمالي في الاقتصاد ككل. لذلك، لتحديد معدل الربح ليس هناك حاجة لوضع قيود على سلوك العمال اتجاه الادخار المشتق من الأنواع المختلفة للدخل.[13] وبالمثل، تكشف هذه النتائج أهمية قرارات الرأسماليين اتجاه الادخار والتي تُعتبر استراتيجية للنظام الاقتصادي ككل، ربما هذا منطقي كونها الفئة التي تقوم بعملية تراكم رأس المال والإنتاج في الاقتصاد (كما أشار إليه Ricardo).

أخيرا، من المعادلة (37. 7) يُمكننا الحصول على معدل الحد الأدنى للربح التوازني على المدى الطويل وفق معدل نمو طبيعي معطى عندما لا يستهلك

---

[13] - يقول Pasinetti (1974 :113) **"من منظور العمال، دائما هذا صحيح: أيا كان ما يُمكن للعمال القيام به، يُمكنهم فقط المشاركة في إجمالي الأرباح المحددة سلفا، لكن ليس لديهم القدرة على التأثير فيه على الإطلاق"**.

الرأسماليون على الاطلاق أو $(s_c = 1)$، في هذه الحالة تُصبح المعادلة (37. 7) من الشكل:

$$r_{\min}^{*} = g_n \qquad (7.\ 39)$$

هذا المعدل للربح التوازني محدد فقط بمعدل النمو الطبيعي معطى وفق معدل نمو القوى العاملة والتقدم التكنولوجي.

2.3. قيود على النموذج

يفرض Pasinetti (1962) قيدين على القيمة التي يجب أن تأخذها ميول ادخار العمال (s_L) والرأسماليين (s_c) .

1- لا ينبغي أن يكون ميل ادخار العمال أكبر من نسبة الاستثمار إلى الناتج:

$$s_L \prec \frac{I}{Y}$$

سيتبعد هذا القيد إمكانية الحصول على أرباح صفرية أو سلبية في النموذج. لكم إذا لم يتحقق هذا الشرط، سيدخل الاقتصاد في حالة "البطالة الكينزية المزمنة".

2- ينبغي أن يكون ميل ادخار الرأسماليين أكبر من نسبة الاستثمار إلى الناتج:

$$s_c \succ \frac{I}{Y}$$

سيتبعد هذا الشرط إمكانية أجور سلبية أو صفرية في النموذج. لكن إذا لم يتحقق هذا القيد، سيدخل الاقتصاد في حالة "التضخم الكينزي المزمن".

يتم تطبيق النموذج في ظل هذه القيود و التي ضمنها تُمّثل توزيعا للدخل (Π / Y) و (Π / K) معدل الربح اللذان يضمنان بقاء النظام في حالة التوازن. من أجل إبقاء النظام في حالة الاستقرار، لابد من تحقق الشرط التالي:

$$s_L \prec \frac{I}{Y} \prec s_c$$

يجب أن تكون هناك آلية سعرية يزيد أو ينقص فيها مستوى السعر بالنسبة لمستوى الأجور (هامش الربح) تبعا ما إذا كان الطلب يتجاوز أو يقل عن العرض وإذا ما تحقق الاستثمار التوازني بشكل فعال.

إذا تحققت هذه الشروط سيكون النظام مستقرا، أي يتحدد تغير حصة الأرباح عبر الزمن بدلالة العلاقة بين الطلب الكلي (I / Y) والعرض الكلي (S / Y) :

$$\frac{d(\Pi / Y)}{dt} = f\left(\frac{I}{Y} - \frac{S}{Y}\right)$$

$$f(0) = 0, f'(\bullet) \succ 0$$

مع مرور الزمن، تُصبح حصة الأرباح ثابتة، متزايدة أو متناقصة بناءا على ما إذا كان الادخار الكلي في النظام يُساوي، أصغر أو أكبر من الاستثمار الكلي: للحفاظ على التوازن $(I = S)$ تبقى حصة الأرباح ثابتة عبر الزمن، أما إذا كان $(I / Y \succ S / Y)$ ترتفع حصة الربح والعكس صحيح.

المعادلة أعلاه هي معادلة تفاضلية يتم حلها بدلالة تغير الحصة التوازنية للربح.[14] يُظهر شرط الاستقرار الوحيد أن:

$$\frac{d(I/Y)}{d(\Pi/Y)} \prec \frac{d(s/Y)}{d(\Pi/Y)}$$

أي أن استجابة (I/Y) لتغير (Π/Y) عن قيمتها التوازنية لابد أن تكون أصغر من استجابة (S/Y)، لكن لاحظ أن تغير نسبة الاستثمار إلى الناتج (I/Y) بدلالة حصة الربح (Π/Y) يُساوي الصفر لأن (I/Y) وفق النموذج لا يتحدد بدلالة تغير (Π/Y). تم تعريف الاستثمار (I) أنه حجم الاستثمارات الذي يضمن التوظيف الكامل عبر الزمن والمُحدد خارج النظام بدلالة نمو التكنولوجيا والنمو السكاني:

---

[14] - نذكر أن $h^* = (\Pi/Y)^*$ هي القيمة التوازنية لـ (h) عند $I/Y - S/Y = 0$. باستخدام توسيع Taylor حول هذه القيمة التوازنية، يُصبح لدينا:

$$\frac{d}{dt}\left[h-h^*\right] = f(0) + f'(0)\left[\frac{d}{dh}\left(\frac{I}{Y}\right) - \frac{d}{dh}\left(\frac{S}{Y}\right)\right]_{h=h^*}\left[h-h^*\right]$$

حيث يُعطى العنصر الموجود في العارضة ثابتا لأن الاشتقاق يتم عند نقطة محددة عند التوازن (h^*)، وعليه:

$$\left[\frac{d}{dh}\left(\frac{I}{Y}\right) - \frac{d}{dh}\left(\frac{S}{Y}\right)\right]_{h=h^*} = m$$

بتكامل المعادلة، نحصل على:

$$\left[h-h^*\right]_t = \left[h-h^*\right]_0 \ell^{f'mt}$$

ولأن $(f' \succ 0)$ فإن الشرط الوحيد الذي يجعل هذه الصيغة تتجه نحو الصفر (ليُصبح النظام مستقرا) هو أن يكون $(m \prec 0)$.

$$\frac{d\left(I/Y\right)}{d\left(\Pi/Y\right)}=0$$

لابد أن يكون تغير معدل ادخار في الاقتصاد ككل بدلالة تغير حصة الأرباح أكبر من الصفر:

$$\frac{d\left(S/Y\right)}{d\left(\Pi/Y\right)}\succ 0\Rightarrow\frac{d\left(s_L\frac{W}{Y}+s_L\frac{\Pi_L}{Y}+s_c\frac{\Pi-\Pi_L}{Y}\right)}{d\left(\frac{\Pi}{Y}\right)}\succ 0$$

من المعادلة (7.13):

$$s_LW=\left[\left(1-s_L\right)-\left(1-s_c\right)\right]\Pi_L$$

نقوم باستبدال قيمة $\left(s_LW\right)$ في المشتق:

$$\frac{d\left(\left[\left(1-s_L\right)-\left(1-s_c\right)\right]\frac{\Pi_L}{Y}+\left(1-s_L+s_c\right)\frac{\Pi_L}{Y}+s_c\frac{\Pi}{Y}\right)}{d\left(\frac{\Pi}{Y}\right)}\succ 0$$

$$\frac{d\left(s_c\frac{\Pi}{Y}\right)}{d\left(\frac{\Pi}{Y}\right)}=s_c\succ 0$$

لابد أن يتحقق هذا الشرط: في نظام يتم فيه خلق استثمارات فعالة في ظل التوظيف الكامل وأسعار مرنة بالنسبة للأجور، فإن الشرط الوحيد لتحقيق استقرار النظام هو أن يكون ميل ادخار الرأسماليين أكبر من الصفر.

2.4. محددات توزيع رأس المال

قام Pasinetti (1974) بتحديد توزيع رأس المال بين العمال والرأسماليين في اقتصاد ما ينمو بمعدل النمو الطبيعي الذي يضمن وضعية التوظيف الكامل.

يعني شرط التوازن في الحالة المستقرة أن:

$$\frac{\dot{K}}{K} = g_n \Rightarrow \frac{\dot{K}_c}{K_c} = \frac{\dot{K}_L}{K_L} = g$$

يفترض النموذج أيضا عدم اهتلاك رأس المال ويُصبح بذلك شرط التوازن مُساويا $S = I = \dot{K}$، و يُصبح تغير مخزون رأس المال لكل طبقة مُساويا حجم مدخراتهم:

$$\dot{K}_L = s_L\left(Y - rK\right) + s_L rK_L = gK_L \quad (7.40)$$

$$\dot{K}_c = s_c rK_c = gK_c \quad (7.41)$$

من المعادلة (7.40) نجد نسبة رأس مال العمال إلى إجمالي مخزون رأس المال:

$$\frac{\dot{K}_L}{K_L} - n = \frac{s_L\left(Y - rK\right)}{K_L} + s_L r - g = 0$$

$$\frac{s_L\left(Y - rK\right)}{K_L} = \left(g - s_L r\right)$$

$$s_L\left(Y - rK\right) = \left(g - s_L r\right)K_L$$

وعليه:

$$K_L = \frac{s_L\left(Y - rK\right)}{\left(g - s_L r\right)}$$

بقسمة طرفي المعادلة على (K):

$$\frac{K_L}{K}=\frac{s_L\left(Y-rK\right)}{K\left(g-s_L r\right)}$$

الآن بقسمة بسط ومقام الجانب الأيمن من المعادلة على (Y) نحصل على نسبة رأس المال إلى الناتج (v):

$$\frac{K_L}{K}=\frac{\frac{s_L\left(Y-rK\right)}{Y}}{\frac{K\left(g-s_L r\right)}{Y}}=\frac{s_L\left(1-rv\right)}{v\left(g-s_L r\right)} \tag{7. 42}$$

باستبدال معدل الربح بما يُساويه في المعادلة (7 .37) في هذه الصيغة:

$$\frac{K_L}{K}=\frac{s_L\left(1-v\frac{g}{s_c}\right)}{v\left(g-s_L\frac{g}{s_c}\right)}=\frac{s_L\left(\frac{s_c-vg}{s_c}\right)}{v\left(\frac{\left(s_c-s_L\right)g}{s_c}\right)}$$

$$\frac{K_L}{K}=\frac{s_L\left(s_c-gv\right)}{\left(s_c-s_L\right)gv} \tag{7. 43}$$

نعلم أن مخزون رأس المال يُوزع على العمال والرأسماليين، وباستخدام النسبة (K_L/K) يُمكننا ايجاد حصة الرأسماليين من إجمالي مخزون رأس المال في الاقتصاد:

$$K = K_L + K_c \Rightarrow \frac{K}{K} = \frac{K_L}{K} + \frac{K_c}{K}$$

$$\frac{K_c}{K} = 1 - \frac{K_L}{K} = 1 - \frac{s_L(s_c - gv)}{(s_c - s_L)gv}$$

$$\frac{K_c}{K} = \frac{(s_c - s_L)gv - s_L(s_c - gv)}{(s_c - s_L)gv} = \frac{s_c gv - s_L gv - s_L s_c + s_L gv}{(s_c - s_L)gv}$$

$$\frac{K_c}{K} = \frac{(nv - s_L)s_c}{(s_c - s_L)gv} \qquad (7.\ 44)$$

أخيرا تحصلنا على معادلتين ((7 .43) و (7 .44)) تُحددان توزيع رأس المال بين طبقتين اجتماعيتين (العمال والرأسماليون). وكما يُمكن رؤيته، يعتمد توزيع رأس المال على معدل النمو الطبيعي، نسبة رأس المال إلى الناتج وعلى ميول ادخار العمال والرأسماليين. ورغم أن (s_L) لا يتدخل في تحديد معدل الربح في الاقتصاد، لكنه ضروري لمعرفة توزيع الثروة بين الرأسماليين والعمال.

3. السياسة الاقتصادية وفق نماذج Kaldor-Pasinetti

تُؤكد نماذج Kaldor وPasinetti على الفكرة أنه إذا لم ينمو الاقتصاد عند معدل النمو الطبيعي مع ثبات نسبة رأس المال إلى الناتج (v)، لابد أن تتغير نسبة الاستثمار إلى الناتج (I/Y) مُحَددة بذلك حصة الأرباح في الاقتصاد (Π/Y) والتي بدورها تُحدد تغير معدل الادخار في الاقتصاد (S). كما رأينا سابقا، لأن ميل الادخار في الاقتصاد مُحدد أساسا بميل ادخار الرأسماليين فمن الضروري زيادة حصة دخل

هذه الفئة من الناتج أو حصة أرباحها في الناتج (Π / Y)، لهذا ينبغي رفع نسبة الاستثمار إلى الناتج (I / Y) أو مُعامل الاستثمار في الاقتصاد.

ينبغي على السياسة الاقتصادية توفير شروط مناسبة ومحددة لزيادة عدد المستثمرين في القطاع الخاص (أو الرأسماليون): بمعنى اعطاء نمو الاقتصاد الأفضلية لُمشاركة أرباح الدخل لأن المدخرات الاجمالية تعتمد في نهاية المطاف على الدخل الذي يحصل عليه الرأسماليون. هذا يعني على المدى الطويل إمكانية نمو الاقتصاد على حساب مشاركة الأجور في الدخل (هذا الاستنتاج الخاص يجعل هذه النماذج النيوكينزية أقرب إلى النظرية النيوكلاسيكية).

حقيقة هناك جوانب أخرى للسياسة الاقتصادية التي يُؤكد عليها الاقتصاديون النيوكينزيون: تبعا لتقاليد الفكر الكينزي لـ Harrod وKaldor، يُعتقد أن التدخل الحكومي ضروري لضمان الأداء السليم للاقتصاد في ظل التوظيف الكامل. في عام 1958، نشر Kaldor "مذكرة إلى لجنة رادكليف Momerandum To The Radcliffe Committee" يُبرز فيها إمكانية تأثير السياسة الحكومية على الاستقرار الاقتصادي والنمو.

يُسلط Kaldor (1958) الضوء على أهمية السياسة النقدية في تثبيت أسعار الفائدة قصيرة الآجل للسيطرة على المضاربة المالية. كما ذكرنا آنفا، في نظرية Keynes تلعب توقعات المستثمر دورا حاسما في تحديد حجم الاستثمار في ظل بيئة عدم اليقين

لاتخاذ القرارات ذات الصلة: في بيئة عدم اليقين يزيد عدم الاستقرار مما يُثبط حافز الاستثمار الخاص، ونتيجة زيادة عدم اليقين ترتفع منحة المخاطر ومعدلات الفائدة طويلة الآجل ما يجعل الاستثمار مُكلفا أكثر...كل هذا يُولد انكماشا في الاستثمار ويقع الاقتصاد في حالة الركود ما لم يرتفع معدل الربح لمواجهة مُثبطات استثمار الخواص (الرأسماليون). وفق Kaldor، يُمكن تحقيق هذه الزيادة في معدل الربح عبر تطبيق سياسة مالية تُحفز جانب الطلب (على سبيل المثال التخفيضات الضريبية).

بهذه الطريقة، يرى Kaldor (1958) أن السياسة النقدية ينبغي أن تُستخدم لتحقيق استقرار الاقتصاد على المدى القصير، في حين تُمثل السياسة المالية أداة فعالة لتحقيق أهداف النمو على المدى الطويل. لابد أن نُشير أن السياسة المالية التي يُؤكد عليها Kaldor-Pasinetti تستند أساسا على إدارة معدلات الضرائب وليس على التوسع العشوائي في الإنفاق المالي (رغم أن هذه الفكرة لم تقدم بشكل مباشر وصريح في النماذج النيوكينزية التي تم معالجتها).

4. حدود نماذج Kaldor-Pasinetti

تعرضت نماذج Kaldor —Pasinetti لعدد من الانتقادات التالية:

- يستند هذا النموذج على عدد من الافتراضات التقييدية (حول معدل الربح، حصة الأرباح ونسبة رأس المال إلى الناتج) والتي ليس من السهل استيفاءها لتحقيق النمو في ظل التوظيف الكامل على المدى الطويل.

- نقطة ضعف أخرى في نموذج Kaldor أنه يُرجع جميع الأرباح إلى الرأسماليين ما يعني ضمنيا أن مدخرات العمال يتم تحويلها بالكامل كهدية للرأسماليين، والذي من الواضح أنه افتراض غير واقعي: في هذه الحالة لن يُدخر أي عامل على الإطلاق.
- يُهمل نموذج Kaldor-Pasinetti تأثير التقدم التقني في توزيع الدخل، فحتى لو افترضنا ميل ادخار العمال مُساويا الصفر فمن غير الممكن رفع إجمالي أرباح رجال الأعمال بمقدار مساو بالضبط لـ "كرم الأرملة". في الحقيقة، التقدم التقني هو الذي يُساعدنا على زيادة الإنتاج.
- تم انتقاد نظرية Cambridge خصوصا القيد القائل بأن ميل ادخار العمال يجب أن يكون أقل من الرأسماليين والذي قاد Meade (1963) وSamuelson and Modigliani (1966) لصياغة "النظرية الثنائية Duality Theorem": بمجرد السماح للعمال بتحقيق معدل ادخار مرتفع، وُجد أن العمال على المدى الطويل يملكون كل مخزون رأس المال في الاقتصاد ما يعني القضاء التام على طبقة الرأسماليين عكس ما اقترحه Kaldor أو Pasinetti. لكن هذه النتيجة تعتمد أساسا على تبني افتراضات صارمة بشأن التكنولوجيا (قابلية الإحلال التام بين عوامل الإنتاج) والميول اتجاه الادخار.

- مثل جميع النماذج النيوكينزية للنمو الاقتصادي، يفترض نموذج Kaldor-Pasinetti دالة إنتاج لا تسمح بوجود إحلال بين عوامل الإنتاج، لذا يُقدم النموذج صورة جامدة وغير كاملة عن التقدم الاقتصادي.
- عندما تزيد نسبة الاستثمار إلى الدخل (I/Y)، يُصبح الرأسماليون متفائلين بشأن ارتفاع حصة الأرباح، وبالنظر إلى قيم (s_w) و (s_c) يقوم الرأسماليون بإعادة استثمار أرباحهم. بهذه الطريقة، يكون هناك توسع غير محدود للاقتصاد، لكن في الواقع من غير ممكن حدوثه، بل من المرجح أن يُؤدي الارتفاع المستمر في نسبة الاستثمار إلى الناتج لزيادة الإنفاق، التضخم في الأجور وارتفاع الأسعار-الأجور التي تُحدد توزيع الدخل، وعليه تُصبح نظرية Kaldor ضعيفة ولا تُناقش الآثار المترتبة لزيادة (I/Y).
- تُعتبر نظرية التوزيع النيوكينزية غير واقعية لأنها لا تأخذ في الحسبان عامل رأس المال البشري الذي يلعب دورا هاما في تحديد الحصص التوزيعية في الدخل الوطني، حيث تنص النظرية بشكل صريح أن رفع (I/Y) سيزيد حصة الأرباح في الدخل ويُخفض حصة الأجور، ونتيجة لهذا الانخفاض في حصة العمالة يتم تشويه شرط حاملي الأجر والذي بدوره سيُخفض الدخل والناتج الحقيقي في الاقتصاد. بمعنى آخر، فشلت النظرية في إدراج رأس المال البشري ما يجعل هذه النظرية بسيطة جدا في تفسير تعقيدات العالم الحقيقي.

الجزء الثاني

نماذج النمو الداخلي

أظهرت نماذج النمو الاقتصادي المقدمة لحد الآن (النيوكلاسيكية أو الكينزية على حد سواء) نتائج متشابهة في محاولة تفسيرها للنمو طويل المدى: حاجة نصيب الفرد من الناتج على المدى الطويل لتقدم تكنولوجي مُحدد خارج النموذج ليُحقق نموا مستمرا (مستديما) على المدى الطويل وتقاربا عبر مختلف البلدان بغض النظر عن الشروط الأولية. وفق هذه النماذج، يتحدد معدل النمو خارج النظام الاقتصادي أي لا يعتمد على القرارات المتخذة من قبل الأعوان الاقتصاديين الناشطين فيه (الأسر، الشركات و الحكومة)، كما أنه غير مُحدد بمعدلات تراكم العوامل و السبب في ذلك "فرضية عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال": يتوقع النموذج النيوكلاسيكي بدون تقدم تكنولوجي أن يقترب الاقتصاد في نهاية المطاف إلى حالة مستقرة بمعدل نمو صفري لنصيب الفرد، لذا لا يُمكن توليد نمو على المدى الطويل إلا بوجود تحسينات تكنولوجية "غير مدرجة" في النموذج أي أننا لا نعلم أي شيء عن طبيعة مصادر هذه التحسينات التكنولوجية، لهذا السبب كان لابد من افتراض التقدم التكنولوجي محدد بشكل خارجي.[1]

عبر مراجعة النماذج سابقة الذكر، إذا أردنا شرح محددات النمو على المدى الطويل دون اللجوء لعوامل خارجية يجب علينا التخلي عن بعض الافتراضات التي تتبناها هذه النماذج (خصوصا النموذج النيوكلاسيكي). إحدى سبل الخروج من هذه المشكلة هو توسيع مفهوم رأس المال خصوصا بتضمين المكونات البشرية دون الحاجة لافتراض وجود تقدم تكنولوجي (أو أنه محدد خارجيا)، ثم افتراض أن العوائد

[1] - أنظر الملحق 5 الذي يُلخص نتائج نماذج الفصول السابقة.

المتناقصة لا ينطبق على هذا المفهوم الأوسع لرأس المال ما يعني أن معدل النمو طويل المدى أصبح الآن حساسا لمعدل تراكم عوامل الإنتاج (رأس المال المادي والبشري) والسياسات الاقتصادية المرتبطة بها عكس ما يتوقعه النموذج النيوكلاسيكي. هناك رأي آخر يرى أن التقدم التكنولوجي على شكل توليد أفكار جديدة هو السبيل الوحيد الذي يُمَكن الاقتصاد الإفلات من قبضة تناقص عوائد الحجم على المدى الطويل، وهكذا أصبح من الأولويات تجاوز معالجة التقدم التكنولوجي أنه "خارجي" وتقديم تحليل منهجي للفروق الحاصلة في مستويات الدخل عبر البلدان وعملية النمو الاقتصادي في نماذج يتم خلالها إدراج الخيارات التكنولوجية والتقدم التكنولوجي داخل النظام.

إن التخلي عن بعض الافتراضات النيوكلاسيكية لهذا الغرض يُؤدي لظهور نظرية "النمو الداخلي أو الذاتي Endogenous Growth" أو "نظرية النمو الجديدة New Growth Theory". في الأصل تم استخدام عبارة "نمو داخلي" للإشارة إلى النماذج التي تُؤدي فيها تغييرات السياسات الحكومية كدعم أنشطة البحث والتطوير، الضرائب على الاستثمار أو الإنفاق الحكومي إلى جانب قرارات الأعوان اتجاه الاستثمار في عوامل الإنتاج والتكنولوجيا لزيادة معدل النمو بشكل دائم. أو بعبارة أخرى، تعني "الذاتية" توليد النمو الاقتصادي بقوى داخل النظام (محددة داخل النظام الاقتصادي أو النموذج).[2]

---

[2] - وفق معجم Merriam Webster الجامعي، يُقصد بكلمة داخلي أو ذاتي **"تلك التي تُسببها عوامل داخل كيان أو نظام معين"**.

بالرغم أن نماذج النمو الداخلي كانت الموضوع الرئيسي في الأدبيات الاقتصادية منذ منتصف الثمانينات أساسا بفضل أعمال Paul Romer (1986,1990)، Robert Lucas (1988)، Robert Barro (1990)، Sergio Rebelo (1991)، Aghion and Howitt (1992,1998) (من بين آخرين)، إلى أن تاريخ النمو الداخلي يعود أبعد مما هو متوقع على الأقل بفضل مساهمات Kenneth Arrow (1962) و Marvin Frankel (1962).

بشكل عام، تنشأ هذه النماذج من الحاجة لشرح ثلاث حقائق أخفقت النظرية النيوكلاسيكية في تفسيرها:

- أولا، ينبغي على نماذج النمو الداخلي أن تُفسر لماذا تمكنت الاقتصاديات الصناعية من توليد معدلات نمو موجبة لأكثر من قرن من الزمن والإنتاج الكثير من السلع والخدمات عبر الزمن. وفق Romer (1990: S71)" **أصبح نصيب ساعات العمل من الناتج في الولايات المتحدة عشر أضعاف ما كان عليه قبل مئة عام. التفسير يمٌكن أن نُرجعه لــ "التغير التكنولوجي""**.
- من الضروري تفسير محددات التقدم التكنولوجي كونه المحدد الرئيسي للنمو على المدى الطويل ونمذجته داخل النظام، أو التعامل مع التقدم التقني أنه نشاط اقتصادي ناتج عن قرارات عقلانية للأعوان الاقتصاديين (الأسر والشركات).[3]

---

[3] - بالإضافة لضرورة تفسير نمو رأس المال البشري أو تطور القوى العاملة الفعلية الناتجة عن تطور تكنولوجيات التعليم.

- لابد من تفسير نمط "التباعد الكبير" النظامي الملاحظ في بيانات مستويات ونمو دخل اقتصاديات العالم دون الحاجة لشرحها بعوامل غير مُفسرة أو محددة خارجيا.

من بين الأدوات النظرية المستخدمة من قبل نماذج النمو الداخلي نُشير لدالة الإنتاج ذات عوائد الحجم الثابتة أو عوائد الحجم المتزايدة لعوامل الإنتاج، بالإضافة لإدراج عوامل جديدة في النموذج كالتعليم والتدريب أثناء العمل كشكل من أشكال رأس المال البشري، وتطوير تكنولوجيات جديدة في السوق العالمي. في ظل هذه التغيرات المدرجة في النموذج النيوكلاسيكي التقليدي، تم الكشف عن إمكانية غير محدودة لتوليد نمو الناتج لأن عوائد استثمار رأس المال بمعناه الواسع (بما في ذلك رأس المال البشري) لا تنخفض بالضرورة مع تطور الاقتصاد. من جانب آخر، يُعتبر نشر المعرفة والتأثيرات الخارجية الناتجة عن التغير التكنولوجي جد حاسمة لأنها تُعوض الميل الهبوطي للنواتج الحدية لتراكم رأس المال المادي.

أخيرا، وفق هذه النظرية أصبح النمو الاقتصادي غير مستقل تماما عن السياسة الاقتصادية التي تُمارس تأثيرات دائمة على النمو طويل المدى ما يُمثل اختلافا واضحا عن نماذج النمو النيوكلاسيكية الذي يكون فيه النمو طويل الآجل مستقلا تماما عن التغييرات الحاصلة في السياسة الاقتصادية، نظرا لأن آثارها "مؤقتة" على نصيب الفرد.

ظهور نظرية النمو الداخلي

إن إحدى الإسهامات الرئيسية لنظرية النمو الداخلي أنها استطاعت إعادة توجيه اهتمام علماء الاقتصاد نحو نظرية النمو مجددا. فبعد بلوغها الذروة بين الثلاثينات إلى منتصف الستينات نتيجة سلسلة تطورات على يد اقتصاديي المدرسة النيوكلاسيكية والكينزية، إلا الأدبيات الاقتصادية فقدت اهتمامها بقضية النمو الاقتصادي. في السبعينات، تركز اهتمام مجال الاقتصاد الكلي على نظريات دورات الأعمال الاقتصادية، التوقعات الرشيدة وقضايا البطالة في سياق الأزمة الناتجة عن انهيار نظام Bretton Woods والركود الناتج عن ارتفاع أسعار النفط.

مع ذلك، هناك عوامل ذاتية ومنهجية هامة أُخرى تسببت في تقلص الاهتمام بنظرية النمو كغياب بيانات السلاسل الزمنية موثوق بها لعدد معتبر من البلدان، ندرة الأدلة التجريبية وصعوبة إجراء الدراسات التجريبية التي تسمح بالتحقق من التوقعات النظرية للنماذج...كلها جوانب أثارت انزعاج الاقتصاديين لمواصلة العمل على نظرية النمو.

كان هناك أيضا تباعد مستمر بين نظرية النمو ونظرية التنمية رغم تشابكها القوي تجريبيا. ففي الوقت الذي فقدت فيه نظرية النمو بريقها، اقتربت نظرية التنمية أكثر نحو العلوم الاجتماعية كالأنثروبولوجيا، علم الاجتماع والعلوم السياسية وابتعدت تدريجيا عن نظرية النمو، وبهذه الطريقة عزلت نظرية النمو نفسها عن الواقع الذي سعت لشرحه.

في ثمانينات القرن الماضي، أعاد أعمال عدد من الباحثين الاقتصاديين إحياء قضية النمو عبر توسيع المنظور النيوكلاسيكي وإدراج خصائص جديدة قادرة على تفسير الحقائق المجردة حول النمو بشكل أفضل. ساهمت نظرية النمو الجديدة في إعادة النمو الاقتصادي لمركز النقاش النظري وإدراج مواضيع جديدة في التحليل بما في ذلك جعل التقدم التكنولوجي مُحددا داخليا، إبراز أهمية تراكم رأس المال البشري، التعلم بالممارسة (أثناء العمل)، أهمية أنشطة البحث والتطوير (R&D)، المنافسة غير الكاملة، التأثيرات الخارجية الناتجة عن نشر المعرفة، تزايد عوائد الحجم، أهمية المؤسسات وإدارة السياسة الاقتصادية.

بطبيعة الحال، ساهمت هذه المسائل في التوفيق مجددا بين نظرية النمو ونظرية التنمية وتوسيع الرؤى الاقتصادية خارج نطاق الإنتاج الضيق. مع ذلك، لا يرجع هذا الاهتمام الجديد حول نظرية النمو حصرا للتطورات النظرية الجديدة، فهناك عوامل "طفيلية" أخرى كانخفاض معدل نمو البلدان الغربية مقابل النمو السريع في بلدان شرق آسيا التي ربما تُفسر الاهتمام المتجدد مرة أخرى حول قضايا النمو.

من المساهمات الهامة الأخرى لنظرية النمو الداخلي أنها تمكنت من توليد بيانات تجريبية جديدة: على وجه خاص، تطلب تطور نظرية النمو الجديدة قاعدة بيانات جديدة تتضمن متغيرات يُمكنها قياس الجوانب غير الاقتصادية على عكس القواعد الأولى المستخدمة في نظرية النمو. بهذا المعنى، سمح هذا التطور النظري وتطبيق طريقة تعادل القوى الشرائية (اختصارا PPP) إجراء مقارنات أكثر موثوقية للبيانات

الدولية حول الناتج المحلي الإجمالي والذي بدوره ساهم في إعادة تجدد الاهتمام بنظرية النمو.

من جانب آخر، تهتم نظرية النمو بشكل كبير بالآثار التجريبية لتوقعات النماذج المختلفة المقترحة للمقارنة عبر المدارس الفكرية. في هذا الإطار، يُشير Sala-I-Martin (2002 :6) "**ربطت الأدبيات النيوكلاسيكية في الستينات النظرية بالأدلة ببساطة بذكر عدد من الحقائق المجردة (حقائق Kaldor). لذلك كانت النظرية المقترحة متسقة مع واحدة أو اثنتين أو ربما أكثر من هذه الحقائق**". في هذه الحالة، وجود إمكانية للتحقق من الواقع التجريبي للنماذج المختلفة حفزت ظهور مناقشات جديدة أدت لإحياء الاهتمام بالمسائل طويلة الآجل في الاقتصاد الكلي.

تتشكل نظرية النمو الجديدة أساسا من أعمال Romer (1986, 1987,1990)، Lucas (1988)، Barro (1990)، Rebelo (1991)، Aghion and Howitt (1992,1998) و Acemoglu (1998,2002) من بين آخرين، التي اتخذت نهجا مختلفا عن أعمال جيل سابق أمثال Kaldor (1944,1966)، Nelson and Winter (1959)، Salter (1960)، Arrow (1962)، Uzawa (1965)، Schmookler (1962)، Shell (1966)، Mirrlees (1967) و Sheshinski (1967) - و ربما هذا هو السبب الذي جعل الكثيرين يُشككون في "حداثة" النظرية الجديدة، و أنها لا تُمثل حقا ابتكارا هاما في نظرية النمو.

يُشير Dutt (2003 :67) أن النظرية الجديدة تُصبح مُبتَكرة فقط إذا تجاهلنا المساهمات السابقة لكثير من المؤلفين الذين لا ينتمون للمدرسة النيوكلاسيكية. في هذا الإطار، يُمكن تسليط الضوء على ثلاثة انتقادات رئيسية مُوجهة للأدبيات المتعلقة

بحداثة مساهمة نظرية النمو الداخلي: أولا، يُمكن تتبع جذور التطورات الرئيسية في النظرية الجديدة في أعمال العديد من مفكري المدارس المختلفة بما في ذلك Adam Smith، Karl Marx وAllyn Young من بين آخرين، ولا ربما تقتصر مساهمة النظرية الجديدة فقط في إضفاء الطابع الرسمي المنهجي على الأفكار النظرية لهؤلاء الباحثين. ثانيا، لا يختلف هذا الطابع المنهجي عما قدمه باحثون آخرون من تصويبات في الستينات خاصة عمل Arrow (1962)، Frankel (1962) وUzawa (1965). ثالثا، الخصائص التحليلية لنماذج النمو الداخلي كانت معروفة من قبل لكنها تُركت جانبا لأنها كانت غير واقعية (على الأقل خلال تلك الفترة). ينتقد Richard Nelson (1997) أحد رواد المدرسة التطورية اعتماد هذه النماذج طريقة نمطية لمساهمات عدد من المؤلفين الآخرين حول التقدم التكنولوجي، وكمثال على ذلك يرى Hussein and Thirwall (2000: 432) أن النموذج الأساسي للنمو الداخلي القائم على دالة الإنتاج الخطي (من نوع AK) ليس سوى عودة لنموذج Harrod-Domar.[4]

---

[4] - تحتوي نماذج Harrod وDomar على عناصر النمو الداخلي، لكن المشكلة تكمن في أن النموذجين ينطويان على معدلي نمو مختلفين غير متسقين مع بعضها البعض: معدل نمو خارجي محدد بدلالة معدل النمو السكاني ومعدل نمو داخلي محدد بمعدل بالادخار ونسبة رأس المال إلى الناتج. لقد فرض هذا التناقض مشكلة جادة لكن سرعان ما تم التوفيق بين هذين الجانبين عن طريق جعل نسبة رأس المال إلى الناتج متغيرة بفضل نموذج Solow-Swan، لكن في الوقت نفسه اختفى جانب النمو الداخلي في هذا النموذج.

بصرف النظر عن الانتقادات المتعلقة بحداثة نظرية النمو الداخلي، تم أيضا انتقاد بعض نقاط الضعف في النظرية الجديدة. إن أبرز مساهمة متوقعة لهذه النظرية هو إضفاء الطابع الرسمي على ديناميكيات التغير التكنولوجي في نماذج النمو، لكن يبدو أن هذه التوقعات لم يتم الوفاء بها من وجه نظر بعض الاقتصاديين، لذلك يُركز النقد الرئيسي على العلاج غير المكتمل الذي قدمته نماذج النظرية الجديدة للعوامل الكامنة وراء التغير التقني. ينتقد Nelson (1997) المعاملة البسيطة التي تتلقاها المؤسسات التي تعمل في إطارها الشركات الخالقة للتكنولوجيا إلى جانب عدم الاهتمام بالعوامل وراء توليد التقدم التكنولوجي. من جانبه، يُشير Solow (1994:48-49) أن معظم هذه النماذج لا تتناول مسألة التقدم التكنولوجي مباشرة، بل قامت فقط بتعديل بعض الافتراضات الأساسية للنموذج النيوكلاسيكي، وينتقد Solow إلغاء فرضية تناقص عوائد الحجم لرأس المال (1994 :49-50)، لكنه في المقابل يعترف بأهمية فكرة إدراج جوانب المنافسة غير الكاملة المستمدة من عمل Dixit and Stiglitz (1977) كإحدى المساهمات الهامة لنموذج النمو الداخلي.

تم التشكيك أيضا في قدرة نماذج النظرية الجديدة على تفسير الاتجاهات الحالية في نمو الإنتاجية لبلدان OECD وآسيا، وأخيرا تعرضت هذه النظرية للنقد أيضا لعدم إدراج عوامل جانب الطلب والبطالة في نماذجها، وتوسيع النموذج النيوكلاسيكي بتضمين عناصر الطلب الفعال. بهذا المعنى، تظل نظرية النمو الداخلي ضمن تقاليد النظرية النيوكلاسيكية كونها تُحافظ على فرضيات التوظيف الكامل بسبب مرونة الأجور.

يُقدم هذا الجزء الثاني من الكتاب نماذج النمو الداخلي نبدأها بنماذج النمو الداخلي من الجيل الأول من نوع "نماذج AK" تُؤكد على دور تراكم رأس المال في توليد النمو على المدى الطويل، أما الباب الثاني فيستعرض نماذج النمو الداخلي من الجيل الثاني التي تُؤكد على الابداع والابتكار كمحركات للتقدم التكنولوجي والنمو الاقتصادي.[5]

[5] - شهد مجال النمو الداخلي انفجارا هائلا من حيث توسع وتطور هذه النماذج في جميع النواحي ما يجعل من الصعوبة مناقشتها كلها في هذا الكتاب، لذلك سنتقيد بعدد من النماذج الشائعة ذات الصلة. لمراجعة تطورات هذا الميدان البحثي، أنظر: Aghion and Howitt (1998,2009) و Durlauf et al. (2010).

الباب الأول

نماذج النمو الداخلي من الجيل الأول

الجيل الأول من نماذج النمو الداخلي القائم على تراكم رأس المال أو تُسمى أيضا "نماذج AK" لا تُميز بين تراكم رأس المال والتقدم التكنولوجي، حيث تقوم هذه النماذج بدمج رأس المال المادي والبشري معا وتدرس عملية تراكمها وفق النظرية النيوكلاسيكية إلى جانب رأس المال الفكري الذي يتراكم عند حدوث التقدم التكنولوجي. بمجرد تراكم هذين النوعين من رأس المال لا يبقى هناك سبب لحدوث تناقص لعوائد الحجم لأن جزءا من هذا التراكم يُمثل تقدما تكنولوجيا يعمل على إلغاء ميل عوائد الحجم المتناقص. وفق هذه النماذج، يُمكن رفع معدلات النمو بشكل مُستديم عن طريق ادخار جزء كبير من الدخل يعمل جزء منه على توليد معدل أعلى من التقدم التكنولوجي وبالتالي سينتج عنه نمو أسرع.

نبدأ هذا الباب بالنسخة النيوكلاسيكية لنماذج AK (مساهمة Rebelo وBarro) التي تُظهر إمكانية توليد نمو داخلي مستديم دون الحاجة لافتراض تقدم تكنولوجي خارجي التحديد (الفصل الثامن)، ثم نعرض نماذج AK مع تضمين الآثار

الانتشارية للمعرفة (مساهمة Frankel وArrow-Romer) والتي ربما مثلت المساهمة الأولى في نمذجة التغير التكنولوجي وأكدت على أهمية تراكم المعرفة كمصدر للنمو الاقتصادي (الفصل التاسع). أخيرا، يُؤكد نموذج AK المعروض في الفصل العاشر (مساهمة Uzawa-Lucas) على أهمية تراكم رأس المال البشري في إحداث فروق في مستويات الدخل ومعدلات نموها عبر البلدان وعبر الزمن.

الفصل الثامن

رأس المال الموسع: نماذج AK

في نماذج النمو النيوكلاسيكي، يتحدد معدل نمو نصيب الفرد في الحالة المستقرة بدلالة التقدم التكنولوجي (g) المفروض أنه مُحدد خارج النموذج. صحيح أن هذه النماذج تُوفر إطارا هاما لدراسة الديناميكية الانتقالية لكنها لا تُساعدنا على فهم مصادر نمو نصيب الفرد من الدخل على المدى الطويل.

هل يُمكن للنماذج النيوكلاسيكية (كنموذج Solow-Swan) توليد نمو مستديم دون تقدم تكنولوجي؟ الجواب هو نعم لكن فقط إذا تخلينا عن بعض القيود المفروضة على النموذج. رأينا سابقا وفق دالة إنتاج Cobb-Douglas أنه عند اقتراب حصة رأس المال (α) نحو الواحد يُصبح اقتراب نسبة رأس المال إلى العمل (k) نحو حالتها المستقرة بطيئا جدا؛ هذا الانتقال البطيء جدا نحو الحالة المستقرة هي صفة مميزة "للنمو المستديم" مقارنة باقتصاد ما يتحرك (بسرعة) نحو حالته المستقرة.

إحدى الطرق المتبعة لبناء نظرية للنمو المستديم تتغلب على قانون عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال على المدى الطويل تتمثل ببساطة في استخدام تكنولوجيا من نوع

AK المعروف أيضا بالنموذج الخطي للنمو الداخلي (تم اقتراح نموذج مشابه سابقا من قبل Uzawa (1965)).[1] بدءا من هذا الفصل سينصب تركيزنا على النمو الاقتصادي طويل المدى (المستديم) أو مسار النمو المتوازن الذي يتوافق مع حقائق Kaldor.

ضمن هذا النوع من النماذج نجد عمل Romer (1986)، Lucas (1988)، Barro (1990) وRebelo (1991). يبدأ هذا الفصل بنسخة مبسطة لنماذج AK التي تتخلى عن بعض الفرضيات الرئيسية حول دالة الإنتاج الكلي للاقتصاد وتُظهر تراكم رأس المال كمحرك للنمو الاقتصادي المستديم، ثم نستعرض نموذج Rebelo (1991) الذي يُمثل النسخة النيوكلاسيكية الموسعة لنموذج AK لا يعمل فقط على إظهار إمكانية تحقيق نمو داخلي في النموذج النيوكلاسيكي(RCK)، بل يُقدم أيضا نموذجا ذو تطبيقات مختلفة في مجالات متنوعة. أخيرا، نقوم بدراسة نموذج Barro (1990) من نوع AK ذو الانفاق الحكومي الذي يُظهر آثارا هامة على النمو والسياسة الحكومية.

---

[1] - يُعتقد أن أول اقتصادي استخدم دالة إنتاج من نوع AK كان Von Neumann (1937).

1. نموذج AK بسيط

إحدى أبسط النماذج التي تسمح بحدوث نمو داخلي (بمعنى تأثير السياسات على زيادة النمو طويل المدى) يُمكن اشتقاقها بسهولة من نموذج Solow-Swan.نبدأ أولا بعرض نموذج Solow-Swan لا يُوجد فيه تقدم تكنولوجي $(g=0)$مع تعديل دالة الإنتاج حيث $(\alpha=1)$:

$$Y = AK \tag{8. 1}$$

هذه الدالة خطية في مخزون رأس المال حيث (A) تُمثل معلمة موجبة ثابتة تعكس مستوى التكنولوجيا: إنها دالة الإنتاج التي تجعل نموذج AK يحمل هذا الاسم.

تُمثل السمة الرئيسية لهذه الفئة من نماذج النمو الداخلي في غياب عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال[2]والتي تبدو في وهلة الأولى فكرة غريبة وغير واقعية، لكنها تُصبح أكثر قبولا إذا تعاملنا مع المفهوم الأوسع لرأس المال الذي يشمل رأس المال البشري.[3] لاحظ أن دالة الإنتاج تتجاهل تماما وجود عنصر العمل ونحن نعلم جيدا

[2] - لاحظ أن دالة الإنتاج لا تُظهر ميزة عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال: أي وحدة إضافية من رأس المال تُنتج وحدة إضافية من الناتج بغض النظر عن حجم رأس المال.، لذا غياب عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال هو الاختلاف الرئيسي بين نموذج النمو الداخلي و نموذج Solow.

[3] - يُؤكد Knight (1944) على فكرة عدم إمكانية تحقق عوائد الحجم المتناقصة باستخدام مفهوم أوسع لرأس المال. ويُشير Thirlwall and Hussein (2000: 427-428) أن الاقتصاديين المتخصصين في نظرية النمو الجديدة لا يتخلون تماما عن فرضية عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال، لكن بإدراج رأس المال البشري ضمن مفهوم رأس المال يتم تعديل

الحاجة لعمال لإنتاج السلع والخدمات، ومع ذلك إذا تم تضمين مفهوم رأس المال البشري فلن يكون هذا مفاجئا: علينا إنفاق سلسلة من الموارد (على شكل غذاء، رعاية صحية، تعليم...) لتدريب العمال لذا يحتاج عنصر العمل كمدخل في الإنتاج للاستثمار فيه، وعليه يُشير افتراض عمالة تنمو بمعدل (n) لحدوث هذا مجانا دون حساب الموارد.

يُشار هنا لعنصر العمل كعامل إنتاج يزداد بطريقة مشابهة لزيادة رأس المال: أي التضحية بوحدات الاستهلاك الحالي (في القسم المقبل نُدرج سلوك الأمثلية في النموذج)، لذا يُمثل رأس المال والعمل نوعان مختلفان من رأس المال المادي والبشري أي كلاهما رأس مال.

في هذا النوع من النماذج، لا يُوجد عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال (K) لأن هذا المخزون أصبح الآن عبارة عن مجموع المكونات المختلفة لرأس المال، لذا مع زيادة رأس المال وعدم وجود عامل إنتاج آخر لا يُوجد مكان لعوائد الحجم المتناقصة في النموذج: إذا أخذت كل مدخلات دالة الإنتاج شكل عامل رأس المال وهناك عوائد حجم ثابتة، فلابد أن تأخذ دالة الإنتاج شكل نموذج **AK**.

هذا الشرط إلى ثبات عوائد الحجم. في هذه الحالة، يُصبح نموذج **AK** مشابها تماما لنموذج **Harrod-Domar**، يتمثل الفرق فقط في أن هذا الأخير يتضمن نوعا واحد من رأس المال(المادي).

1.1.خصائص دالة إنتاج AK

تُظهر دالة الإنتاج من نوع **AK** عوائد حجم ثابتة: زيادة عوامل الإنتاج بنسبة معينة (λ) سيُؤدي لزيادة الإنتاج بنفس النسبة:

$$Y_0 = F(K) = AK_0 \Rightarrow Y_1 = F(\lambda AK_0) = \lambda Y_0$$

تُعرف هذه الخاصية أيضا بالتجانس الخطي من الدرجة الأولى. لاحظ إذا كان $(\lambda = 1/L)$، يُمكن التعبير عن دالة الإنتاج بدلالة نصيب الفرد:

$$Y = F(K) = AK \Rightarrow \frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}\right) = A\left(\frac{K}{L}\right)$$

$$y = f(k) = Ak$$

حيث $y \equiv Y/L; k \equiv K/L$.

في المقابل، تُظهر دالة الإنتاج إنتاجية حدية موجبة لكنها ليست متناقصة: الإنتاج متزايد في عامل رأس المال أي كلما زاد عامل رأس المال يزيد الإنتاج أيضا. كما رأينا في الفصول السابقة، تُظهر دالة الإنتاج إنتاجية حدية موجبة ومتناقصة، ما يعني أنه رغم زيادة الإنتاج بنفس معدل زيادة عامل إنتاج ما إلا أن عامل إنتاج آخر يبقى ثابتا، لذا يزداد الإنتاج بنسب أقل فأقل من زيادة عامل الإنتاج المتغير. على عكس ذلك، في دالة إنتاج ذات تكنولوجيا **AK** يكون العامل الوحيد في الإنتاج هو رأس المال (الذي يشمل رأس المال المادي والبشري) وبالتالي لا يُوجد هناك اتجاه لتناقص عوائد الحجم في دالة الإنتاج.

تُعبر دالة الإنتاج من نوع AK على هذه الحقيقة: ثبات الناتج المتوسط أو الحدي لرأس المال (المشتق الأول لدالة الإنتاج بدلالة رأس المال) عند مستوى $(A \succ 0)$ معين، ويُمكننا رؤية غياب العوائد الحدية المتناقصة وفق المشتق الثاني لدالة الإنتاج بدلالة رأس المال الذي يُساوي الصفر:

$$F'(K) = A \succ 0; F''(K) = 0$$

على هذا الأساس، لا تتحقق شروط Inada: كما رأينا في الفصل الثالث، تُثبت شروط Inada أن الإنتاجية الحدية لعوامل الإنتاج تميل للصفر عندما تتجه كمية عامل الإنتاج نحو ما لانهاية، وتميل لما لانهاية عندما تتجه كمية العامل المستخدم نحو الصفر. يتم ايفاء هذه الخصائص فقط في إطار دالة الإنتاج النيوكلاسيكية لكن في حالة دالة إنتاج من نوع AK يُصبح الناتج الحدي لرأس المال دائما مُساويا المعلمة (A): بغض النظر عما إذا كان AK يميل للصفر أو ما لانهاية، يميل الناتج الحدي لرأس المال لقيمة (A):

$$F'(K) = A$$
$$\lim_{K \to 0} F'(K) = \lim_{K \to 0}(A) = A \neq 0$$
$$\lim_{K \to \infty} F'(K) = \lim_{K \to \infty}(A) = A \neq 0$$

1.2. تغير العلاقة بين رأس المال والعمالة

إذا استخدمنا توازن الاقتصاد الكلي $(I = S)$ واتبعنا نفس خطوات إيجاد المعادلة الأساسية لنموذج النمو النيوكلاسيكي (أنظر الفصل الثالث)، يتعين علينا:

$$S = sY, I = \dot{K} + \delta K$$
$$I = S \Rightarrow \dot{K} + \delta K = sY$$

بدلالة نصيب الفرد:

$$\frac{\dot{K}}{L} + \delta \frac{K}{L} = s\frac{Y}{L} \Rightarrow \frac{\dot{K}}{L} + \delta k = sy$$

نعلم أن:

$$\dot{k} = \left(\frac{\dot{K}}{L}\right) = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L}\frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{L} - nk$$
$$\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk$$

بالعودة للمساواة بين الادخار والاستثمار بدلالة نصيب الفرد:

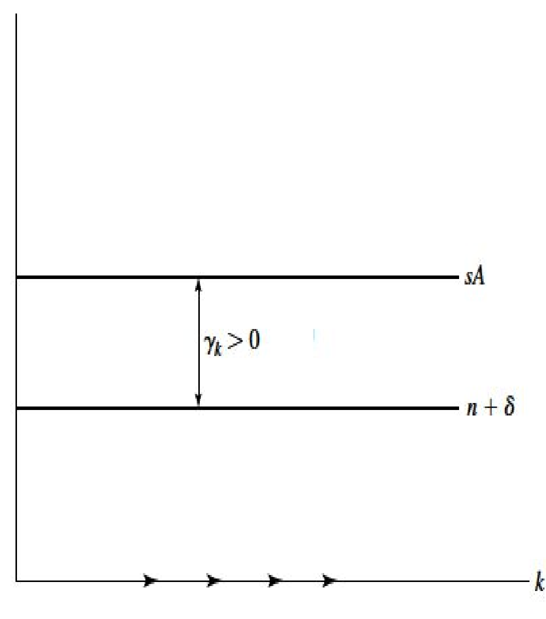
$$\dot{k} + nk + \delta k = sy$$
$$sy = \dot{k} + (n + \delta)k$$
$$\Rightarrow sAk = \dot{k} + (n + \delta)k$$

يُمكن التعبير عن معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال على النحو:

$$\dot{k}/k = sA - (n + \delta) \qquad (8.\ 2)$$

رجعنا هنا لحالة تقدم تكنولوجي صفري $(g = 0)$ لأننا نُريد إظهار إمكانية توليد نمو نصيب الفرد على المدى الطويل دون افتراض تقدم تكنولوجي خارجي. إذا

تتحقق $sA \succ (n+\delta)$ سيكون هناك نمو مستديم لنصيب الفرد من رأس المال $(\dot{k}/k \succ 0)$. من الشكل البياني (1. 8) نلاحظ وجود فارق أساسي عن الشكل (2. 3) (نموذج Solow-Swan) يتمثل في استبدال منحنى دالة الادخار (sy/k) ذات الميل المتناقص بخط أفقي عند مستوى (sA)، أما خط الإهتلاك لا يزال خطا أفقيا عند مستوى $(n+\delta)$ لذا تُعبر $(\dot{k}/k)$ عن المسافة العمودية بين الخطين (sA) و $(n+\delta)$. ولأن $sA \succ (n+\delta)$ يكون $(\dot{k}/k \succ 0)$، ولأن الخطيين متوازيين سيكون معدل النمو $(\dot{k}/k)$ دائما ثابتا: يُشير هذا لنمو نسبة رأس المال إلى العمل (k) بمعدل ثابت بغض النظر عن مستوى مخزون رأس المال، أي معدل النمو مستقل عن مخزون رأس المال.



الشكل (1. 8). نموذج AK.

تُعرف الحالة المستقرة في النموذج النيوكلاسيكي بثبات العلاقة بين رأس المال والعمل ما يعني نمو نصيب الفرد من رأس المال بمعدل يُساوي الصفر، لكن كما رأينا للتو يُوجد هناك توازن ينمو فيه نصيب الفرد من رأس المال وفق نموذج AK بشكل مستمر وبمعدل ثابت مُساو:

$$\gamma^* = \left(\dot{k} / k\right)^* = sA - \left(n + \delta\right)$$

في إطار هذا النهج يُمكن القول أن الشروط الأولية للادخار (s)و الإنتاجية (A)تُفسر الفروق الملاحظة في معدلات النمو عبر البلدان، و بالمثل يُصبح صافي

الاستثمار الذي يزيد نسبة رأس المال إلى العمل غير صفري أي أنه لا يُستثمر فقط ليحل محل رأس المال المُهتلك بل أيضا لزيادة نسبة رأس المال إلى العمل.

1.3. نمو نصيب الفرد من الناتج

بأخذ اللوغاريتم واشتقاق دالة نصيب الفرد من الناتج $(y = Ak)$ بدلالة الزمن، نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من الناتج يُساوي مجموع معدلات نمو (A) ونصيب الفرد من رأس المال. ولأن (A) ثابت فإن معدل نموه يُساوي الصفر، لذا يُصبح معدل نمو نصيب الفرد من الناتج مُساو معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال عند كل نقطة زمنية:

$$\dot{y} / y = \dot{A} / A + \dot{k} / k \Rightarrow \left(\dot{y} / y \right)^* = \left(\dot{k} / k \right)^* = sA - \left(n + \delta \right)$$

ينمو نصيب الفرد من الناتج بمعدل ثابت طالما أن الفرق يُساوي دائما قيمة أكبر من الصفر. إضافة إلى ذلك، لأن $\left(c = \left(1 - s \right) y \right)$ يتحقق $\left(\dot{c} / c = \dot{k} / k \right)$ أيضا. بشكل عام، تنمو كل المتغيرات بدلالة نصيب الفرد بنفس المعدل الثابت:

$$\gamma^* = sA - \left(n + \delta \right) \qquad (8.\ 3)$$

لاحظ أن اقتصادا ما يُوصف بتكنولوجيا **AK** يشهد نموا موجبا لنصيب الفرد دون تقدم تكنولوجي مُحدد بشكل خارجي، وتعتمد معدلات نمو نصيب الفرد من خلال المعادلة (3. 8) على عوامل من جانب العرض (المعلمات السلوكية بما في ذلك s, A, n) تُمارس تأثيرات طويلة الآجل على النمو وعليه يُهمل النموذج عوامل

جانب الطلب ويتركها جانبا. إحدى الآثار المترتبة على استبدال فرضية عوائد الحجم المتناقصة تتمثل في إظهار أهمية الادخار/ الاستثمار في توليد نمو المدى الطويل على عكس ما يتوقعه النموذج النيوكلاسيكي(يأخذ الادخار طابعا داخليا في هذا النوع من النماذج لأن معدل النمو لم يعد معتمدا على عوامل خارجية).[4]على سبيل المثال، عكس النموذج النيوكلاسيكي يؤدي معدل ادخار مرتفع (s)لرفع معدل النمو (γ^*)على المدى الطويل، و من الآثار المترتبة على ذلك أن السياسات الحكومية التي تُشجع رفع معدل الاستثمار في الاقتصاد بشكل مستمر سترفع معدل نمو الاقتصاد بشكل دائم.[5] بالمثل، إذا ارتفع مستوى التكنولوجيا (A) (إذا أدى القضاء على التشوهات الحكومية على نحو فعال لرفع (A)) سيُسبب رفع معدل النمو على المدى الطويل إلى الأعلى، في المقابل يُمارس تغير معدل الاهتلاك (δ)والنمو السكاني (n)تأثيرات عكسية دائمة على معدل نمو نصيب الفرد.

---

[4] - يُؤدي الادخار في نموذج النمو النيوكلاسيكي لنمو مؤقت: مع تناقص عوائد الحجم لرأس المال سيُجبر الاقتصاد للاقتراب نحو الحالة المستقرة أين يعتمد النمو فيها على التقدم التكنولوجي المُعطى بشكل خارجي. على نقيض ذلك، في هذا النموذج للنمو الداخلي يُؤدي كل من الادخار والاستثمار لنمو مستديم.

[5] - ضمن فئة دالة إنتاج AK، لا تتحقق حالة الادخار المفرط اللاكفء عكس النموذج النيوكلاسيكي. عند أي نقطة زمنية يحدث فيها تحول يرفع قيمة (s)سيُؤدي لخفض مستوى الاستهلاك عند تلك النقطة الزمنية، لكن مع ارتفاع معدل نمو نصيب الفرد المستقر سيُؤدي لمستويات مرتفعة من الاستهلاك بعد فترة زمنية مستقبلية. لا يُمكن اعتبار هذا التغير "غير كفء" لأنه قد يكون مرغوبا فيه أم لا بناءا على تفضيلات الأسر لمستويات الاستهلاك المستقبلية.

معدل النمو الناتج الكلي بدلالة معدل نمو نصيب الفرد من الناتج هو:

$$\frac{dy}{y} = sA - (n + \delta)$$

$$\frac{dy}{y} + n = sA - \delta$$

وعليه:

$$\frac{dY}{Y} = \frac{dy}{y} + n = sA - \delta$$

هناك طريقة أخرى لإيجاد معدل نمو الناتج الكلي وذلك بمفاضلة دالة الإنتاج $(Y = AK)$ وقسمتها على مستوى الناتج لنحصل على:

$$dY = AdK$$

$$\frac{dY}{Y} = A\frac{dK}{Y}$$

نعلم أن $I = dK + \delta K$ وعليه:

$$\frac{dY}{Y} = A\frac{(I - \delta K)}{Y}$$

$$\frac{dY}{Y} = A\frac{I}{Y} - A\frac{\delta K}{Y}$$

$$\frac{dY}{Y} = As - \delta\frac{AK}{Y} = sA - \delta$$

تُشبه هذه المعادلة معدل نمو الناتج في نموذج **Harrod-Domar** (أنظر الفصل الثاني) حيث أن المعلمة (A) في نموذج **AK** ما هي إلا متوسط ناتج رأس المال الذي يُساوي المقلوب $(1/v)$ في نموذج **Harrod-Domar**–هذه النتيجة جعلت عددا

من الباحثين يُشككون في حداثة نظرية النمو الجديدة (Hussein and Thirwall 432: 2000).

سنرى لاحقا نماذج نمو داخلي ذات دوال إنتاج مختلفة عن تلك التي قدمناها لغاية الآن، مع ذلك تُعتبر دالة الإنتاج **AK** مرجعا مُقارنا مفيدا سنعود إليها مرات عديدة في هذا الكتاب. ويُمكن القول أن تغيرا بسيطا في دالة الإنتاج تُحول تنبؤات النماذج حول النمو الاقتصادي، ما يعني أن الاختلافات الرئيسية في شكل دوال الإنتاج يخلق نتائج متباينة جدا بين النماذج النيوكلاسيكية و نماذج النمو الداخلي-يتم تلخيص أهم هذه الاختلافات في الجدول التالي:

الجدول (1. 8). مقارنة بين النموذج النيوكلاسيكي ونموذج AK.

النموذج النيوكلاسيكي	نموذج AK
بمجرد بلوغ الحالة المستقرة، لا ينمو نصيب الفرد من الناتج إلا بوجود تقدم تكنولوجي يُنمو بشكل مستمر ومحدد بشكل خارجي.	معدل نمو نصيب الفرد من الناتج موجب وثابت دون الحاجة لافتراض متغير ما ينمو بشكل مستمر ومحدد خارجيا، لهذا يُسمى نمو داخليا.
ينمو نصيب الفرد من الناتج بمعدل مساو معدل نمو التقدم التكنولوجي محدد خارج النظام، أما المعلمات السلوكية كالادخار فتمارس تأثيرات مؤقتة فقط على النمو.	يتحدد معدل النمو بمعلمات سلوكية تمارس تأثيرات دائمة على النمو: تنمو الاقتصاديات ذات معدلات ادخار مرتفعة بمعدلات أعلى.
تتغير نسبة رأس المال إلى الناتج حتى يبلغ الاقتصاد الحالة المستقرة لتصبح بعد ذلك ثابتة.	تُعطى نسبة رأس المال إلى الناتج ثابتة ومساوية إلى المعلمة (A).

يتصف النموذج بوجود حالة مستقرة توازنية أين يكون معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال مساو الصفر، أما مسار الحالة المستقرة مضمون بناءا على وجود علاقة عكسية بين معدل نمو رأس المال والمستوى المحقق من قبل رأس المال (بالنسبة إلى الحالة المستقرة).	يتواجد الاقتصاد في حالة توازنية منذ البداية لذا لا تُوجد ديناميكية انتقالية، وينمو الاقتصاد دائما بمعدل ثابت مساو $(sA-n-\delta)$ إلا أنه مستقل عن القيمة المعطاة لمخزون رأس المال. يُمكن للناتج أن يُحقق نموا غير محدد لأن عوائد الاستثمار لا تنخفض أبدا كلما نما الاقتصاد.
يتحدد معدل النمو عكسيا بمستوى رأس المال والناتج: كلما بلغ رأس المال والناتج مستويات عالية تباطأ نمو الاقتصاد لذا يُتوقع حدوث تقارب مطلق (بوجود نفس المعلمات الهيكلية كالتكنولوجيا) أو مشروط (تقارب كل اقتصاد نحو حالة مستقرة مختلفة).	لا توجد علاقة بين معدل النمو ومستوى الناتج أو رأس المال، وعليه لا يتوقع النموذج حدوث تقارب مطلق أو مشروط.
لا يُمارس الركود المؤقت تأثيرات كبيرة على المدى الطويل: إذا انخفض (k) بسبب كارثة ما سيزداد معدل النمو لأن الإنتاجية الحدية عند المستويات الدنيا من المخزون تكون أعلى.	تكون تأثيرات الركود دائمة: إذا انخفض (k) بسبب كارثة ما، سيظل معدل النمو نفسه وبالتالي فإن الخسارة المتكبدة تستمر.
يُمكن أن ينشط الاقتصاد في منطقة اللاكفاءة الاقتصادية والتي تحدث عندما يكون معدل الفائدة في الحالة المستقرة أقل من معدل النمو الكلي. فقط عندما يبلغ الاقتصاد مستوى رأس	لا يُمكن لاقتصاد يعمل وفق تكنولوجيا **AK** أن ينشط في منطقة اللاكفاءة الديناميكية.

المال عند القاعدة الذهبية (المستوى الذي يُعظم نصيب الفرد من الاستهلاك)، تتحقق الكفاءة الديناميكية لأن معدل الفائدة يُساوي معدل النمو الكلي.	
هناك بواقي من عملية محاسبة النمو، ما يعني أن زيادة الناتج لا يُفسر بشكل كامل بزيادة عوامل الإنتاج. تُعزى هذه البواقي عادة إلى عوامل تكنولوجية خارجية عن النموذج.	بشكل عام، تُحدد بواقي **Solow** ضمن معادلة النمو بطرق مختلفة: رأس المال البشري، توفير البنية التحتية (الانفاق الحكومي)، **R&D**، الاستثمار الأجنبي من بين محددات أخرى.

على خلاف النموذج النيوكلاسيكي، لا تتوقع صيغة **AK** حدوث تقارب مطلق أو مشروط ما يعني أن $(\partial\dot{y}\,/\,y/\partial y=0)$ تُطبق على كل مستويات (k,y). ننظر لمجموعة من الاقتصاديات متشابهة هيكليا في المعلمات السلوكية (s,A,n,δ) لكنها تختلف فقط بدلالة المستويات الأولية لنصيب الفرد من رأس المال $(k(0))$ و $(y(0))$ و $(c(0))$. ولأن النموذج يُشير لنمو كل اقتصاد بنفس معدل النمو (γ^{*}) بغض النظر عن مستواه الأولي، يُتوقع أن تنمو كل الاقتصاديات بنفس معدل نمو نصيب الفرد-تعكس هذه النتيجة غياب عوائد الحجم المتناقصة.[6]

[6] - إذا انطلق اقتصاد ما بنصيب العامل من رأس المال $(k(0)\succ 0)$ يُصبح لديه:

$$y(t)=\ell^{(sA-(n+\delta))t}y(0)\ \text{و}\ k(t)=\ell^{(sA-(n+\delta))t}k(0)$$

هناك طريقة أخرى للحصول على هذه النتيجة بملاحظة أن نموذج AK ما هو إلا نموذج Cobb-Douglas بحصة رأس المال $(\alpha = 1)$، وكما ذكرنا سابقا يُظهر تحليل التقارب أن سرعة التقارب تُساوي $\beta^* = (1-\alpha)(n+g+\delta)$ وإذا كان $(\alpha = 1)$ فإن $(\beta^* = 0)$ - يُمثل هذا التوقع نقطة ضعف أو فشلا ذريعا للنموذج لأن فرضية التقارب المشروط تبدو مدعومة تجريبيا كما رأينا سابقا.[7]

1.4. نموذج AK مع الديناميكية الانتقالية

يُقدم نموذج AK نموا داخليا عبر تجنب تناقص عوائد الحجم لرأس المال على المدى الطويل، مع ذلك تُشير هذه الدالة الخاصة للإنتاج أيضا لثبات الناتج الحدي والمتوسط لرأس المال بشكل دائم منتهكة بذلك شروط Inada لذا لا تُظهر معدلات النمو خاصية التقارب. على ضوء ذلك، من المعقول طرح السؤال التالي: أي من الافتراضين يسمح لنا بتوليد نمو داخلي؟ في هذا الجزء سنحاول الإجابة على هذا السؤال بتقديم تكنولوجيا إنتاج تُظهر خاصية عوائد الحجم الثابتة لرأس المال على

لا تعني هذه النتيجة إمكانية توليد نمو مستديم فقط بل أيضا يتحقق دون وجود ديناميكية انتقالية: ينمو الاقتصاد دائما بمعدل ثابت بغض النظر عن المستوى الأولي لنسبة رأس المال إلى العمل ما يعني استحالة حدوث التقارب في هذا النموذج.

[7] - لاحظ أن المعلمة (α) تُشير لمدى انحناء منحنى دالة الادخار (sy): إذا كانت (α) قريبة من الصفر، يكون انحناء المنحنى سريعا وبذلك يقطع (sy) خط $(n+\delta)$ عند قيمة "منخفضة" لـ (k^*). أما إذا كان (α) قريبة من الواحد، يبلغ الاقتصاد قيمة حالة مستقرة كبيرة لـ (k^*)، ما يعني أن الانتقال نحو الحالة المستقرة يكون طويلا. في حالة $(\alpha = 1)$ لا تُوجد انتقالية ديناميكية في الاقتصاد.

المدى الطويل مع استعادة خاصية التقارب—وهي الفكرة التي اقترحها **Kutz (1968)** وطورها **Jones and Manuelli (1990)** بعد ذلك. الجواب قد يُكون مفاجئا: المفتاح هو شرط **Inada**.

نرجع مرة أخرى لصيغة معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال:

$$\dot{k}/k = sf\left(k\right)/k - \left(n+\delta\right)$$

إذا وُجدت حالة مستقرة يكون معدل النمو المرتبط بها $\left(\dot{k}/k\right)^{*}$ ثابتا بالتعريف، وبوجود معدل $\left(\dot{k}/k\right)^{*}$ موجب يعني أنه ينمو بدون حدود. تُشير هذه المعادلة أنه من الضروري وبشكل كاف أن يعمل $\left(\dot{k}/k\right)^{*}$ الموجب على رفع منحنى متوسط ناتج رأس المال $\left(f\left(k\right)/k\right)$ فوق منحنى $\left(\left(n+\delta\right)/s\right)$ كلما اقترب $\left(k\right)$ نحو ما لانهاية. بعبارة أخرى، إذا اقترب الناتج المتوسط لما لانهاية فإن:

$$\lim_{k\to\infty}\left(f\left(k\right)/k\right) \succ \left(n+\delta\right)/s$$

يُصبح شرطا ضروريا وكافيا لبلوغ نمو داخلي في الحالة المستقرة.

إذا كان $f\left(k\right)\to\infty$ مع $k\to\infty$، يُظهر تطبيق قاعدة **L'Hopital- Bernoulli** أن نهاية الناتج المتوسط لرأس المال $\left(f\left(k\right)/k\right)$ والناتج الحدي $\left(f'\left(k\right)\right)$ تكون نفسها مع اقتراب $\left(k\right)$ نحو ما لانهاية، وعليه يُمثل الشرط الأساسي لتحقق نمو داخلي في الحالة المستقرة أن يكون $\left(f'\left(k\right)\right)$ محدودا بشكل كاف بعيدا عن الصفر:

$$\lim_{k\to\infty} f\left(k\right)/k = \lim_{k\to\infty} f'\left(k\right) \succ \left(n+\delta\right)/s \succ 0$$

لاحظ أن هذه المتراجحة تنتهك شروط Inada في النموذج النيوكلاسيكي $\left(\lim_{k\to\infty} f'(k)=0\right)$، و من الناحية الاقتصادية يعني انتهاك هذا الشرط ضمنيا أن ميل تناقص عوائد رأس المال سيختفي أو بعبارة أخرى يُمكن لدالة الإنتاج أن تحمل خاصية تناقص أو تزايد عوائد الحجم لـ(k) عندما يكون (k) صغيرا لكن بشرط أن يكون الناتج الحدي لرأس المال محدودا من الأسفل كلما كان (k) كبيرا.

هناك مثال بسيط يُظهر إمكانية تحقق هذه النتيجة بدالة إنتاج من نوع AK:

$$Y = F(K,L) = AK + BK^{\alpha}L^{1-\alpha} \quad (8.4)$$

حيث $(A \succ 0)$، $(B \succ 0)$ و $(0 \prec \alpha \prec 1)$. هذه الدالة هي مزيج من دوال AK وCobb-Douglas تُظهر عوائد الحجم ثابتة مع عوائد حجم موجبة ومتناقصة في رأس المال والعمل.[8] حتى الآن تبدو أنها دالة إنتاج نيوكلاسيكية لكنها لا تستوفي إحدى شروط Inada لأن $\left(\lim_{k\to\infty} F'(K) = A \succ 0\right)$-يقترب الناتج الحدي لرأس

---

[8] - تتميز هذه الدالة بالخصائص التالية: (1) ثبات عوائد الحجم:

$$A(\lambda K) + B(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{1-\alpha} = \lambda AK + \lambda BK^{\alpha}L^{1-\alpha} = \lambda Y$$ ؛

(2) عوائد حجم موجبة في رأس المال والعمل:

$$\partial Y/\partial K = A + B\alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha} \succ 0 \text{ ، } \partial Y/\partial L = B(1-\alpha)K^{\alpha}L^{-\alpha} \succ 0$$ ؛

(3) ناتج حدي متناقص في رأس المال والعمل:

$$\partial^2 Y/\partial K^2 = B\alpha(1-\alpha)K^{\alpha-2}L^{1-\alpha} \prec 0$$ ،

$$\partial^2 Y/\partial L^2 = (-\alpha)B(1-\alpha)K^{\alpha}L^{-\alpha-1} \prec 0$$

المال من $(A \succ 0)$ (بدلا من الصفر) كلما اتجه (K) نحو ما لانهاية. إذن الاختلاف الوحيد بين هذه الدالة ودالة الإنتاج النيوكلاسيكية أنها لا تستوفي شروط Inada عندما يميل رأس المال لما لانهاية والذي يُمثل المفتاح لتوليد النمو على المدى الطويل.

يُمكن كتابة دالة الإنتاج بدلالة نصيب الفرد:

$$y = f(k) = Ak + Bk^{\alpha}$$

أما الناتج المتوسط لرأس المال يُعطى:

$$y = f(k)/k = A + Bk^{-(1-\alpha)}$$

متناقصا في (k) لكنه يقترب من (A) مع اقتراب (k) من ما لانهاية.

يُمكن تحليل ديناميكية هذا النموذج باستخدام معادلة نمو نصيب الفرد من رأس المال:

$$\dot{k}/k = s\left[A + B^{-(1-\alpha)}\right] - (n+\delta) \quad (8.5)$$

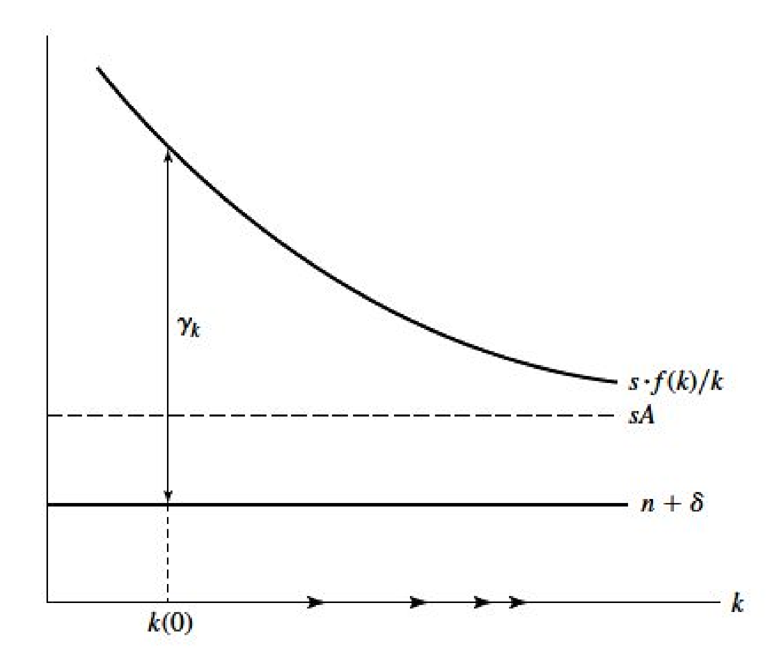
يُظهر الشكل (2. 8) منحنى دالة الادخار $(sf(k)/k)$ ذو ميل سلبي متناقص مع زيادة وحدات (k) وخط $(n+\delta)$ أفقي ثابت: الفرق مقارنة بالشكل (2. 3) أن مع اتجاه (k) نحو ما لانهاية يقترب منحنى الادخار في هذا الشكل نحو قيمة موجبة (sA) بدلا من الصفر، وإذا كانت (A) كبيرة بما فيه الكفاية أو $(sA \succ (n+\delta))$ يكون معدل نمو الحالة المستقرة $(\dot{k}/k)$ موجبا. إذا كانت (A) كبيرة بما فيه الكفاية لن يحدث تقاطع بين منحنى الادخار وخط الإهتلاك، ويكون النمو دائما موجبا. أما بالنسبة

لمستويات (k) منخفضة، يكون معدل النمو مرتفعا ويتحرك (k) نحو اليمين، ومع زيادة رأس المال ينخفض الناتج الحدي ومعه معدل النمو. على المدى الطويل، يقترب منحنى الادخار نحو الخط المستقيم وينمو بمعدل موجب ثابت (لأن $(sA \succ (n+\delta))$) رغم وجود ديناميكية انتقالية تكون فيها معدلات النمو متناقصة بشكل رتيب.

إذا كان الاقتصاد موجودا منذ فترة طويلة من الزمن، فإن جزء دالة الإنتاج الذي يُظهر عوائد الحجم المتناقصة لن يكون ذو صلة (أهمية) عمليا، نتيجة لذلك يُصبح هذا النموذج على المدى الطويل مُساويا نموذج **AK** عندما يكون $(sA \succ (n+\delta))$.

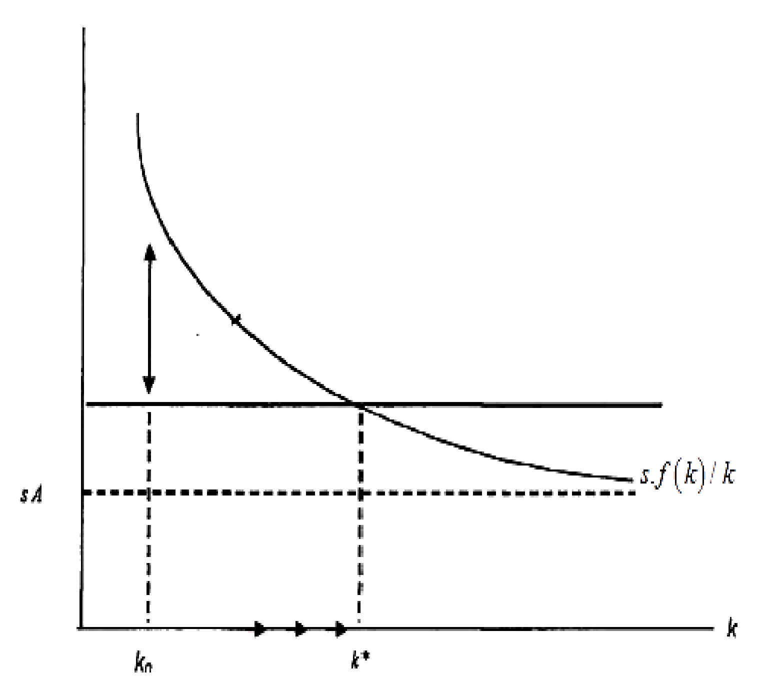
إذن يقودنا هذا النموذج لنمو داخلي في الحالة المستقرة، لكنه أيضا يتوقع حدوث تقارب مشروط تماما كالنموذج النيوكلاسيكي، و السبب في ذلك وجود علاقة عكسية بين $f(k)/k$ و (k) التي لا تزال تظهر في النموذج. يُخبرنا الشكل (2. 8) أيضا إذا اختلف بلدين فقط بدلالة المستوى الأولي $(k(0))$ سيحقق البلد الذي ينطلق بمستوى منخفض لنصيب الفرد من رأس المال نموا أسرع بدلالة نصيب الفرد.[9]

[9] - أنظر الملحق 6 للتعرف على الحالة العامة لدوال الإنتاج التي تُظهر عوائد حجم ثابتة مع إمكانية حدوث المسار الانتقالي أم لا نحو الحالة المستقرة.



الشكل (2. 8). نموذج AK بديناميكية انتقالية مع $\left(sA \succ (n+\delta)\right)$.

في حالة أخرى، عندما تكون (A) غير كبيرة بما فيه الكفاية أو $\left(sA \prec (n+\delta)\right)$ سيقترب منحنى الادخار نحو الخط الأفقي (sA) لكن تحت منحنى الإهتلاك-يُمكن رؤية هذا الاحتمال بدلالة الشكل (3. 8).



الشكل (3. 8). نموذج AK بديناميكية انتقالية مع $\left(sA \prec \left(n+\delta\right)\right)$.

قبل الاقتراب نحو خط (sA)، ينبغي على منحنى الادخار قطع خط الاهتلاك ما يعني وجود حالة مستقرة بمعدل صفري، لذا تظهر ديناميكية انتقالية كتلك الموصوفة في النموذج النيوكلاسيكي: يتناقص معدل النمو خلال الديناميكية الانتقالية إلى أن يقترب (k) من مستواه في الحالة المستقرة $\left(k^*\right)$.

باختصار، تُمكننا دالة الإنتاج AK من إظهار العامل المحدد للنمو الداخلي لا يتعلق بخطية تكنولوجيا الإنتاج ولكن بخطية تراكم التكنولوجيا، أو بعبارة أخرى لا يُمثل العامل المهم للنمو الداخلي في إظهار تكنولوجيا الإنتاج عوائد الحجم المتناقصة

لرأس المال بل في انتهاك شرط Inada أي بقاء الناتج الحدي محدودا عند مستوى مرتفع بما فيه الكفاية ($A \succ (n+\delta)/s$) ولا يهم مقدار زيادة مخزون رأس المال. لذلك، أي سياسة حكومية تسعى للتأثير على النمو مدى الطويل لابد أن تستهدف التأثير على مستوى التكنولوجيا (A).

2. نموذج Rebelo

في عام 1991، قدم Sergio Rebelo عمله "تحليل السياسة على المدى الطويل والنمو على المدى الطويل Long –Run Policy Analysis and Long –Run Growth" يُسلط الضوء فيه على إمكانية تحقيق نمو طويل الآجل بوجود تحسينات تكنولوجية. في هذا النموذج، يتم التخلي عن دالة الإنتاج النيوكلاسيكية واستبدالها بدالة خطية في مخزون رأس المال (أبسط نموذج للنمو المستديم يأخذ $(\alpha = 1)$ في دالة إنتاج Cobb-Douglas). يقترح Rebelo نموذج نمو داخلي بعوائد حجم ثابتة بدمج تكنولوجيا AK بالسلوك الأمثلي للأسر والشركات:[10] هناك نوعان من عوامل الإنتاج قابلة للاستنساخ وتتراكم عبر الزمن (رأس المال المادي والبشري) وعوامل غير قابلة للاستنساخ (الأرض). سمح هذا الإطار النظري بتوليد نمو داخلي وتحقيق

---

[10] - يقول Rebelo (519 :1991) "عوائد الحجم المتزايدة والتأثيرات الخارجية ليست شروطا ضرورية لتوليد نمو داخلي. وطالما أن "جوهر" السلع الرأسمالية لا يتطلب إنتاجها عوامل غير قابلة للاستنساخ، يُصبح النمو الداخلي متسقا مع تكنولوجيا إنتاج تُظهر عوائد حجم ثابتة".

أمثلية Pareto (كما رأينا في نموذج RCK) وذلك بالنظر لرأس المال بمفهوم واسع يشمل رأس المال المادي والبشري.

قام Rebelo (1991) بدمج تكنولوجيا إنتاج من نوع AK بنموذج RCK في حالة التوازن التنافسي، ليتمكن من الحصول على نموذج "نيوكلاسيكي" يُولد نموا مستديما منذ البداية (يقع الاقتصاد في وضعيته التوازنية) وبالتالي لا تُوجد ديناميكية انتقالية.[11]

2.1. الأسر

كما رأينا سابقا (أنظر الفصل الخامس)، نفترض أن الاقتصاد يضم أُسرا خالدة تنمو بمعدل ثابت (n) تعمل على تعظيم منفعتها الزمنية وفق دالة CRRA التالية:[12]

$$U = \int_0^\infty \ell^{-(\rho-n)t} \left[\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} \right] dt \qquad (8.\ 6)$$

تحت قيد تدفق ميزانية الأسر:

$$\dot{x} = (r-n)x + w - c \qquad (8.\ 7)$$

حيث (x) تُمثل نصيب الفرد من الأصول، (r) معدل الفائدة و (w) معدل الأجر. نفرض قيد لعبة Ponzi يستبعد سلسلة تمويل الديون:

---

[11] - أنظر الملحق 7 للحصول على حل النموذج استنادا لمشكلة تعظيم المخطط الاجتماعي.

[12] - لتحقيق النمو المتوازن، نحن مجبرون على استخدام دالة المنفعة من نوع CRRA (ذات ثبات مرونة الاحلال الزمني). أنظر:

Acemoglu, D. (2009). ***Introduction to Modern Economic Growth***. Princeton: Princeton University Press :(ch.8).

$$\lim_{t\to\infty}\left(x(t)\,\ell^{-(r-n)t}\right)\geq 0 \qquad (8.\ 8)$$

تُعطى شروط التعظيم مرة أخرى وفق معادلة **Euler**، ما يعني أن معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك يُساوي:

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}(r-\rho) \qquad (8.\ 9)$$

مع شرط العرضية:

$$\lim_{t\to\infty}\left(x(t)\,\ell^{-(r-n)t}\right)=0 \qquad (8.\ 10)$$

هذا التعظيم ذو طابع مقعر وأي حل لهذه الشروط يُمثل في الواقع خطة أمثلية للأسرة النموذجية.

2.2. الشركات

نفترض قطاعا ينتج سلعة نهائية باستخدام دالة إنتاج خطية من نوع **AK**:

$$y=f(k)=Ak \qquad (8.\ 11)$$

حيث $(A\succ 0)$. كما أشرنا سابقا، تختلف هذه المعادلة عن دالة الإنتاج النيوكلاسيكية كونها دالة خطية في رأس المال ولا يُوجد هناك عوائد حجم متناقصة لرأس المال $\left(f''(\bullet)=0\right)$، والأهم من ذلك أنها تنتهك إحدى شروط **Inada** $\left(\lim_{k\to\infty}f'(k)=A\succ 0\right)$ – التي تُمثل الميزة الضرورية لتحقق النمو الداخلي المستديم.

يتطلب شرط تعظيم أرباح الشركات أن يتساوى صافي الناتج الحدي بسعر رأس المال $\left(f'(k)-\delta=r\right)$، لكن لأن الناتج الحدي لرأس المال ثابت يُساوي (A) من المعادلة (11. 8) فإن:

$$r=A-\delta \qquad (8.\ 12)$$

ولأن الناتج الحدي لعنصر العمل يُساوي الصفر فإن إيرادات خدمات العمل (معدل الأجر (w)) تُساوي الصفر أيضا: لاحظ أن هذه الدالة لا تعتمد على عنصر العمل لذا يُصبح (w) مساويا الصفر. يُمكننا التفكير في معدل الأجر الصفري أنه مطبق على العمالة الخام التي لم يتم تزويدها باستثمار في رأس المال البشري.

2.3. التوازن

كما افترضنا سابقا، نتعامل مع اقتصاد مغلق بدون تدخل حكومي وعليه يتحقق $(x=k)$. و باستخدام حقيقة $(r=A-\delta)$ و $(w=0)$ هذا يعني أن:

$$\dot{k}=\left(A-\delta-n\right)k-c \qquad (8.\ 13)$$

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}(r-\rho)\equiv\frac{1}{\theta}\left(A-\delta-\rho\right)\equiv\gamma_c \qquad (8.\ 14)$$

$$\lim_{t\to\infty}\left(k\left(t\right)\ell^{-(A-\delta-n)t}\right)=0 \qquad (8.\ 15)$$

لاحظ أن الطرف الأيمن من المعادلة (14. 8) ثابت، لذا لابد أن يكون معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك ثابتا أيضا (يكون النمو موجبا كلما كان $A-\delta-\rho\succ 0$)، و عليه فإن معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك مُستقل عن

مستوى نصيب الفرد من رأس المال (k) (تعني هذه الاستقلالية ضمنيا أنه لا تُوجد ديناميكية انتقالية في هذا النموذج).

بدءا بأي قيمة $(k(0) \succ 0)$، ينطلق نمو نصيب الفرد من الاستهلاك (ونصيب الفرد من رأس المال) بمعدل ثابت منذ البداية، بعبارة أخرى إذا كان مستوى نصيب الفرد من الاستهلاك عند الزمن $(t=0)$ يُساوي $(c(0))$ فإن نصيب الفرد من الاستهلاك في الزمن (t) (بتكامل المعادلة (8. 14)) يُعطى وفق معادلة التطور الزمني للاستهلاك:

$$c(t) = c(0)\,\ell^{[(1/\theta)(A-\delta-\rho)]t} \quad (8.\ 16)$$

حيث $(c(0))$ غير معروفة وينبغي إيجاد قيمتها استنادا لشرط عرضية الأسر.

ولأن هناك نمو في هذا الاقتصاد، لابد أن يتحقق شرطان: أولا، لضمان نمو موجب $(\dot{c}/c \succ 0)$ نفرض القيد التالي:

$$A \succ \rho + \delta \quad (A1)$$

ثانيا ضمان أن دالة المنفعة محدودة من الأبدية (أو تُحقق شرط العرضية)،[13] وعليه نفرض قيدا إضافيا:

$$\rho - n \succ (1-\theta)\gamma_c \quad (A2)$$

بإعادة ترتيب:

13 - أنظر الملحق 8 لبرهان هذا الشرط.

$$r = \theta\gamma_c + \rho \succ \gamma_c + n$$
$$A - \delta \succ \gamma_c + n \qquad (8.17)$$

يُعطى معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال بقسمة المعادلة (8.13) على (k)، لنحصل:

$$\frac{\dot{k}}{k} = (A - \delta - n) - \frac{c}{k} \equiv \gamma_k$$

بالتعريف، الحالة المستقرة هي الوضعية التي تنمو فيها كل المتغيرات بمعدلات ثابتة، وعليه يُصبح معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال (γ_k) ثابتا فقط إذا كان (k) ينمو بنفس معدل نمو (c) (لاحظ أن العنصر الأول في الجانب الأيمن من المعادلة ثابت أي لابد أن تكون (c/k) ثابتة):

$$\gamma_k = \gamma_c = \frac{1}{\theta}(A - \delta - \rho)$$

ولأن $(y = Ak)$ فإن نصيب الفرد من الناتج سينمو أيضا بنفس معدل نمو الاستهلاك ورأس المال بدلالة نصيب الفرد في الحالة المستقرة:

$$\gamma_k = \gamma_c = \gamma_y$$

لاحظ أن هذه الحجة تتحقق فقط عند الحالة المستقرة، أي يُمكن رؤية عدم ثبات معدل نمو رأس المال خارج وضعية الحالة المستقرة (في هذه الحالة قد يكون (c/k) غير ثابت أيضا). مع ذلك، طالما أن النموذج لا تُوجد فيه ديناميكية انتقالية فإن رأس المال والاستهلاك (والناتج) تنمو بنفس المعدل في كل الأوقات، إذن تأخذ

الحالة المستقرة شكل "مسار النمو المتوازن" الذي تنمو فيه كل المتغيرات بدلالة نصيب الفرد بنفس المعدل الثابت:

$$\gamma^* = \frac{1}{\theta}\left(A-\delta-\rho\right) \qquad (8.18)$$

2.4. الديناميكية الانتقالية

نُبين في هذا القسم عدم وجود ديناميكية انتقالية في اقتصاد هذا النموذج. قمنا سابقا بإظهار الحالة المستقرة كمسار نمو متوازن حيث تنمو كل المتغيرات لنصيب الفرد بنفس المعدل الثابت، سنُظهر الآن نمو نصيب الفرد من رأس المال والناتج بنفس معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك عند أي وقت.

لحساب معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال خارج وضعية الحالة المستقرة، نقوم باستبدال $\left(c\left(t\right)\right)$ من المعادلة (8.16) في المعادلة (8.13):

$$\dot{k} = \left(A-\delta-n\right)k - c\left(0\right)\ell^{\left[(1/\theta)(A-\delta-\rho)\right]t} \qquad (8.19)$$

التي تُمثل معادلة خطية تفاضلية من الدرجة الأولى في $\left(k\right)$، لابد أن يستوفي حلها شرط العرضية $\lim_{t\to\infty}\left(k\left(t\right)\ell^{-(A-\delta-n)t}\right)=0$ حتى يُصبح المسار الزمني لرأس المال ثابتا في الحالة المستقرة. يُعطى الحل العام لهذه المعادلة باتباع الخطوات التالية:

نضرب طرفي المعادلة (8.13) بـ $\ell^{-(A-\delta-n)t}$ ثم نقوم بتكاملها في مجال زمني بين الصفر وأي زمن $\left(T\right)$:

$$\left[\dot{k}-(n-\delta-n)k(t)\right]\ell^{-(A-\delta-n)t}=-c(t)\,\ell^{-(A-\delta-n)t}$$

$$\int_0^T\left[\frac{dk(t)}{dt}-(A-\delta-n)k(t)\right]\ell^{-(A-\delta-n)t}dt=-c(0)\int_0^T\ell^{-[\gamma_c-(A-\delta-n)]t}dt$$

بتكامل الجزء الأيسر:

$$\int_0^T\frac{dk(t)}{dt}\ell^{-(A-\delta-n)t}dt=\left[\ell^{-(A-\delta-n)t}\right]_0^T+\int_0^T(A-\delta-n)k(t)\,\ell^{-(A-\delta-n)t}dt,$$

وعليه:

$$\ell^{-(A-\delta-n)T}k(T)-k(0)=-c(0)\frac{1}{g_c-(A-\delta-n)}\left(\ell^{[\gamma_c-(A-\delta-n)]T}-1\right)$$

بضرب طرفي المعادلة بـ $\ell^{(A-\delta-n)t}$ نجد:

$$\begin{aligned}k(T)&=\kappa\ell^{(A-\delta-n)T}-\frac{c(0)}{\gamma_c-(A-\delta-n)}\ell^{\gamma_c T}\\&=\kappa\ell^{(A-\delta-n)T}+\frac{c(0)}{\varphi}\ell^{[(1/\theta)(A-\delta-\rho)]T}\end{aligned}\tag{8.20}$$

حيث $\kappa=k(0)-\dfrac{c(0)}{g_c-(A-\delta-n)}$ ثابت و $\varphi=(A-\delta-n)-g_c\succ 0$

بناءا على المعادلة (8.17).

من المعادلة (8.20) لا ينمو نصيب الفرد من رأس المال بمعدل ثابت طالما أنه يتكون من مكونين ينموان بمعدلات مختلفة، لذلك نحتاج هنا لشرط العرضية: نقوم باستبدال المعادلة (8.20) في شرط العرضية (8.15) لنحصل على:

$$\lim_{T\to\infty}\left(\kappa+\frac{c(0)}{\varphi}\ell^{-[A-\delta-\gamma_c-n]T}\right)=0$$

لكي تبلغ هذه النهاية قيمة الصفر، لابد أن يتحقق شرطان أساسيان: أولا، أن يكون $(\kappa=0)$ وثانيا $-(A-\delta-\gamma_c-n)\prec 0$.

وفق المعادلة (17 .8) يتحقق الشرط الثاني، وعليه لابد أن يكون $(\kappa=0)$ مُساويا الصفر مع $T\to\infty$:

$$\kappa=0\Leftrightarrow k(0)-\frac{c(0)}{\varphi}=0$$

تُحقق الأسر شرط العرضية إذا وفقط اختارت مستوى أولي لنصيب الفرد من الاستهلاك مُساو:

$$c(0)=\varphi.k(0) \qquad (8.\ 21)$$

تُمثل هذه المعادلة الحل التوازني لنصيب الفرد من الاستهلاك عند الزمن $(t=0)$، في المقابل إذا اختارت الأسر بدلا من ذلك $c(0)\prec\varphi.k(0)$ فإن $\lim_{t\to\infty}\left(k(t)\ell^{-(A-\delta-n)t}\right)\prec 0$ ولا تستوفي الأسر بذلك شرط العرضية بل ستشهد إفراطا في الادخار؛ أما إذا اختارت $c(0)\succ\varphi.k(0)$ فإن $\lim_{t\to\infty}\left(k(t)\ell^{-(A-\delta-n)t}\right)\succ 0$ لذا ستشهد الأسر إفراطا في الاستهلاك وتنتهك شرط العرضية.

تُظهر المعادلة (21. 8) رابطا بين المستويات الأولية للاستهلاك ورأس المال. باستبدال حل $\left(c\left(0\right)\right)$ في المعادلة (20. 8) نجد تطور $\left(k\left(t\right)\right)$ في التوازن عند أي نقطة زمنية:

$$k\left(t\right)=\frac{c\left(0\right)\ell^{\gamma_c t}}{\varphi}=\frac{c\left(t\right)}{\varphi}=k\left(0\right)\ell^{\gamma_c t} \qquad (8.\ 22)$$

تُظهر نفس العلاقة التي رأيناها بين المستويات الأولية لنصيب الفرد من الاستهلاك، إذن منذ البداية ينمو (k) بنفس المعدل الثابت لنمو (c)-هذه العلاقة مهمة جدا لأنها تضمن ألا ينمو مخزون رأس المال أسرع من الاستهلاك، ما يعني أن رأس المال والاستهلاك (والناتج) تنمو كلها بنفس المعدل الثابت في كل الأوقات:

$$k\left(t\right)=k\left(0\right)\ell^{\gamma_c t}$$
$$\gamma_c=\gamma_k=\gamma_y=\gamma^*$$

ولأن كل المتغيرات بدلالة نصيب الفرد تنمو دائما بمعدل ثابت في كل الأوقات، سيقع الاقتصاد دائما في الحالة المستقرة: بدءا بمخزون أولي $\left(k\left(0\right)\succ 0\right)$، يقفز الاقتصاد مباشرة نحو الحالة المستقرة أين تنمو كل المتغيرات بمعدل $\left(\gamma^*\right)$ لكل الأوقات لذا لا يُظهر النموذج خاصية الديناميكية الانتقالية.

لاحظ أن نموذج AK لا يضمن نموا مستديما فحسب بل أيضا مُحددا داخليا من قبل المعلمات الهيكلية المدرجة في النموذج: حدوث أي تغير هيكلي أو تدخل حكومي سيُؤثر في معدل النمو $\left(\gamma^*\right)$ وسيُؤدي لقفز الاقتصاد مباشرة من الحالة

المستقرة القديمة نحو الجديدة مع معدل نمو جديد لأنه لا تُوجد ديناميكية انتقالية بين الحالات المستقرة: بعبارة أخرى، تُمارس تغير المعلمات الهيكلية (السلوكية) تأثيرات مستوى ونمو المتغيرات على حد سواء. على سبيل المثال، تذكر وفق نموذج RCK يُؤدي تغير معدل التفضيل الزمني (ρ) للتأثير على مستوى نصيب الفرد من الدخل لكنها لا تُؤثر على معدل النمو المُحدد بالتقدم التكنولوجي المُوسع للعمالة خارجي التحديد، لكن بدلالة نموذج **AK** يُمكن لزيادة (ρ) أن يُخفض معدل النمو: تُصبح الأسر أقل صبرا وينخفض تراكم رأس المال المُحرك الوحيد للنمو على المدى الطويل، وبدوره سينخفض النمو التوازني ومستوى نصيب الفرد، و بالمثل، يُؤثر تغير (A) و (θ) على مستويات و معدلات نمو الاستهلاك، رأس المال و الناتج.[14]

يُمكن حساب معدل الادخار (التوازني) إذا قسمنا الاستثمار الكلي (يُساوي زيادة رأس المال زائدا حجم رأس المال المُستبدل) على الناتج، وعليه نحصل:

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{I}{Y} = \frac{\dot{K}+\delta K}{AK} \\
&= \frac{\dot{k}/k+n+\delta}{A} \\
&= \frac{A-\rho+\theta n+(\theta-1)\delta}{\theta A}
\end{aligned}
\qquad (8.\ 23)
$$

14-في المقابل، لا تُمارس الزيادة المستمرة في النمو السكاني تأثيرا على معدلات نمو نصيب الفرد وفق المعادلة (18 .8) لكنها تُخفض مستويات نصيب الفرد من الاستهلاك (أنظر المعادلتين (21 .8) و (22 .8)).

حيث $\dot{k}/k=(1/\theta)(A-\delta-\rho)$. تُظهر هذه المعادلة ثبات معدل الادخار عبر الزمن لكنه مُحدد ذاتيا بنفس المعلمات (A,δ,ρ,θ) التي تُؤثر على معدلات نمو نصيب الفرد إلى جانب النمو السكاني (n). إذن بدلالة اقتصاد AK يُوجد هنا مسار توازني وحيد ينمو فيه الاستهلاك، رأس المال والناتج بدلالة نصيب الفرد بنفس المعدل الموجب الثابت $\gamma^*=(1/\theta)(A-\delta-\rho)\succ 0$ بدءا من أي مستوى لنصيب الفرد من رأس المال $k(0)$ وبمعدل ادخار معطى وفق المعادلة (8.23).

إحدى الانعكاسات المترتبة عن نموذج Rebelo هو ما يتعلق بمسألة التقارب بين بلدين يعملان وفق تكنولوجيا إنتاج AK: أولا، طالما أن معدل نمو الناتج ثابت في كل الأوقات، سينمو بلدان يختلفان في المعلمات (A,δ,ρ,θ,n) بمعدلات مختلفة، وثانيا لأن معدل النمو الاقتصادي مستقل عن الدخل لن ينمو البلد الفقير أسرع من البلد الغني على المدى الطويل، لذا لا يتوقع النموذج تقاربا مطلقا أو مشروطا.

هناك فرق شاسع بين نموذج Rebelo من نوع AK ونموذج النمو النيوكلاسيكي حول محددات النمو (بدلالة نصيب الفرد) على المدى الطويل: في نموذج Rebelo يتحدد معدل النمو على المدى الطويل (الذي يُساوي معدل النمو على المدى القصير) بدلالة المعادلة (8.18) داخليا وفق المعلمات التي تُحدد رغبة الأفراد اتجاه الادخار وإنتاجية رأس المال: وجود قيم منخفضة لـ(ρ,θ) سيزيد رغبة الادخار ما يعني معدل نمو مرتفع لنصيب الفرد وفق المعادلة (8.18) ومعدل ادخار عال وفق

المعادلة (23. 8)، أما حدوث تحسينات في مستوى التكنولوجيا (A) سيُؤدي لرفع الناتج المتوسط والحدي لرأس المال وكذا يرفع معدل النمو ويزيد معدل الادخار (سنرى في الفصول المقبلة أن التغييرات المختلفة في السياسات الحكومية تستهدف التأثير على مستوى (A) فقط).

على عكس التأثيرات طويلة الآجل على النمو في نموذج AK، يُشير نموذج RCK لارتباط معدلات نمو نصيب الفرد بمعدل (g) (التقدم التكنولوجي) المحدد خارجيا: وجود رغبة أكبر للادخار أو تحسين مستويات الإنتاجية تنعكس في المدى الطويل في شكل مستويات عالية لرأس المال والناتج بدلالة نصيب الفرد، لكنها لا تُحدث تغييرا في معدل النمو على المدى الطويل.

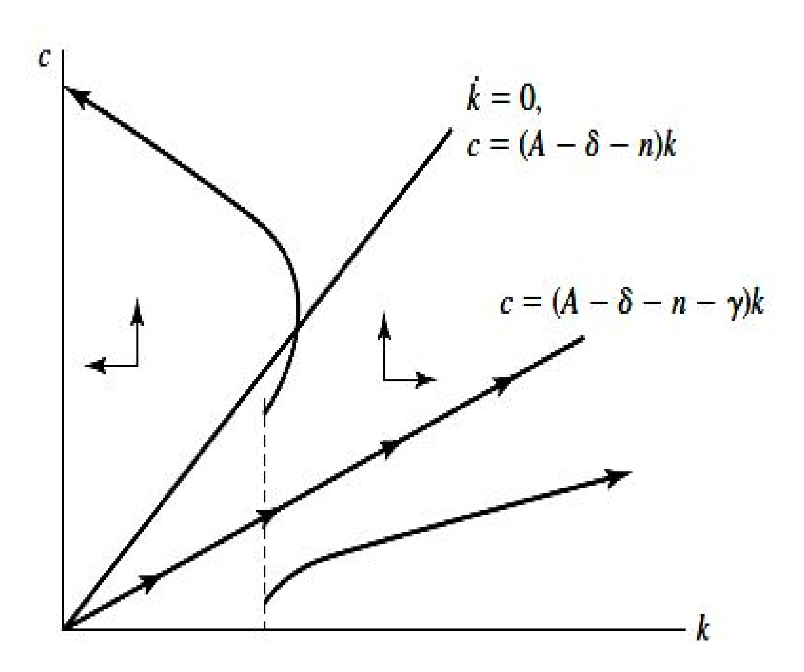
هذا الفارق الرئيسي في النتائج يرجع أساسا لفرضية عوائد الحجم المتناقصة التي يتبناها النموذج النيوكلاسيكي (وغيابها في نموذج AK). من الناحية الكمية، يتحدد حجم هذا الفارق أساسا بناءا على مدى سرعة تناقص العوائد التي تُحدد سرعة اقتراب الاقتصاد نحو الحالة المستقرة في النموذج النيوكلاسيكي: إذا كانت العوائد المتناقصة بطيئة ستكون فترة التقارب طويلة، في هذه الحالة يُؤدي تحول ميل الادخار أو مستوى التكنولوجيا للتأثير على معدل نمو المدى الطويل في النموذج النيوكلاسيكي حتى وإن لم يكن للأبد، لذا سيكون الفرق بين نماذج النمو النيوكلاسيكي وAKكبيرا جدا إذا حدث التقارب بسرعة. أما إذا كانت سرعة

التقارب بطيئة جدا، فإن تأثيرات النمو التي تظهر في نموذج AK تُوفر "تقريبا مرضيا" لتأثيرات النمو خلال مجال زمني في النموذج النيوكلاسيكي.

أخيرا، رأينا في الفصل الخامس أن توازن نموذج RCK يُمثل "أمثلية Pareto": لقد بيّن هذه النتيجة عبر إبراز تشابه النتائج المتحصل عليها من قبل المخطط الاجتماعي مع نتائج التوازن التنافسي (أنظر الملحق 7). من السهل إتباع نفس الخطوات لإثبات أن توازن نموذج Rebelo من نوع "أمثلية Pareto": هذه النتيجة منطقية لأن القضاء على العوائد المتناقصة في دالة الإنتاج أي استبدال دالة الإنتاج النيوكلاسيكية بواسطة نموذج AK لا يترتب عليه أي تأثيرات خارجية (لا تُدرج مصادر فشل السوق في النموذج).

2.5. مخطط المرحلة

نقوم بتحليل السلوك الديناميكي للاقتصاد برسم مخطط المرحلة بدلالة (c,k) (الشكل (4. 8)). لاحظ لأن $(A \succ \rho + \delta)$ سيكون نمو الاستهلاك دائما موجبا ولا يُوجد خط $(\dot{c} = 0)$ (وعليه تُشير الأسهم الظاهرة في مخطط المرحلة لنقاط الشمال فقط (قيم موجبة دائما)).



الشكل (4. 8). مخطط المرحلة في نموذج AK.

يُمكن استخدام المعادلة (13. 8) لإيجاد منحنى $\left(\dot{k}=0\right)$ الذي أصبح خطا مستقيما يَعبر نقطة الأصل بميل مساو $\left(A-\delta-n\right)$ (تُشير الأسهم يمين هذا الخط للشرق (قيم موجبة) والعكس صحيح). تُشير المعادلة (22. 8) أن مسار الحالة المستقرة يأخذ شكل "مسار السرج" بخط مستقيم ذو ميل يُساوي (φ)، ولأن $\left(\varphi=\left(A-\delta-n\right)-\gamma\right)$ يُصبح ميل خط السرج المستقر أصغر من ميل خط $\left(\dot{k}=0\right)$. بقيمة $\left(k\left(0\right)\right)$ معطاة، إذا وقع الاستهلاك الأولي فوق مسار السرج سيصطدم الاقتصاد بالمحور العمودي و الذي يعني انتهاك معادلة Euler؛ أما إذا وقع

الاستهلاك الأولي تحت مسار السرج سينمو (k) و (c) دون حدود، لكن نمو (k) يكون أسرع من (c) و بذلك يتم انتهاك شرط العرضية. على هذا الأساس، هناك خيار وحيد فقط يستوفي شرط الدرجة الأولى (وشرط العرضية) وهو مسار السرج الذي يضمن ثبات النسبة (c/k).

3. نموذج Barro

في نموذج **AK** أي شيء يُؤثر على مستوى التكنولوجيا (A) سيُؤثر على معدل نمو نصيب الفرد من الدخل على المدى الطويل. نُظهر في هذا الجزء أن الخدمات الحكومية العامة تُمثل مصدرا محتملا لصيغة **AK**: في هذه الحالة، تُحدد الخيارات الحكومية حول الخدمات العامة مستوى العامل (A) وتُؤثر بدورها على معدل نمو الاقتصاد على المدى الطويل.

في هذا الجزء ندرس تأثيرات الإنفاق الحكومي ومعدل الضرائب (الضروري لتمويل هذا الإنفاق) على الاقتصاد بشكل عام والنمو الاقتصادي بشكل خاص. على ذلك، سنقوم بمقارنة الجوانب الإيجابية للإنفاق الحكومي المرتفع بالجوانب السلبية التي تنطوي عليها عملية تمويل الإنفاق المرتفع عبر الضرائب. من أجل ذلك، يجب أن نعمل في إطار افتراضي يكون فيه الإنفاق الحكومي مرغوبا فيه (إن لم يكن، من الأفضل تخفيض تكاليف الإنفاق العام لأنها لا تُولد أرباحا ما يعني أن تمويلها يُكبد الاقتصاد خسائر). بدلالة نماذج النمو، إحدى الطرق اعتبار الإنفاق الحكومي مرغوبا

فيه هو إدراجه كمدخل في دالة الإنتاج. في عمله "الانفاق الحكومي في نموذج نمو داخلي بسيط Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth"، قدم Robert Barro (1990) نموذجا للنمو الداخلي من نوع AK يدمج فيه قطاع الانفاق والضرائب الحكومية في دالة إنتاج تحمل خاصية عوائد الحجم الثابتة. وقد سمح لنا هذا النموذج بتحليل الحجم الأمثلي للتدخل الحكومي وعلاقته بالنمو ومعدل الادخار.

3.1. عرض النموذج

يتم تقديم تكنولوجيا الإنتاج كدالة تابعة لمخزون رأس المال الخاص والسلع العامة (الطرق، الجسور، الموانئ، امدادات الطاقة، الإدارات...) المُمولة من قبل الحكومة كالآتي:

$$Y = AK^{\alpha}G^{1-\alpha} \qquad (8.24)$$

حيث $(0 \prec \alpha \prec 1)$ و (G) هو مقدار الخدمات العامة (السلع العامة المنتجة) الذي تقدمه الحكومة للمنتجين. من المفترض أنه لا تُوجد مدفوعات خاصة يتحملها القطاع الخاص لقاء الحصول على هذه الخدمات، كما لا تُوجد تأثيرات المزاحمة في استخدام هذه الخدمات، بهذه الطريقة يتم ادخال الإنفاق الحكومي كتأثير خارجي للقطاع العام على القطاع الخاص.[15]

---

[15] - يُدرج نموذج Barro (1990) الانفاق الحكومي كسلعة عامة في دالة الإنتاج تلعب دورا تكميليا لمدخل رأس المال عن طريق زيادة إنتاجيتها، أو بعبارة أخرى لا يُمثل الإنفاق عامل إنتاج تراكمي (لا يُمثل مخزون السلع الممول من قبل

فيما يخص إدراج الحكومة في دالة الإنتاج، يقول Barro (1990 :7):

"مبدئيا يتم الإشارة لدور الخدمات العامة كمدخل في دالة إنتاج القطاع الخاص...إنه ذلك الدور المُنتج الذي يخلق الرابط المحتمل بين التدخل الحكومي والنمو".

يفترض النموذج دالة إنتاج تحمل عوائد حجم ثابتة مع تناقص الناتج الحدي لعامل رأس المال وثباته على مستوى الإنفاق الحكومي. بقسمة المعادلة (8 .24) على (L) نحصل على دالة نصيب الفرد من الناتج:

$$y = Ak^{\alpha} g^{1-\alpha} \quad (8.\ 25)$$

تقوم الحكومة بتمويل انفاقها العام عبر فرض ضرائب على الدخل (بحصة مساوية نسبة الإنفاق من الناتج)، ويُصبح صافي دخل الأعوان الاقتصاديين من الضرائب أو الدخل المتاح للأفراد بعد اقتطاع الضريبة (y^d) مُساويا:

$$y^d = y - \tau y = (1-\tau) y \quad (8.\ 26)$$

حيث (τ) معدل الضريبة على الدخل يُعطى ثابتا عبر الزمن، أما (τy) يُمثل الجزء غير المتاح من الدخل والذي يُقدم للحكومة على شكل ايرادات ضريبية.

بالمثل، يُعرف الاستثمار والادخار بدلالة نصيب الفرد كالآتي:

$$\frac{I}{L} = \dot{k} + (n+\delta) \quad (8.\ 27)$$

القطاع العام) بل تدفق الخدمات المنتجة المتعاقد عليها مع القطاع الخاص. بهذه الطريقة، لا تقوم الحكومة بتراكم رأس المال.

$$\frac{S}{L} = sy^{d} = s\left(1-\tau\right)y \quad (8.28)$$

تُعبر المعادلة (8.27) عن حقيقة كفاية مستوى الاستثمار في الاقتصاد لاستبدال حجم رأس المال المُهتلك (δk) ووحدات رأس المال المتاحة للعمال الجدد (nk) وكذا زيادة مخزون رأس المال $(\dot{k})$. من جانب آخر، تُشير المعادلة (8.28) لتساوي نصيب الفرد من الادخار بالجزء المدخر (s) من الدخل المتاح.

بدءا من شرط التوازن الديناميكي $(I = S)$، لدينا:

$$s\left(1-\tau\right)y = \dot{k} + \left(n+\delta\right)k \quad (8.29)$$

بقسمة هذه المعادلة على (k) وإعادة ترتيبها:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{s\left(1-\tau\right)y}{k} - \left(n+\delta\right)$$

بإدراج دالة نصيب الفرد من الناتج في هذه المعادلة، نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{s\left(1-\tau\right)Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}}{k} - \left(n+\delta\right) \quad (8.30)$$

تُشير المعادلة (8.30) أن معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال يتحدد ايجابا بنصيب الفرد من الإنفاق (g) وسلبيا بمعدل الضرائب (τ).

الآن، نُلاحظ عدم استقلالية الضرائب والإنفاق عن بعضهما البعض لأن تمويل الإنفاق يتطلب جمع الضرائب من قبل الحكومة. لإيجاد علاقة بين الضرائب والإنفاق،

من الضروري فرض قيد على ميزانية الحكومة مع افتراض سعي الحكومة موازنة ميزانيتها:[16]

$$\tau y = g$$
$$\tau A k^{\alpha} g^{1-\alpha} = g \qquad (8.\ 31)$$

نحصل على نصيب الفرد من الإنفاق العام:

$$\tau A k^{\alpha} = \frac{g}{g^{1-\alpha}}$$
$$g^{\alpha} = \tau A k^{\alpha}$$
$$g = \left(\tau A\right)^{1/\alpha} k \qquad (8.\ 32)$$

باستبدال هذه القيمة في المعادلة (30. 8) نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال كدالة تابعة لمعدل الضريبة (τ):

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{s\left(1-\tau\right) A k^{\alpha} \left[\left(\tau A\right)^{1/\alpha} k\right]^{1-\alpha}}{k} - \left(n+\delta\right)$$
$$= \frac{s\left(1-\tau\right) A k^{\alpha} \left(\tau A\right)^{(1-\alpha)/\alpha} k^{1-\alpha}}{k} - \left(n+\delta\right)$$
$$= s\left(1-\tau\right) A^{1+(1-\alpha)/\alpha} k^{\alpha+1-\alpha-1} \tau^{(1-\alpha)/\alpha} - \left(n+\delta\right)$$

[16] - في الواقع العملي، يُمكن للحكومة اقتراض الأموال (في حالة عجز الميزانية) لذا ليس من الضروري أن يكون الإنفاق دائما مُساويا دخل الضرائب، لكن على المدى الطويل يجب إعادة ما يتم اقتراضه أو بعبارة أخرى يجب أن يُصبح الإنفاق الحكومي مُساويا لحد ما الإيرادات الحكومية على المدى الطويل. ولأننا مهتمون بالنمو الاقتصادي على المدى الطويل، يتم إهمال حالة وجود عجز في الميزانية.

$$\frac{\dot{k}}{k}=s\left(1-\tau\right)A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}-\left(n+\delta\right) \quad (8.33)$$

$$\frac{\dot{k}}{k}=sA^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}-sA^{1/\alpha}\tau^{1+(1-\alpha)/\alpha}-\left(n+\delta\right)$$

$$=sA^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}-sA^{1/\alpha}\tau^{1/\alpha}-\left(n+\delta\right)$$

$$=sA^{1/\alpha}\tau^{1/\alpha}\left(\tau^{-1}-1\right)-\left(n+\delta\right)$$

$$\frac{\dot{k}}{k}=sA^{1/\alpha}\tau^{1/\alpha}\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right)-\left(n+\delta\right) \quad (8.'33)$$

إذن يتحدد معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال بعوامل معروفة بالفعل كمعدل الادخار، الإهتلاك، النمو السكاني ومستوى التكنولوجيا، لكن الجديد الآن أن النمو أصبح يتحدد أيضا وفق معدل الضريبة على الدخل.

لإيجاد نصيب الفرد من الناتج، نستبدل قيمة نصيب الفرد من الإنفاق من المعادلة (8.32) في دالة الإنتاج:

$$y=Ak^{\alpha}\left(\left(\tau A\right)^{1/\alpha}k\right)^{1-\alpha}$$

$$=Ak^{\alpha}\left(\tau A\right)^{(1-\alpha)/\alpha}k^{1-\alpha}$$

$$=A^{1+(1-\alpha)/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}k^{\alpha+1-\alpha}$$

$$y=A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}k \quad (8.34)$$

بمعدل ضريبة ثابت، يُصبح نصيب الفرد من الناتج حصة تناسبية لنصيب الفرد من رأس المال مثلها مثل دالة تكنولوجيا من نوع AK **(Barro 1990)**. يتمثل الفرق فقط في استبدال المعلمة (A) في دالة الإنتاج البسيطة بـ (A_G) حيث:

$$y = A_G k \quad \text{،} \quad A_G = A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}$$

أي عند دمج قيود الميزانية في دالة الإنتاج تُصبح دالة خطية في رأس المال أو دالة من نوع **AK**: تُشير هذه النتيجة أنه بالحفاظ على قيد الميزانية (8 .32) سيؤدي التزام الحكومة بزيادة 1 % من الانفاق العام (g) لزيادة مخزون رأس المال بـ 1 % أيضا. بطريقة ما، تتزايد وحدات (k) من قبل الأعوان بشكل متزامن بنفس نسبة زيادة (g) من قبل الحكومة، وفي ظل فرضية عوائد الحجم الثابتة (أي ثبات عوائد (k) و (g) معا) فإن الأمر يبدو كما لو كان هناك ناتج حدي ثابت لرأس المال ما يعني أنها تكنولوجيا من نوع **AK**.

لإيجاد معدل نمو نصيب الفرد من الناتج، نأخذ لوغاريتم نصيب الفرد من الناتج ونشتقه عبر الزمن:

$$\log y = \frac{1}{\alpha}\log A + \frac{1-\alpha}{\alpha}\log\tau + \log k$$

$$\frac{d\log y}{dt} = \frac{1}{\alpha}\frac{d\log A}{dt} + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{d\log\tau}{dt} + \frac{d\log k}{dt}$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{1}{\alpha}\frac{\dot{A}}{A} + \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{\dot{\tau}}{\tau} + \frac{\dot{k}}{k}$$

ولأن المعلمة (A) ومعدل الضريبة (τ) ثابتان فإن $\left(\dot{A}/A = \dot{\tau}/\tau = 0\right)$، إذن يُصبح معدل نمو نصيب الفرد من الدخل مُساويا معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{k}}{k}=s\left(1-\tau\right)A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}-\left(n+\delta\right) \quad (8.35)$$

$$=s\left(1-\tau\right)A_G-\left(n+\delta\right)$$

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{k}}{k}=sA^{1/\alpha}\tau^{1/\alpha}\left(\frac{1-\tau}{\tau}\right)-\left(n+\delta\right) \quad (8.'35)$$

ولأن الاستهلاك يُمثل جزءا من الدخل بدلالة الفرد، يُساوي معدل نمو استهلاك الفرد معدل نمو نصيب الفرد$\left(\gamma_k=\gamma_y=\gamma_c\right)$. إذن بدلالة هذا النموذج، تنمو جميع المتغيرات بمعدل ثابت في جميع الأوقات وهي خاصية تشترك فيها مع نموذج **AK**.

الجديد الذي أصبح يُميز النمو الاقتصادي الآن عندما يتم إدراج سلع عامة منتجة في دالة الإنتاج يتم تمويلها من قبل الحكومة، يُصبح معدل الضريبة مُؤثرا على النمو الاقتصادي وذلك بطريقتين مختلفتين: تُؤثر الضريبة بشكل سلبي بدلالة العنصر $\left(1-\tau\right)$ويعكس حقيقة حد الضرائب للدخل المتاح ومعه الادخار والاستثمار في الاقتصاد ما يُقلل معدل نموه، من ناحية أخرى يُؤثر معدل الضريبة ايجابيا عبر العنصر $\left(\tau\right)^{(1-\alpha)/\alpha}$و يعكس ذلك حقيقة وجود معدل ضريبة مرتفع سيسمح للحكومة توفير مستوى أعلى من الانفاق العام المُنتج ما يزيد الإنتاج و القدرة على الادخار و الاستثمار، لذا يُؤثر على معدل النمو بطريقة ايجابية. تُعبر المعادلة ('35 .8) عن علاقة غير خطية بين معدل نمو $\left(k\right)$ (و $\left(y\right)$)ومعدل الضريبة كحصة من الناتج، ما يعني وجود قيمة لمعدل الضريبة تُعظم معدل النمو الاقتصادي أي إمكانية تحليل

العلاقة بين حجم الحكومة الأمثلي لنمو الاقتصاد ومختلف المتغيرات الرئيسية في النظام.

3.2. حجم الحكومة الأمثلي للنمو

بدلالة معدلات نمو نصيب الفرد من رأس المال (المعادلات (33. 8) و (35. 8)) يُمكننا تحليل ماذا يحدث للنمو الاقتصادي إذا أخذ معدل الضريبة قيما متطرفة: على سبيل المثال، في اقتصاد بدون حكومة $(\tau = 0)$ أين لا تقوم الحكومة بتجميع أي شيء ولا يُمكنها توفير أي سلعة عامة (g). وبما أن (g) تُعتبر سلعة ضرورية بمعنى إذا كانت مساوية الصفر يكون الإنتاج صفريا، عندئذ عندما يكون $(\tau = 0)$ يُصبح الإنتاج مُساويا الصفر أيضا وبدوره الادخار والاستثمار (الذي يتناسب طرديا مع الإنتاج)، وبالتالي ينخفض نصيب الفرد من الناتج بمعدل $(n+\delta)$ وهو معدل نمو سلبي. من جانب آخر، في اقتصاد أين تقوم الحكومة بجمع كل الناتج $(\tau = 1)$ على شكل ايرادات ضريبية لا يكون هناك دخل متاح للأعوان الاقتصاديين وبالتالي لا يُوجد ادخار أو استثمار، مرة أخرى ينخفض معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال بمعدل ثابت $(n+\delta)$. باستبدال هذه القيم في المعادلة (35. 8) يُمكن رؤية أن معدل النمو يُصبح سالبا $(-(n+\delta))$ إذا أخذ معدل الضريبة قيمة الصفر أو الواحد:

- إذا كان $(\tau = 0)$:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s(1-0)A^{1/\alpha}(0)^{(1-\alpha)/\alpha} - (n+\delta) \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = -(n+\delta)$$

- إذا كان $(\tau = 1)$:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s\left(1-1\right)A^{1/\alpha}\left(1\right)^{(1-\alpha)/\alpha} - \left(n+\delta\right) \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = -\left(n+\delta\right)$$

لضمان نمو الاقتصاد لابد أن يقع معدل الضريبة بين الصفر والواحد. يتوقع نموذج Barro وجود تأثيرات عكسية على معدل نمو رأس المال في البلدان التي يتجاوز فيها حجم الحكومة بعض الحدود الأمثلية، ويحدث نفس الشيء في حالة الغياب التام للحكومة. من جانب، وجود معدلات ضريبية مرتفعة يعني حجم دخل متاح منخفض مُوجه نحو الادخار أي انخفاض تراكم رأس المال ومعدل النمو في الاقتصاد. من جانب آخر، تعمل معدلات الضرائب العالية على زيادة الإنتاج بزيادة الناتج الحدي لرأس المال وبالتالي زيادة معدل النمو في الاقتصاد.

يُمكننا إظهار علاقة موجبة بين الناتج الحدي لرأس المال ومعدل الضريبة: نقوم باشتقاق المعادلة (8.25) على (k) لنحصل على الناتج الحدي لرأس المال:

$$\frac{dy}{dk} = \alpha A k^{\alpha-1} g^{1-\alpha} = \alpha A\left(\frac{g}{k}\right)^{1-\alpha}$$

من المعادلة (8.32) نحصل على النسبة (g/k):

$$\frac{g}{k} = \frac{\left(\tau A\right)^{1/\alpha} k}{k} = \left(\tau A\right)^{1/\alpha}$$

باستبدال النسبة (g/k) في الناتج الحدي:

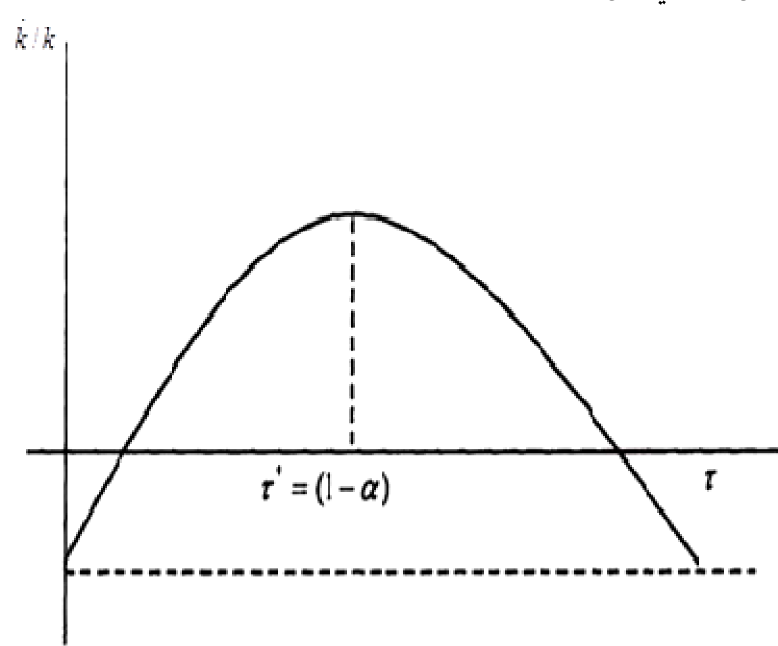
$$\frac{dy}{dk} = \alpha A\left(\left(\tau A\right)^{1/\alpha}\right)^{1-\alpha}$$
$$= \alpha A\left(\tau A\right)^{(1-\alpha)/\alpha}$$
$$= \alpha A^{1+(1-\alpha)/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}$$
$$\frac{dy}{dk} = \alpha A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha} \quad (8.36)$$

تُظهر هذه المعادلة علاقة مباشرة بين معدل الضريبة والناتج الحدي لرأس المال: إذا زاد معدل الضريبة سيرتفع الناتج الحدي لرأس المال وبدوره يزيد الإنتاج في الاقتصاد.

رأينا أن العلاقة بين معدل نمو (k) ومعدل الضريبة (كحصة من الناتج) تأخذ شكل علاقة غير خطية (شكل منحنى U معكوس) وعليه هناك قيمة لمعدل الضريبة تُعظم معدل النمو الاقتصادي. لإيجاد هذه القيمة العظمى، نقوم بتعظيم المعادلة (35. 8) بدلالة (τ):

$$\max_{\tau}\frac{\dot{k}}{k} = s\left(1-\tau\right)A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha} - \left(n+\delta\right)$$
$$\frac{d\dot{k}/k}{d\tau} = s\frac{1-\alpha}{\alpha}A^{1/\alpha}\tau^{(1-2\alpha)/\alpha} - s\frac{1}{\alpha}A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha} = 0$$
$$s\frac{1}{\alpha}A^{1/\alpha}\left[\left(1-\alpha\right)\tau^{(1-2\alpha)/\alpha} - \tau^{(1-\alpha)/\alpha}\right] = 0$$
$$\tau^{(1-\alpha)/\alpha} = \left(1-\alpha\right)\tau^{(1-2\alpha)/\alpha}$$
$$\tau^{(1-\alpha)/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha} = \left(1-\alpha\right)$$
$$\tau^{*} = \left(1-\alpha\right) \quad (8.37)$$

تُساوي القيمة الأمثلية لمعدل الضريبة التي تُعظم معدل النمو الاقتصادي $(1-\alpha)$ كما يُظهره الشكل (4. 8). يعتمد هذا المعدل حصريا على المعلمة (α) التي تُمثل حصة دخل رأس المال في الدخل الوطني. حقيقة أن (τ) تُساوي $(1-\alpha)$ عندما يبلغ معدل تغير نصيب الفرد من رأس المال حده الأقصى يُمثل نفس شرط مشاركة دخل الحكومة في دالة الإنتاج-بالتعريف، لا ينبغي أن تكون حصة ايرادات الحكومة من الدخل الوطني أقل أو أكبر من $(1-\alpha)$.



الشكل (4. 8). معدل الضريبة الأمثلي للحكومة.

لكي تكون الحكومة فعالة يجب عليها أن تختار حجم إنفاق معين (g) يكون فيه الناتج الحدي لـ(g) مُساويا الواحد. إذا استخدمنا دالة الإنتاج $y = Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}$ وبحساب الناتج الحدي للإنفاق الحكومي، تتطلب الكفاءة أن:

$$(1-\alpha)\frac{y}{g}=1$$

بإعادة كتابة هذه المساواة مع العلم أن $(g/y=\tau)$ نحصل على $(\tau^{*}=(1-\alpha))$ وهو معدل الضريبة الذي يعمل على زيادة معدل النمو للحد الأقصى (لتعظيم النمو يجب على الحكومة أن تختار معدل الضريبة بكفاءة).

رأينا أن التدخل الحكومي له وجهان: من جهة، تُوفر سلعا مرغوبا فيها (منتجة) للأعوان الاقتصاديين، ومن جهة أخرى يجب عليها فرض الضرائب لتمويل هذه السلع العامة (التأثير الأول ذو طبيعة موجبة أما الثاني فذو طبيعة سالبة). الصراع الموجود بين هتين القوتين المتناقضتين يسمح لنا بإيجاد حجم التدخل الأمثلي للحكومة أو معدل الضريبة الكفء في الاقتصاد.

أخيرا، يُساوي صافي معدل الادخار من الضريبة:

$$s(1-\tau)=\frac{\dot{k}+(n+\delta)k}{y}$$

$$=\frac{\dot{k}}{y}+(n+\delta)\frac{k}{y}$$

$$=\frac{\dot{k}}{k}\frac{k}{y}+(n+\delta)\frac{k}{y}$$

من المعادلة (8.34) نحصل على النسبة (k/y):

$$y = A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}k \Rightarrow \frac{k}{y} = \frac{1}{A^{1/\alpha}\tau^{(1-\alpha)/\alpha}}$$

$$\frac{k}{y} = \frac{1}{A^{1/\alpha}\tau^{1/\alpha}\tau^{-1}} = A^{-1/\alpha}\tau^{1-1/\alpha}$$

$$\frac{k}{y} = A^{-1/\alpha}\tau^{-(1-\alpha)/\alpha}$$

باستبدالها في معادلة صافي معدل الادخار من الضرائب، نجد:

$$s(1-\tau) = \frac{\dot{k}}{k}A^{-1/\alpha}\tau^{-(1-\alpha)/\alpha} + (n+\delta)A^{-1/\alpha}\tau^{-(1-\alpha)/\alpha}$$

$$s(1-\tau) = A^{-1/\alpha}\tau^{-(1-\alpha)/\alpha}\left(\frac{\dot{k}}{k} + (n+\delta)\right) \qquad (8.38)$$

في المعادلة (8.38) يُمكن رؤية أن معدل صافي الادخار من الضرائب يكون أكبر من معدل نمو الاقتصاد، ولأن نسبة رأس المال إلى الناتج ينخفض مع زيادة معدل الضريبة (τ) من الصفر إلى الواحد، يبلغ معدل الادخار قيمة قصوى قبل أن يبلغ معدل النمو قيمته القصوى ما يعني أن قيم (τ) أقل أو تُساوي $(1-\alpha)$ سترفع معدل النمو.

3.3. سلوك الأمثلية في نموذج Barro

يُمكن توسيع نموذج Barro بإدراج سلوك أمثلية الاستهلاك (تماما كنموذج Rebelo)، وذلك عن طريق توسيع حل التوازن التنافسي الذي يتضمن بالإضافة للأسر والشركات عونا اقتصاديا آخر هو الحكومة التي توفر خدمات البنية التحتية العامة ما يعني دمج تأثيرات السياسة في نموذج RCK من نوع AK والتحقيق في آثارها على معدل النمو المتوازن.

تسعى الأسر لتعظيم منفعتها الزمنية بحل مشكلة الأمثلية التالي:

$$U=\int_{0}^{\infty}\ell^{-(\rho-n)t}\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}dt$$

تحت قيد

$$\dot{k}=(1-\tau)Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}-c-(n+\delta)k$$

يتم حل مشكلة التعظيم وفق طريقة Hamilton:

$$H=\ell^{-(\rho-n)t}\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}+\lambda\left[(1-\tau)Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}-c-(n+\delta)k\right]$$

تُعطى شروط الدرجة الأولى:

$$\frac{\partial H}{\partial c}=0\Rightarrow\ell^{-(\rho-n)t}c^{-\theta}=\lambda$$

$$\frac{\partial H}{\partial k}=0\Rightarrow\lambda\left[\alpha(1-\tau)A\left(\frac{g}{k}\right)^{1-\alpha}-(n+\delta)k\right]=-\dot{\lambda}$$

$$\frac{\partial H}{\partial\lambda}=\dot{k}\Rightarrow\dot{k}=(1-\tau)Ak^{\alpha}g^{1-\alpha}-c-(n+\delta)k$$

بالإضافة لشرط العرضية:

$$\lim_{t\to\infty}\lambda(t)k(t)=0$$

نحصل على معادلة Euler التي تُظهر معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك:[17]

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}\left(\alpha A(1-\tau)\left(\frac{g}{k}\right)^{1/\alpha}-\delta-\rho\right)$$

رأينا سابقا أن النسبة (g/k) تُساوي $(\tau A)^{1/\alpha}$ وعليه:

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}\left(\alpha A^{1/\alpha}(1-\tau)(\tau)^{(1-\alpha)/\alpha}-\delta-\rho\right)$$

لاحظ أن معدل نمو الاستهلاك هي دالة متزايدة تابعة لـ(τ). مع افتراض ثبات (τ) عبر الزمن، فإن الناتج الحدي لرأس المال بعد اقتطاع الضريبة $\alpha A^{1/\alpha}(1-\tau)(\tau)^{(1-\alpha)/\alpha}$ لا يرتبط بـ(k) لذا فهو ثابت عبر الزمن–هنا يلعب الناتج الحدي لرأس المال الثابت في هذه المعادلة نفس الدور الذي تلعبه المعلمة (A) الثابتة في نموذج AK. من أجل ذلك، لا يُظهر نموذج Barro إمكانية وجود ديناميكية انتقالية وبالتالي تنمو جميع المتغيرات بنفس المعدل الثابت في كل الأوقات.

---

[17] - في حل التوازن التنافسي ووفق (g) معطاة، تسعى كل شركة باحثة عن تعظيم الأرباح تحقيق شرط تساوي صافي الناتج الحدي لرأس المال (بعد اقتطاع الضريبة) مع سعر الفائدة وعليه:

$$r=\left((1-\tau)A\alpha k^{\alpha-1}g^{1-\alpha}\right)-\delta$$

باستبدالها في معادلة نمو الاستهلاك $\dot{c}/c=1/\theta(r-\rho)$ نحصل على معادلة نمو نصيب الفرد من الاستهلاك في نموذج Barro (أنظر أعلاه).

من المعادلة $\left(g/k=(\tau A)^{1/\alpha}\right)$ من السهل تبيان تساوي معدل نمو نصيب الفرد من الإنفاق بمعدل نمو نصيب الفرد من رأس المال، ولأن النسبة (g/k) ثابتة ومن أجل ابقاء معدل نمو رأس المال ثابتا لابد ألا تتغير النسبة (c/k) عبر الزمن. هذا يعني لابد أن يقع معدل نمو رأس المال في نفس مسار نمو الاستهلاك المتوازن:

$$\frac{\dot{k}}{k}=(1-\tau)A\left(\frac{g}{k}\right)^{1-\alpha}-\frac{c}{k}-(n+\delta)$$

أخيرا، طالما أن الانفاق العام، رأس المال والاستهلاك تنمو بنفس السرعة، يضمن وجود ثبات عوائد الحجم نمو الناتج أيضا بنفس المعدل الثابت، ما يعني أن:

$$\gamma^{*}=\gamma_{k}=\gamma_{y}=\gamma_{c}$$

إن السبب الرئيسي وراء إمكانية حدوث نمو داخلي في هذا النموذج يتمثل في قرار الأسر خفض وحدة واحدة من الاستهلاك لزيادة وحدة من رأس المال الذي سيرفع الدخل الوطني بنفس حجم الناتج الحدي لرأس المال، كما تقوم الحكومة بتخصيص الايرادات الحكومية الإضافية للإنفاق العام. في هذه الحالة، سيُؤدي زيادة (k) لزيادة (g) بنفس الحصة ما يعني نمو (k) و (g) بنفس المعدل (يُشبه سلوك الانفاق الحكومي هنا عامل إنتاج تراكمي آخر). و لأن وجود عوائد حجم ثابتة في (k) و (g) فإن دالة الإنتاج تتميز بنفس خصائص نموذج **AK**.

ولأن معدل النمو يتحدد وفق معدل الضريبة يُمكن للحكومة بلوغ حد أقصى لمعدل النمو بتبني حجم تدخل أمثلي يُساوي نواتج التوازن التنافسي لعوامل الإنتاج

الخاصة، أو بعبارة أخرى يجب أن تكون مشاركة عامل الإنتاج (الإنفاق الحكومي) الذي تُوفره الحكومة مُساوية لتلك التي تحددها التكنولوجيا $(1-\alpha)$، أي $\left(\tau^*=1-\alpha\right)$، لذا يُصبح معدل النمو في هذه الحالة:

$$\gamma^*_{\max}=\frac{1}{\theta}\left(\alpha^2 A^{1/\alpha}\left(1-\alpha\right)^{(1-\alpha)/\alpha}-\delta-\rho\right)$$

4. حدود نماذج AK

رأينا في هذا الفصل نماذج من نوع **AK** بإمكانها إظهار قابلية توليد نمو داخلي مستديم شرط ألا تتجه عوائد الحجم لرأس المال للتناقص على المدى الطويل تحت قيمة أساسية موجبة ومحددة، وعليه يتحدد معدل النمو على المدى الطويل بمستوى التكنولوجيا والرغبة في الادخار. ورأينا أيضا إمكانية تعميم تأثير مستوى التكنولوجيا لتشمل تأثير الخدمات العامة (نموذج Barro) التي تُمارس تأثيرات طويلة الآجل على النمو.

هل يُقدم نموذج **AK** نهجا جذابا لشرح النمو الداخلي المستمر؟ حسنا إحدى الميزات الهامة لهذا النوع من النماذج تتمثل في بساطته (سهولته وقابلية حله مقارنة بتلك النماذج التي ناقشناها في الفصول السابقة). وتتمثل بساطة نموذج **AK** في افتراض خطية دوال الإنتاج في مدخل إنتاج واحد (رأس المال) الذي يُعتبر شرطا ضروريا لتوليد نمو مستديم لأنه إذا أدرج شرط التقعر (شروط Inada) لن يكون النمو الداخلي ممكنا لذا فإن الخطية هو عنصر أساسي في أي نموذج يُؤدي لنمو

مستديم. لكن مع ذلك، يُمثل هذا النوع من الخطية حالة "حافة السكين" الذي يُقيد شرط توليد نمو داخلي بخطية رأس المال، والذي يعني أنه مع مرور الوقت تزداد حصة دخل رأس المال المُستحق في الدخل الوطني نحو الواحد (إن لم يكن يُساوي الواحد منذ البداية)، لكن مع ذلك لا يبدو أن هذا الميل متسقا مع الأدلة التجريبية.

تتميز نماذج AK أيضا بقدرتها على تفسير فجوات الدخل الملاحظة بين البلدان على المدى الطويل عكس النموذج النيوكلاسيكي من خلال جعل تأثير السياسة (على المعلمات الهيكلية) مستداما على معدلات النمو في المدى الطويل. لقد أدى السعي وراء توسيع معقول للنموذج النيوكلاسيكي حول استجابات الاقتصاد لتأثيرات تغير السياسة إلى ظهور أدبيات النمو الداخلي تسمح لنا بتفسير الفروق عبر البلدان، إلا أن هذه النماذج تتوقع أيضا توسع توزيع الدخل العالمي أو حدوث تباعد وليس تقارب البلدان ذات الخصائص المختلفة المتوقع أن تنمو بمعدلات مختلفة بشكل مستمر عكس البيانات التجريبية التي تُظهر أنماطا من التقارب المشروط خصوصا خلال فترة ما بعد الحرب. مرة أخرى، السبب في ذلك هذه الخطية التي تُميز نماذج AK التي تُنهي إمكانية وجود ديناميكية انتقالية ولا تتوقع حدوث نمط للتقارب بين البلدان، رغم وجود نسخ مُوسعة لنماذج النمو الداخلي من نوع AK تجمع بين سلوك التقارب للنموذج النيوكلاسيكي مع خصائص النمو على المدى الطويل لنموذج AK البسيط، لذا تُصبح هذه النظريات متفقة بشكل أفضل مع الأدلة التجريبية للتقارب.

أخيرا والأهم، تُظهر عدد من الأدلة التقدم التكنولوجي كعامل أكثر أهمية في فهم عملية النمو الاقتصادي، لذلك يفشل هذا النموذج للنمو المستديم في التقاط الجوانب الأساسية للنمو الاقتصادي، لكن إغفال هذه النماذج إدراج التقدم التكنولوجي ليس بالضرورة غير مُتوافق مع البيانات خصوصا في ظل الجدل القائم حول ما إذا كانت قيمة نمو الإنتاجية الكلية للعوامل دقيقة في محاسبة النمو التي تعاني مشكلة سوء قياس المدخلات–إذا كان الأمر كذلك، يُمكن أن يكون الكثير مما نقيسه كتقدم تكنولوجي هو في الحقيقة تعميق رأسمالي و الذي يُمثل جوهر النمو الاقتصادي في نموذج **AK**. وبالتالي، فإن النقاش حول قياس الإنتاجية الكلية للعوامل له آثار مهمة على نوع النماذج التي يجب استخدامها في تفسير النمو الاقتصادي العالمي والفروق في الدخل عبر البلدان. مع ذلك، من غير المحتمل تفضيل أشكال معينة من التقدم التكنولوجي دون غيرها كعوامل لعبت دورا هاما في عملية النمو الاقتصادي على مدى 200 سنة الماضية. ختاما، تُواجه نماذج **AK** صعوبة التمييز بشكل واضح بين تراكم رأس المال والتقدم التكنولوجي، لذا فهي تجمع رأس المال المادي والبشري كمدخلات متراكمة تماما كنماذج النمو النيوكلاسيكي مع رأس المال الفكري المتراكم عند حدوث التقدم التكنولوجي.

الفصل التاسع

التعلم بالممارسة والآثار الانتشارية للمعرفة:

نماذج Frankel- Arrow- Romer

في منتصف الثمانينات، مع نشر Romer (1986) وLucas (1988) أوراقهم البحثية ظهر نهج جديد في أدبيات النمو الاقتصادي يُعرف بنظرية النمو الداخلي، لكن لدى هذه النماذج المشهورة في نظرية النمو الداخلي خلفية تاريخية تعود على الأقل إلى حقبة الستينات مع أعمال Marvin Frankel وKenneth Arrow (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1972). ضمن نظرية النمو الداخلي، أظهرت نماذج Frankel وArrow عدم رضاها عن النتائج التي توصل إليها النماذج النيوكلاسكية وساهمت بقسط كبير في تطوير أدبيات النمو الداخلي في الثمانينات.

تُظهر نماذج النمو الداخلي من الجيل الأول الحاجة لتصحيح نتائج معينة متحصل عليها من النماذج النيوكلاسيكية لا تتسق مع الواقع التجريبي. على وجه خاص، سعى الجيل الأول لتفسير نمو نصيب الفرد من الناتج دون الحاجة لافتراض تقدم تكنولوجي خارجي وربط معدل نمو الاقتصاد بقرارات المجتمع حول الاستهلاك الحالي والمستقبلي، أي ربط معدل النمو بمعدل الادخار. بهذه الطريقة،

قامت نماذج Frankel وArrow بتعديل دالة الإنتاج النيوكلاسيكية للسماح بوجود عوائد حجم "متزايدة": إن هذا التعديل في دالة الإنتاج النيوكلاسيكية يعني في ظل هذه الظروف عودة لدالة الإنتاج ذات المعاملات الثابتة في نموذج Harrod-Domar.

كان حل Arrow (1962) لمشكلة عوائد الحجم المتزايدة هو افتراض تقدم تكنولوجي يحدث كنتيجة غير مقصودة (ثانوية) من إنتاج سلع رأسمالية جديدة وهي ظاهرة تُطلق عليها تسمية "التعلم بالممارسة Learning by Doing" المفترض أنها خارجة عن نطاق الشركات المسؤولة عنها: أي إذا اعتمد التقدم التكنولوجي على الإنتاج الكلي لرأس المال والشركات كلها صغيرة الحجم، فمن الُممكن أنها تأخذ معدل التقدم التكنولوجي بشكل مستقل عن إنتاجها للسلع الرأسمالية.

تُعتبر فكرة "التعلم بالممارسة" أساس نماذج النمو الداخلي جيل الأول والتي تُعرف أيضا باسم "نموذج AK". في ظل تأثيرات خارجية على شكل تعلم بالممارسة، يفترض نموذج AK أنه عندما يتراكم رأس المال ستُوًلد عملية التعلم بالممارسة تقدما تقنيا يميل لرفع الناتج الحدي وبذلك يُعوض ميل الناتج الحدي نحو الانخفاض عندما لا يتغير مستوى التكنولوجيا. كما أشرنا سابقا، يتوقع نموذج AK اعتماد معدل نمو بلد ما في المدى الطويل على عوامل اقتصادية كمعدل الادخار وكفاءة تخصيص الموارد (المعلمة A)، في الفصول المقبلة سنقوم بتطوير نماذج بديلة للنمو الداخلي تُؤكد

لا على الادخار ولا على الكفاءة بل على الابتكار والابداع التي تُعتبر القوى الدافعة الرئيسية وراء النمو الاقتصادي، لكن نظرا لمكانتها التاريخية كأول نماذج النمو الداخلي، تُشكل هذه النماذج جزءا هاما لأي تحليل اقتصادي لظاهرة النمو الاقتصادي.

نبدأ أولا دراسة نموذج Frankel المنشور في مقاله "دالة الإنتاج في التخصيص والنمو Production Function in Allocation and Growth" عام 1962 استطاع من خلاله دمج نموذج Harrod-Domar على مستوى الاقتصاد الكلي مع دالة الإنتاج النيوكلاسيكية على مستوى الاقتصاد الجزئي. ثانيا، نتعامل مع نموذج Arrow المنشور عام 1962 بعنوان "الآثار الاقتصادية للتعلم بالممارسة Economic Implications of Learning by Doing" الذي يُمثل عمله تقدما هاما لنموذج Solow-Swan النيوكلاسيكي، ويخلص Arrow فيه أن نمو الإنتاجية مُستقل عن التغير التقني الخارجي ومحدد بنمو القوى العاملة المُحددة خارجيا. وثالثا، يتم تقديم نموذج أعاد إحياء اهتمام الاقتصاديين بالنمو الاقتصادي وظُهور نظرية النمو الداخلي تم نشره من قبل Paul Romer (1986) في مقاله "العوائد المتزايدة والنمو على المدى الطويل Increasing Returns and Long-Run Growth" تم فيه استخدام أفكار Arrow (1962) حول كيفية القضاء على عوائد الحجم المتناقصة لتراكم رأس المال وبافتراض أن خلق المعرفة يُمثل جانب الإنتاج في الاستثمار. كان هدف Romer

وضع نموذج لتراكم المعرفة لكنه أدرك أنه سيكون صعبا في سياق الاقتصاد التنافسي: كان حله الأولي (الذي تم تحديثه لاحقا في أعماله وأعمال آخرين في التسعينات) اعتبار تراكم المعرفة كنتيجة ثانوية لعملية تراكم رأس المال، بعبارة أخرى أدرج Romer الآثار الانتشارية التكنولوجية كمحرك للنمو الاقتصادي.

تتشابه هذه النماذج الثلاثة في إطارها العام، لكنها ربما تختلف في الشكل الدالي المعتمد لمعالجة التقدم التقني وبالتالي في شكل دالة الإنتاج. من جانب، يعتبر Frankel (1962) التقدم التقني مرتبطا بدرجة تطور الاقتصاد ويُدرج بذلك متغيرا تقريبيا للتطور (مخزون نصيب الفرد من رأس المال الكلي في الاقتصاد) في دالة الإنتاج، في هذه الحالة يقوم Frankel بإدراج "التأثيرات الخارجية Externalities" التي يُمثلها مستوى التطور (أو التنمية) الذي يحققه الاقتصاد ككل بالنسبة للشركات التي تعمل في إطاره. من ناحية أخرى، يُقدم Arrow (1962) نموذج تراكم رأس المال عن طريق "التعلم بالممارسة " أو التعلم أثناء العمل. بالنسبة لـ Arrow يُعتبر تراكم رأس المال المادي "تقريبا جيدا" لمستوى خبرة العمال ومخزون رأس المال الكلي كمتغير تقريبي للتقدم التقني مع معلمة تقيس درجة التطور أقل من الواحد. في الأخير، يُمثل نموذج Romer (1986) حالة خاصة من نموذج Arrow أين يفترض معلمة التطور (معلمة التعلم) مُساوية الواحد مع افتراض ثبات حجم القوى العاملة لتفادي تأثيرات الحجم في النموذج.

يُبين الجدول الاختلافات الرئيسية في معدلات التغير التقني في نماذج Frankel (1962) وArrow (1962) وRomer (1986).

	التقدم التقني	دالة الإنتاج
نموذج Frankel	$H=\left(K/L\right)^{\eta},\eta\succ 0$	$Y=A\left(K\right)^{\alpha+\eta}\left(L\right)^{1-\alpha-\eta}$
نموذج Arrow	$H=K^{\eta},0\prec\eta\prec 1$	$Y=A\left(K\right)^{\alpha+\eta(1-\alpha)}\left(L\right)^{1-\alpha}$
نموذج Romer	$H=K$	$Y=A\left(K\right)\left(L\right)^{1-\alpha}$

1. التأثيرات الخارجية والتعلم بالممارسة

كان Alfred Marshall (1890) أول من أطلق مصطلح "الاقتصاديات الخارجية" أو "التأثيرات الخارجية" للإشارة لمصادر نمو الإنتاجية التي تقع خارج نطاق الشركات كسوق العمل، الموردون المتخصصون، البنية التحتية والآثار الانتشارية التكنولوجية. وفق هذه الفكرة، يتمتع المُنتجون بفوائد خارجية عبر تقاسم التكاليف الثابتة للموارد العامة كالبنية التحتية والخدمات ومن خلال الوصول لتجمع العمالة الماهرة والموردين المتخصصين وقاعدة معرفية مشتركة.

بناء على تعريف Marshall، يُميز Scitovosky (1954) بين نوعين من التأثيرات الخارجية: "المالية" و "التكنولوجية"، حيث يتضمن النوع الأول تلك التأثيرات السعرية الخارجية الناشئة عن ظروف السوق والتي تُشكل عناصر مُهمة في تكوين الاقتصاديات الخارجية المالية: كلما زاد حجم السوق زادت قدرة الشركات

على زيادة إنتاجها دون الحاجة لخفض مستوى الأسعار، من ناحية أخرى تنشأ التأثيرات الخارجية التكنولوجية عن وجود ترابط بين دوال الإنتاج أي الآثار الانتشارية لدالة إنتاج شركة ما على أخرى: يُمكن وصف نشر الابتكار بالعديد من الوسائل كالتقليد كنوع من أنواع التأثيرات الخارجية. يُمكن التمييز بين هذين النوعين من العوامل الخارجية في أن التأثيرات الخارجية المالية تنتشر على نطاق واسع في السوق عبر آلية الأسعار، بينما لا ينطبق الأمر بالضرورة على حالة التأثيرات التكنولوجية.

هناك تأصيل مفاهيمي آخر للتأثيرات الخارجية مُقدم من قبل Arrow (1962) وتم توسيعه لاحقا من قبل Romer (1986,1990): يُنظر لخلق وتراكم المعرفة أنها نتيجة حتمية (ثانوية) لعمليتي الإنتاج والاستثمار، وتحدث تحسينات الإنتاجية دون توليد ابتكارات ظاهرة في عملية الإنتاج أو نتيجة جهد متعمد، لذا يُمثل تراكم المعرفة إحدى الآثار الجانبية للنشاط الاقتصادي التقليدي أو شكلا من أشكال التعلم بالممارسة. يُجسد التقدم التقني نوعا من أنواع رأس المال: يحدث التعلم كآثار جانبية لإنتاج رأس المال الجديد ما يعني اعتبار زيادة المعرفة دالة تابعة متزايدة في رأس المال.[1]

---

[1] -"زيادة رأس المال من خلال استثمار شركة ما يرفع مستوى المعرفة في مكان آخر. وبالتالي فإن الاقتصاد ككل يعمل في إطار زيادة العوائد" (Arrow 1962 :157).

تقوم نماذج Frankel (1962)، Arrow (1962) وبعد ذلك Romer (1986) بدراسة فكرة التعلم بالممارسة كنوع من أنواع التأثيرات الخارجية التي تُحدد نمو الاقتصاد داخليا. عندما يكون التعلم بالممارسة مصدرا للتقدم التكنولوجي لا يعتمد معدل تراكم المعرفة على جزء الموارد المُخصص لأنشطة البحث والتطوير بل على مقدار المعرفة الجديدة الناتجة عن النشاط الاقتصادي التقليدي. في هذه النماذج، تُسهم الخبرة في مجال الإنتاج والاستثمار في رفع الإنتاجية وترفع عملية تعلم مُنتج واحد إنتاجية آخرين عبر الآثار الانتشارية للمعرفة من مُنتج لآخر، وبالتالي وجود مخزون كبير لرأس المال في الاقتصاد (أو حجم تراكم كبير للإنتاج السابق) سيُحسن مستوى تكنولوجيا كل مُنتج، ولا يظهر عوائد الحجم المتناقصة على المستوى الكلي بل من الممكن أن يتحقق عوائد الحجم المتزايدة.

يرى Romer (1986) بأن التعلم بالممارسة أو "الآثار الانتشارية للمعرفة Knowledge Spillovers" على النحو الذي طرحه Arrow (1962) المنبثقة عن الاستثمار في مخزون رأس المال يجعل التقدم التكنولوجي ذاتيا في عملية النمو، كما تمنح هذه التأثيرات الخارجية للتكنولوجيا بعض خصائص "السلعة العامة" والتي تعني أن التقدم التكنولوجي لا يُمكن توليده داخل النظام فحسب كنتيجة لعملية النمو بل ينتشر خارج مصدره الأصلي (سيتم التفصيل في هذه النقطة في الأجزاء المقبلة من هذا الفصل).

2. نموذج Frankel

تم تقديم أول نموذج من نوع AK يُمكنه تفسير النمو المُستمر لنصيب الفرد من الناتج من قبل الاقتصادي الأمريكي Marvin Frankel (1962) الذي كان مدفوعا بالتحدي المتمثل في بناء نموذج يجمع بين مزايا نموذج Solow-Swan ونموذج Harrod-Domar. في مقاله "دالة الإنتاج في التخصيص والنمو" عام 1962 اقترح Frankel نموذجا يُوفق فيه الاختلافات الحاصلة بين دالة الإنتاج النيوكلاسيكية من نوع Cobb-Douglas وذات المعاملات الثابتة التي استخدمها نموذج Harrod-Domar، ويرى Frankel (1962) أن الدالتان تُظهران مزايا جذابة كنماذج نظرية اقتصادية، في المقابل تُظهر كل منهما أوجه قصور في عكس الواقع التجريبي.[2]و في هذا الإطار، حاول Frankel الجمع بين دالتي الإنتاج بطريقة يتم الحفاظ بها على الخصائص المرغوب فيها لكل نوع من الدوال و معالجة أوجه القصور.

---

[2] - وفق Frankel (1962 :996) " **يتم استخدام دالة Cobb-Douglas لأنها تمُثل الاستقرار النسبي في مشاركة دخل رأس المال والعمل كإحدى الحقائق المجردة للنمو الاقتصادي. من جانبها، تُصبح دالة المعاملات الثابتة المستخدمة من قبل Harrod-Domar جذابة بسبب هيكلها البسيط وتأكيدها على تراكم رأس المال كمحرك للنمو. مع ذلك، عند استخدامها في نماذج النمو تُظهر دالة الإنتاج أوجه قصور معينة: من ناحية، تقودنا دالة الإنتاج النيوكلاسيكية لمعدل نمو صفري لنصيب الفرد من الناتج. من ناحية أخرى، لا يمُكن استخدام دالة المعاملات الثابتة لتحليل توزيع العوامل أو توزيع الدخل**".

يقول Frankel (1962: 997) في هذا الصدد:

"الاستنتاج الرئيسي هو المحافظة بالكامل على دالة من نوع Cobb-Douglas في نماذج تخصيص الموارد، بينما يتم الحفاظ على دالة من نوع Harrod-Domar في نفس الوقت في نماذج النمو".

كما هو الحال في نموذج Solow-Swan، يفترض النموذج وجود المنافسة الكاملة، عوامل إنتاج قابلة للإحلال (مع تكنولوجيا Cobb-Douglas) في ظل التوظيف الكامل. وكما هو الحال أيضا في نموذج Harrod-Domar، سيُولد النموذج معدل نمو على المدى الطويل اعتمادا على معدل الادخار.

بنى Frankel (1962) نموذجه على أساس فكرة "التعلم بالممارسة": نظرا لمساهمة الأفراد في تراكم المعرفة التكنولوجية عند تراكم رأس المال، لن يتخذ هيكل AK لنموذج Harrod-Domar شكل دالة إنتاج ذات المعاملات الثابتة، بدلا من ذلك كل شركة $\left(i \in \{1,2,...,N\}\right)$ تعمل في إطار دالة إنتاج من الشكل:[3]

$$Y_i = AHK_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha}$$

حيث (Y_i) ناتج الشركة (i)، (A) معلمة ثابتة تلتقط مستوى التكنولوجيا المشتركة و المستخدمة من قبل كل الشركات، (K_i) و (L_i) كميات رأس المال و العمالة

---

[3] - يتكون نموذج Frankel (1962) من (N) عدد من الشركات تعمل في إطار دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas، لكن الاقتصاد ككل يعمل في إطار دالة إنتاج ذات المعاملات الثابتة المستخدمة في نموذج Harrod-Domar. هذا الوصف ممكن بفضل نموذج التطور المُعدل.

المستخدمة من قبل الشركة (i)؛ أما (H) هو المُعَدل يُعبر عن مستوى تطور الاقتصاد الذي تنشط فيه الشركات: هذه المعلمة تُؤثر على إنتاج الشركة (i) كنوع من أنواع التأثيرات الخارجية، و ذلك لأن الشركات التي تنشط في الاقتصاديات المتقدمة (نسبيا) تستفيد من البيئة الاقتصادية المواتية التي تعمل فيها لإنتاج المزيد من السلع و الخدمات بحجم معين من رأس المال و العمالة مقارنة بالشركات الموجودة في الاقتصاديات المتخلفة (نسبيا). بالنسبة لكل شركة فردية، يُعتبر المُعَدل متغيرا خارجيا عنها نظرا لصغر حجمها بالنسبة للاقتصاد ككل ولا يُمكنها التأثير على معايير النموذج (أو على هذه المعلمة).

نفترض الآن أن الشركة (i) تُنتج جزءا $(1/N)$ من الناتج الكلي، لذا يكون الناتج الكلي في الاقتصاد مُساويا إنتاج الشركة (i) مضروبا بعددها (N):

$$Y \equiv \sum_{i=1}^{N} Y_i = NY_i$$

$$NY_i = NAH\left(K_i^{\alpha}\right)\left(L_i^{1-\alpha}\right)$$

طالما أن كل الشركات تعمل في إطار نفس دالة إنتاج الشركة النموذجية (i) التي تتسم بالخطية والتجانس (تستخدم نفس تكنولوجيا الإنتاج وتُواجه نفس أسعار العوامل) فإنها تُوظف عوامل الإنتاج بنفس النسب، على ذلك يتطلب إنتاج $(1/N)$ من الناتج الكلي (Y) استخدام جزء $(1/N)$ من مخزون رأس المال الكلي (K) وإجمالي القوى العاملة (L):

$$K \equiv \sum_{i=1}^{N} K_i = NK_i ; L \equiv \sum_{i=1}^{N} L_i = NL_i$$

يُمكن التعبير عن دالة الإنتاج الكلي كالآتي:

$$NY_i = NAH\left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha}\left(\frac{L}{N}\right)^{1-\alpha} = \frac{N}{N^{\alpha+1-\alpha}} AH\left(K\right)^{\alpha}\left(L\right)^{1-\alpha}$$

إذن:

$$Y = AH\left(K\right)^{\alpha}\left(L\right)^{1-\alpha}$$

هذا الإجراء التجميعي يعني إمكانية اختلاف الشركات العاملة في الاقتصاد في الحجم (Scale) لكنها تستعمل نفس كثافة العوامل (K) و (L) لجميع الشركات و التي تُساوي نسبة رأس المال إلى العمل في الاقتصاد ككل. كما ذكرنا سابقا، يُعتبر المُعَدل معلمة في دالة إنتاج الشركات لكنها على المستوى الكلي تُصبح متغيرا مُحددا داخليا في النظام الاقتصادي ككل وتُشير لتطور (مستوى التنمية) الاقتصاد. يقول Frankel (1962 :999):

"عندما تقوم شركة ما بزيادة رأسمالها فإن مستوى التنمية لا يتأثر بشكل كبير. لكن عندما تقوم كل الشركات بذلك فإن "المُعَدل" يتغير".

يُمكن تمثيل درجة تطور الاقتصاد باستخدام متغيرات عديدة كمعدل الوفيات والمواليد، معدل التعليم، مستوى التغذية، مستويات نصيب الفرد من الدخل أو نصيب العامل من رأس المال من بين متغيرات أخرى. في هذا الصدد، استخدم Frankel (1962) متغير "نصيب الفرد من رأس المال" كمتغير تقريبي لمستوى

التنمية: كلما كان نصيب الفرد من رأس المال مرتفعا في الاقتصاد كان الاقتصاد متقدما:

$$H = \left(\frac{K}{L}\right)^{\eta} = \left(\sum_{i=1}^{N} k_i\right)^{\eta}$$

حيث (η) هو معامل يُشير لدرجة تطور الاقتصاد أو حجم التأثيرات الخارجية للمعرفة (التطور) التي تُولدها جميع الشركات. باستبدالها في دالة الإنتاج الكلي نحصل:

$$Y = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\eta} (K)^{\alpha} (L)^{1-\alpha}$$
$$= A(K)^{\alpha+\eta} (L)^{1-\alpha-\eta}$$

إذا كانت $(\eta = 1-\alpha)$ تُصبح هذه الدالة "دالة من نوع AK":

$$Y = A(K)^{\alpha+1-\alpha} (L)^{1-\alpha-1+\alpha} = AK$$

كما رأينا، رغم عمل الشركات الفردية في إطار دالة الإنتاج النيوكلاسيكية إلا أن الاقتصاد على المستوى الكلي يعمل في إطار دالة إنتاج من نوع Harrod-Domar، ما يعني جلب نموذج Harrod-Domar على مستوى الاقتصاد الكلي رغم أن النموذج لا يزال يحتفظ بدالة الإنتاج النيوكلاسيكية على مستوى الاقتصاد الجزئي.[4]

[4] - يقول Frankel (1962: 999-1000): "**تخضع إنتاج الشركة النموذجية لدالة Cobb-Douglas. في ظل هذه الظروف يتم الاحتفاظ بخصائص دالة إنتاج Cobb-Douglas لكل شركة، ونظرا لأن كل شركة تختلف في عدد العوامل المستخدمة، على سبيل المثال، تراكم رأس المال استجابة للسوق وفرص أخرى، فإن المُعَدل**

تستوعب دالة الإنتاج الكلي كل التأثيرات الخارجية لدرجة التطور التي يتم توليدها بشكل جماعي من قبل كل الشركات، وتلتقط درجة التطور التأثيرات المباشرة وغير المباشرة لتغير حجم الموارد: يتمثل التأثير المباشر لسلوك الشركات في زيادة مخزون رأس المال الكلي (زيادة المُعَدل (H))، في حين يُعبر التأثير غير المباشر في تحسن أداء المنظمات ونوعية العمل، اقتصاديات الحجم، المرافق الجديدة أو البنية التحتية العمومية (شبكات النقل والاتصال) من بين الأمور الأخرى.[5]

2.1. عرض النموذج

الفرق الجوهري بين نموذج Frankel ونماذج النمو الأخرى يتمثل في قدرته على إدراج المُعَدل في دالة الإنتاج. هنا يتم عرض معادلات النموذج كالآتي:

$$Y_i = AHK_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha} \tag{9. 1}$$

$$Y = AH\left(K\right)^{\alpha}\left(L\right)^{1-\alpha} \tag{9. 2}$$

$$S = sY \tag{9. 3}$$

$$I = \dot{K} \tag{9. 4}$$

$$I = S \tag{9. 5}$$

$$L\left(t\right) = L\left(0\right)\ell^{nt} \tag{9. 6}$$

$$H = \left(\frac{K}{L}\right)^{\eta} \tag{9. 7}$$

يزيد. زيادة المُعَدل خارجي بالنسبة للشركة المعنية وتعكس التأثير الجماعي لنشاط جميع الشركات حيث تستجيب جميعها بطريقة مشابهة للفرص الاقتصادية".

5 - "عندما تقوم الشركات بتوسيع رأسمالها فهناك تأثير مزدوج على دالة الإنتاج الكلي: يزيد الناتج الكلي كنتيجة مباشرة لزيادة أحد عوامل الإنتاج ويزيد أيضا بسبب زيادة بَسط المُعَدل" (Frankel 1962: 1001).

باستبدال المُعَدل في دالة الإنتاج الكلي نحصل على:

$$Y = A\left(K\right)^{\alpha+\eta}\left(L\right)^{1-\alpha-\eta} \qquad (9.\ 8)$$

وفق شرط التوازن الديناميكي:

$$S = sY = I = \dot{K}$$

$$\dot{K} = sA\left(K\right)^{\alpha+\eta}\left(L\right)^{1-\alpha-\eta}$$

بدلالة نصيب الفرد:

$$\frac{\dot{K}}{L} = \frac{sA\left(K\right)^{\alpha+\eta}\left(L\right)^{1-\alpha-\eta}}{L} = sA\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha+\eta}\left(\frac{L}{L}\right)^{1-\alpha-\eta}$$

$$= sA\left(k\right)^{\alpha+\eta}$$

بإعادة ترتيب:

$$\dot{k} = \left(\frac{\dot{K}}{L}\right) = \frac{\dot{K}}{L} - k\frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{L} - nk$$

ومنه:

$$\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk \qquad (9.\ 9)$$

تُساوي دالة الادخار لنصيب الفرد:

$$\frac{S}{L} = sA\frac{\left(K\right)^{\alpha+\eta}\left(L\right)^{1-\alpha-\eta}}{L} = sA\left(k\right)^{\alpha+\eta}$$

بإدراج المساواة بين الاستثمار–الادخار بدلالة نصيب الفرد، نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال:

$$\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk = sA(k)^{\alpha+\eta}$$
$$\dot{k} = sA(k)^{\alpha+\eta} - nk$$
$$\frac{\dot{k}}{k} = sA(k)^{\alpha+\eta-1} - n \qquad (9.10)$$

على افتراض ثبات معدل الادخار، يُولد هذا النموذج نفس معادلة تراكم رأس المال المتحصل عليها وفق نموذج Solow-Swan ونموذج Harrod-Domar.

في نموذج Solow-Swan تُوجد هناك علاقة عكسية بين معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال $(\dot{k}/k)$ومستواه(k)، لذلك هناك ضمان تقارب الاقتصاد نحو الحالة المستقرة. لمعرفة سلوك معدل نمو نصيب الفرد على المدى الطويل في نموذج Frankel، نقوم باشتقاق المعادلة (9.10) بدلالة(k):

$$\frac{\partial(\dot{k}/k)}{\partial k} = \frac{\partial\left[sA(k)^{\alpha+\eta}/k\right]}{\partial k}$$
$$= s\left[\frac{kdA(k)^{\alpha+\eta} - A(k)^{\alpha+\eta}dk}{k^2}\right] = s\left[\frac{(\alpha+\eta)A(k)^{\alpha+\eta-1}}{k} - \frac{A(k)^{\alpha+\eta}}{k^2}\right]$$
$$= \frac{s}{k}\left[(\alpha+\eta)A(k)^{\alpha+\eta-1} - \frac{A(k)^{\alpha+\eta}}{k}\right]$$

حيث $(\alpha+\eta)A(k)^{\alpha+\eta-1}$يُمثل الناتج الحدي لرأس المال و$\left(A(k)^{\alpha+\eta}/k\right)$ يُمثل الناتج المتوسط لرأس المال. إذا أراد الاقتصاد أن يصل لوضعية الحالة المستقرة لابد أن تأخذ $\partial(\dot{k}/k)/\partial k$ إشارة سالبة ما يعني أن الناتج المتوسط لابد أن يكون

أكبر من الناتج الحدي لرأس المال، ولابد أن يكون مجموع $(\alpha+\eta)$ أقل من الواحد $(\alpha+\eta \prec 1)$، أو بعبارة أخرى تتحقق الحالة المستقرة (الوضعية التي يبقى عندها نصيب الفرد من رأس المال ثابتا) إذا أظهرت دالة الإنتاج عوائد حجم متناقصة في رأس المال.

لمعرفة فيما إذا كانت العوائد الحدية لعامل رأس المال متناقصة، نقوم باشتقاق الناتج الحدي لرأس المال:

لدينا نصيب الفرد من الناتج $y = Ak^{\alpha+\eta}$ وعليه يُساوي الناتج الحدي لرأس المال:

$$\frac{\partial\left(Ak^{\alpha+\eta}\right)}{\partial k} = A\left(\alpha+\eta\right)k^{\alpha+\eta-1} \succ 0$$

ولأن (A,α,η) معلمات موجبة يكون الناتج الحدي أيضا موجب. اشتقاق الناتج الحدي لرأس المال هو المشتق الثاني لنصيب الفرد من الناتج على رأس المال:

$$\frac{\partial^2\left(Ak^{\alpha+\eta}\right)}{\partial k^2} = A\left(\alpha+\eta\right)\left(\alpha+\eta-1\right)k^{\alpha+\eta-2}$$

لتحليل سلوك المسار الديناميكي للاقتصاد المعرف وفق المعادلة (10. 9)، يجب أن نأخذ في الحسبان الحالات الثلاثة التالية:

1. $(\alpha+\eta \prec 1)$:

ينص قانون عوائد الحجم المتناقصة أن المشتق الثاني لابد أن يكون سالبا، ويكون الناتج الحدي لنصيب الفرد من رأس المال متناقصا إذا وفقط $(\alpha+\eta \prec 1)$، في هذه الحالة لن يكون حجم التأثيرات الخارجية للتطور (أو المعرفة) (η) كبيرا بما فيه الكفاية لمجابهة حجم $(1-\alpha)$ من تأثيرات عوائد الحجم المتناقصة لتراكم رأس المال، لذا يُساوي معدل نمو نصيب الفرد الصفر.

تُمثل المعادلة (10 .9) معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال التي من خلالها يُمكن إيجاد معدل نمو مخزون رأس المال الكلي:

$$\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{k}}{k}+\frac{\dot{L}}{L}=\left[sA\left(k\right)^{\alpha+\eta-1}-n\right]+n$$

$$\frac{\dot{K}}{K}=sA\left(k\right)^{\alpha+\eta-1} \qquad (9.\ 11)$$

يُمكن حساب معدل نمو الناتج الكلي بأخذ لوغاريتم دالة الإنتاج واشتقاقه بدلالة الزمن:

$$\log Y=\log A+\log\left[\left(K\right)^{\alpha+\eta}\right]+\log\left[\left(L\right)^{1-\alpha-\eta}\right]$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{\dot{A}}{A}+\left(\alpha+\eta\right)\frac{\dot{K}}{K}+\left(1-\alpha-\eta\right)\frac{\dot{L}}{L}$$

لاحظ أن المعلمة (A) ثابتة في دالة الإنتاج، يُصبح معدل نمو الناتج الكلي:

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=\left(\alpha+\eta\right)\frac{\dot{K}}{K}+\left(1-\alpha-\eta\right)\frac{\dot{L}}{L}$$

باستبدال $\left(\dot{K}/K\right)$ و $\left(\dot{L}/L\right)$ بما يُساويها:

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=(\alpha+\eta)\left[sA(k)^{\alpha+\eta-1}\right]+(1-\alpha-\eta)n$$
$$=(\alpha+\eta)\left[sA(k)^{\alpha+\eta-1}\right]+n-(\alpha+\eta)n$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=(\alpha+\eta)\left[sA(k)^{\alpha+\eta-1}-n\right]+n \qquad (9.\ 12)$$

إذا تحققت وضعية الحالة المستقرة، لابد أن يتحقق الشرط $(\alpha+\eta\prec 1)$ ويكون معدل $\left(\dot{k}/k\right)$ مُساويا الصفر:

$$\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)^{*}=sA(k)^{\alpha+\eta-1}-n=0$$

وبالمثل، تُصبح المعادلة (9.11) من الشكل:

$$\left(\frac{\dot{K}}{K}\right)^{*}=sA(k)^{\alpha+\eta-1}=n$$

إذن العنصر الموجود في العارضة في المعادلة (9 .12) يُساوي الصفر أيضا ويُساوي معدل نمو الناتج الكلي معدل نمو العمالة:

$$\left(\frac{\dot{Y}}{Y}\right)^{*}=n$$

إذا تم الأخذ بعين الاعتبار التأثيرات الخارجية التي تُولدها درجة تطور الاقتصاد على الشركة المُنتجة، تُصبح إنتاجية رأس المال متناقصة إذا وفقط كان $(\alpha+\eta\prec 1)$، وبالتالي تتحقق وضعية الحالة المستقرة ويقترب نمو مخزون رأس المال

والناتج الكلي نحو نمو عنصر العمل. تُولد هذه الحالة نفس الديناميكية الانتقالية الموجودة في نموذج Solow-Swan بدون تقدم تكنولوجي. وفق المعادلة (10 .9) يُوجد مخزون رأس مال في الحالة المستقرة مُساو:

$$k^* = \left(\frac{sA}{n}\right)^{1/1-\alpha-\eta} \qquad (9.\ 13)$$

إذا وقع (k) فوق (k^*) يُصبح معدل النمو سالبا لأنه وفق المعادلة (10 .9) $(\dot{k}/k)$ دالة متناقصة في (k)، وسيهبط (k) نحو حالته المستقرة التي تُصبح فيها معدلات نمو نصيب الفرد مساوية الصفر.

2. $(\alpha+\eta \succ 1)$:

يبدو أن نموذج Frankel مختلف عن نموذج النمو النيوكلاسيكي لأنه يفتح بابا أمام إمكانية عدم وجود حالة مستقرة ومواصلة الاقتصاد تحقيق النمو ولهذا السبب يُعتبر نموذج Frankel أول صيغة لنموذج نمو داخلي.

إذا تحقق $(\alpha+\eta \succ 1)$ يُصبح المشتق الثاني للناتج مُوجبا، ويكون الناتج الحدي لرأس المال متزايدا ما يعني عدم تحقق عوائد الحجم المتناقصة وضمنيا لا تتحقق الحالة المستقرة. في هذه الحالة، يكون حجم التأثيرات الخارجية للتطور (أو التعلم بالممارسة) كبيرا بما فيه الكفاية وسيشهد الاقتصاد الكلي معدل نمو متزايد: لن يتوقف مخزون نصيب الفرد من رأس المال عن النمو على المدى الطويل ويُصبح معدل نموه مُساويا الفرق بين نصيب العامل من الادخار ومعدل نمو عنصر العمل:

$$\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)^{*} = sA\left(k\right)^{\alpha+\eta-1} - n \succ 0$$

أما معدل نمو مخزون رأس المال الكلي:

$$\left(\frac{\dot{K}}{K}\right)^{*} = sA\left(k\right)^{\alpha+\eta-1} \succ n$$

ومعدل نمو الناتج الكلي:

$$\left(\frac{\dot{Y}}{Y}\right)^{*} \succ n$$

تُظهر المعادلة (13. 9) مخزون نصيب الفرد من رأس المال وحيد في الحالة المستقرة، لكنه غير مستقر لفترة طويلة لأنه أصبح الآن دالة متزايدة في (k). إذن، إذا وقع (k) فوق (k^{*}) سيرتفع بمعدل متزايد– تُسمى هذه الحالة بـ "النمو المتفجر Explosive Growth".

3. $(\alpha+\eta=1)$:

تحدث حالة خاصة في نموذج **Frankel** عندما يتحقق الشرط $(\alpha+\eta=1)$: في هذه الحالة المعروفة بحافة السكين يتساوى التأثير الايجابي للمعرفة مع عوائد الحجم المتناقصة لتراكم رأس المال كل شركة، وتأخذ دالة الإنتاج الكلي شكل **AK**:

$$Y = A\left(K\right)^{\alpha+1-\alpha}\left(L\right)^{1-\alpha-1+\alpha} = AK$$

ومعدل نمو نصيب الفرد من رأس المال:

$$\left(\frac{\dot{k}}{k}\right)^* = sA - n$$

الذي يُساوي معدل النمو المتحصل عليه وفق نموذج Harrod-Domar، لكنه الآن يُعبر عن معدل نمو طويل الآجل في نموذج بعوامل قابلة للإحلال مع التوظيف الكامل (نموذج AK)، أي كلما ارتفع رأس المال يزيد الإنتاج بنفس النسبة بوجود توظيف كامل للعمالة وقابلية الإحلال في دالة الإنتاج الكلي لأن المعرفة تزيد تلقائيا بالحجم المطلوب.

2.2.الناتج الحدي في نموذج Frankel

في هذا النموذج، هناك مفهومان مختلفان للناتج الحدي يجب النظر فيهما: الناتج الحدي المُسبق والناتج الحدي الفعلي. يُمكن الحصول على الناتج الحدي المُسبق أي الناتج الحدي لرأس المال أو للعمل لشركة ما عن طريق اشتقاق المعادلة (1. 9) (دالة إنتاج الشركة النموذجية) بدلالة عامل الإنتاج المعني:

$$Y_i = AHK_i^{\alpha} L_i^{1-\alpha}$$

(الناتج الحدي المُسبق لرأس المال) $$\frac{\partial Y_i}{\partial K_i} = \alpha AHK_i^{\alpha-1} L_i^{1-\alpha}$$

(الناتج الحدي المُسبق للعمل) $$\frac{\partial Y_i}{\partial L_i} = (1-\alpha) AHK_i^{\alpha} L_i^{-\alpha}$$

كما رأينا، يُعتبر المُعَدل معلمة في دالة الإنتاج عند اشتقاقها بدلالة عوامل الإنتاج. في الواقع، تصف النواتج الحدية المُسبقة النتائج المتوقع حدوثها من قبل

الشركة عندما تتغير عدد العوامل المستخدمة في عملية الإنتاج مع بقاء العوامل الأخرى على حالها.

باستبدال المُعَدل بـ(K/L) في النواتج المُسبقة نحصل على:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial K_i} = \alpha A\left(\frac{K}{L}\right)^{\eta}\left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha-1}\left(\frac{L}{N}\right)^{1-\alpha} = \alpha A\left(\frac{K}{L}\right)^{\eta}\left(\frac{L/N}{K/N}\right)^{1-\alpha}$$

$$= \alpha A\left(\frac{K}{L}\right)^{\eta}\left(\frac{L}{K}\right)^{1-\alpha}$$

نحصل على الناتج الحدي الفعلي لرأس مال الشركة:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial K_i} = \alpha A\left(K\right)^{\alpha+\eta-1}\left(L\right)^{1-\alpha-\eta}$$

أما الناتج الحدي الفعلي لعنصر العمل:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial L_i} = \left(1-\alpha\right)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\eta}\left(\frac{K}{N}\right)^{\alpha}\left(\frac{L}{N}\right)^{-\alpha} = \left(1-\alpha\right)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\eta}\left(\frac{K/N}{L/N}\right)^{\alpha}$$

$$= \left(1-\alpha\right)A\left(\frac{K}{L}\right)^{\eta}\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial L_i} = \left(1-\alpha\right)A\left(K\right)^{\alpha+\eta}\left(L\right)^{-\alpha-\eta}$$

يُعرف الناتج الحدي الفعلي بدالة الدفع الفعلية، حيث تصف هذه الدوال النتائج المتحصل عليها من قبل الشركة النموذجية عندما تختلف جميع الشركات في كثافة استخدام عوامل الإنتاج.[6]

إذا كانت $(\alpha+\eta=1)$ تُصبح النواتج الحدية الفعلية مُساوية:

$$\frac{\partial Y_i}{\partial K_i}=\alpha A$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial L_i}=\left(1-\alpha\right)A\frac{K}{L}$$

إن القرارات الخاصة التي تتخذها كل الشركات لزيادة وفرة رأس المال تخلق تأثيرات خارجية في الاقتصاد، وبوجود استثمارات ثابتة ستختفي العوائد الحدية المتناقصة. ما تقوم به جميع الشركات سيُعزز التأثيرات الخارجية في الاقتصاد على عكس الشركة الفردية التي لا تستطيع التأثير عليها لأن هذه التأثيرات الخارجية هي نتيجة اجتماعية مستقلة عن قرار الشركة الفردية. بعبارة أخرى، لخلق هذه النتيجة

[6] - "لا يمُكن لأي شركة عن طريق نشاطها تغيير المُعَدل وفي ظل هذا الافتراض تتخذ كل شركة قراراتها الاستثمارية. لكن عندما تُراكم جميع الشركات رأس المال سيتغير المُعَدل وبدورها ستختلف الدوال المُسبقة والفعلية عن بعضها البعض. في هذه الحالة، سيرتفع إنتاج الشركة ودوال ناتجها الحدي أو تتحول مع مراكمة الاقتصاد لرأس المال وتُغير نسب استخدامها للعوامل"(Frankel 1962 :1003).

الاجتماعية يجب على كل شركة زيادة وفرة رأس المال ليُصبح بذلك التغير التقني مُحددا خارجيا بالنسبة للشركة ومُحددا داخليا بالنسبة للاقتصاد.[7]

2.3.نموذج Frankel مع التقدم التقني (المُوسع للعمالة)

يتضمن تعديل النموذج إدراج المُعَدل كعامل خارجي يعمل على زيادة إنتاجية عنصر العمل، في هذه الحالة يُصبح المُعَدل متغيرا مضروبا بعنصر العمل في دالة الإنتاج الكلي مع بقاء معادلات النموذج كما هي:

$$Y = A\left(K\right)^{\alpha}\left(HL\right)^{1-\alpha}$$

يُمكن التعبير عن دالة الإنتاج بدلالة الوحدات الفعلية بقسمة الناتج (Y) على عنصر العمل المُوسع بالتغير التقني (HL):

$$\tilde{y} = \frac{Y}{HL} = A\left(\frac{K}{HL}\right)^{\alpha}\left(\frac{HL}{HL}\right)^{1-\alpha}$$

$$\tilde{y} = A\tilde{k}^{\alpha}$$

بأخذ لوغاريتم دالة الإنتاج واشتقاقه عبر الزمن، نجد معدل نمو نصيب الفرد الفعلي من الناتج:

$$\log\tilde{y} = \log A + \alpha\log\tilde{k}$$

$$\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}$$

[7] - "إذا أرادت شركة ما زيادة مخزون رأسمالها ستُواجه عوائد حجم متناقصة لرأس المال. أما إذا أرادت جميع الشركات فعل ذلك، ستستفيد من الزيادة التعويضية للمُعَدل" (Frankel 1962 :1004).

كما أشرنا سابقا، المعلمة (A) ثابتة عبر الزمن وبالتالي يُصبح معدل نمو نصيب العامل الفعلي من الناتج:

$$\frac{\dot{\tilde{y}}}{\tilde{y}} = \alpha \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}$$

في الحالة المستقرة، تبقى الوحدات الفعلية لرأس المال والناتج بدلالة نصيب الفرد ثابتة ما يعني أن $\left(\dot{\tilde{y}} = \dot{\tilde{k}} = 0\right)$، ويُمكن حساب معدلات نمو مخزون رأس المال والناتج الكلي:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = 0, \tilde{k} = \frac{K}{HL} \Rightarrow \frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{H}}{H} - \frac{\dot{L}}{L} = 0$$

باستبدال معدل نمو التقدم التقني $\left(\dot{H}/H\right)$:

$$H = \left(\frac{K}{L}\right)^{\eta} \Rightarrow \frac{\dot{H}}{H} = \eta\left(\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}\right)$$

وعليه:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}} = \frac{\dot{K}}{K} - \eta\left(\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}\right) - \frac{\dot{L}}{L} = 0$$

$$(1-\eta)\frac{\dot{K}}{K} - (1-\eta)n = 0$$

في هذه الحالة، يُصبح معدل نمو رأس المال الكلي مُساويا معدل نمو عنصر العمل:

$$\frac{\dot{K}}{K} = n$$

وباتباع نفس الخطوات، نجد معدل نمو الناتج الكلي مُساو معدل نمو العمل:

$$\frac{\dot{Y}}{Y}=n$$

في الحالة المستقرة:

$$\left(\frac{\dot{Y}}{Y}\right)^{*}=\left(\frac{\dot{K}}{K}\right)^{*}=n$$

ولأن مخزون رأس المال والناتج ينموان بنفس معدل نمو العمل، فلابد أن يبقى نصيب العامل من رأس المال (والناتج) ثابتا في الحالة المستقرة:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{Y}}{Y}-\frac{\dot{L}}{L}=n-n=0$$

$$\frac{\dot{y}}{y}=0$$

يفترض Frankel (1962) قيمة $(\eta=1)$ ما يعني أن $(H=K/L)$:

$$Y=AK^{\alpha}\left(\frac{K}{L}L\right)^{1-\alpha}=AK$$

تماما كالحالة العامة لنموذج Frankel عندما $(\alpha+\eta=1)$، تُمثل هذه المعادلة دالة إنتاج من نوع AK المستخدمة في نموذج Harrod-Domar.

إن قرارات زيادة وفرة نصيب الفرد من رأس المال على المستوى الكلي تُولد تأثيرات خارجية موجبة تُحفز نمو كفاءة العمل:

$$K\uparrow \Rightarrow \uparrow H=\frac{\uparrow K}{L}$$

$$H=\frac{K}{L}\Rightarrow \frac{\dot{H}}{H}=\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{L}}{L}$$

هذا يمنع انخفاض الناتج الحدي لرأس المال تزامنا مع زيادة مخزون رأس المال.

مع غياب $(H=0)$، يُصبح النموذج مشابها للنموذج النيوكلاسيكي الذي تتناقص معه إنتاجية رأس المال مع زيادة مخزون (K)، لذا يقل متوسط إنتاجية رأس المال (Y/K):

$$Y=AK^{\alpha}L^{1-\alpha}:\uparrow K\Rightarrow \frac{Y}{K}\downarrow$$

لكن مع وجود (H) يتم توليد زيادة إضافية في الناتج مع زيادة (K)، حيث تظل إنتاجية مخزون رأس المال ثابتة (مع افتراض $\eta=1$):

$$H=\left(\frac{K}{L}\right):\uparrow K\Rightarrow H\uparrow$$

$$Y=AK^{\alpha}\left(HL\right)^{1-\alpha}:\uparrow K,\uparrow H\Rightarrow \left(\frac{Y}{K}\right)=A$$

3. نموذج Arrow-Romer

إحدى مفاتيح النمو الداخلي في نموذج AK هو غياب عوائد الحجم المتناقصة للعوامل المتراكمة عبر الزمن. قام عدد من الباحثين– Frankel (1962) , Arrow (1962), Griliches (1979), Romer (1986), Lucas (1988)– ببناء نماذج نمو داخلي تلعب فيه الآثار الانتشارية دورا مركزيا. في هذا القسم يتم تقديم نموذجي نمو داخلي من قبل Arrow (1962) وRomer (1986) يلعب فيها التعلم من الخبرة الاستثمارية ونشر معرفة التقنية الجديدة (التأثيرات الخارجية) عبر الشركات دورا هاما: يتمثل الفرق بينهما فيما إذا كانت معلمة التعلم أقل أو تُساوي الواحد– تتطابق الحالة الأولى مع نموذج Arrow (1962) والحالة الثانية مُطابقة لنموذج Romer (1986) الذي يفرض معلمة تعلم تُساوي الواحد (نقوم أولا بدمج هتين المساهمتين في إطار مشترك).

3.1. الإطار المشترك

يتم استخدام أفكار Arrow-Romer حول كيفية القضاء على عوائد الحجم المتناقصة لتراكم رأس المال بافتراض أن خلق المعرفة يُمثل جانب الإنتاج في الاستثمار: الشركة التي تزيد رأسمالها المادي تتعلم بشكل متزامن كيفية الإنتاج بكفاءة أكثر. تُسمى هذه التأثيرات الموجبة للتجربة على الإنتاجية بالتعلم بالممارسة أو التعلم بالاستثمار.

نَنظر في اقتصاد مغلق بشركات وأسر تتفاعل مع بعضها في إطار المنافسة الكاملة، لاحقا يتم إدراج محاولة الحكومة إدخال تأثيرات خارجية موجبة للاستثمار. ليكن لدينا (N)عدد الشركات في الاقتصاد ((N)عدد كبير) تعمل في إطار دالة الإنتاج النيوكلاسيكية ذات عوائد حجم ثابتة وبتكنولوجيا مُوسعة للعمالة لكل شركة (i):

$$Y_i = F\left(K_i, HL_i\right) \tag{9. 14}$$

حيث (K_i)و (L_i)المدخلات المتاحة (رأس المال و العمالة) في كل شركة (i)، أما (H)تُمثل مستوى التكنولوجيا في الاقتصاد ككل (لا تتضمن (H)مؤشر (i) لأنها مشتركة في كل الشركات). تستوفي $F(\bullet)$ الخصائص النيوكلاسيكية: نواتج حدية موجبة ومتناقصة لكل مدخل، عوائد حجم ثابتة وشروط **Inada**. يُفترض تكنولوجيا من نوع حيادية **Harrod** (الموسع للعمالة) لتحقق حالة مستقرة ينمو فيها (H)بمعدل خارجي (g).

يضع **Arrow (1962)** و**Romer (1986)** فرضيتان أساسيتان حول نمو الإنتاجية: أولا، يُوَلد صافي الاستثمار (إنتاج السلع الرأسمالية) بشكل غير مقصود الخبرة (الشركات، العمال والمدراء) في عملية الإنتاج أو ما يُطلق عليه التعلم بالممارسة ما يجعل عملية الإنتاج نفسها أكثر إنتاجية. لاحظ أن التجربة تُتيح للمنتجين التعرف على فرص تحسين عملية الإنتاج والجودة، وبهذه الطريقة تزيد المعرفة حول كيفية إنتاج

السلع الرأسمالية بطريقة فعالة من حيث التكلفة وكيفية تصميمها بشكل تُصبح أكثر إنتاجية عند دمجها مع العمل وتُلبي بشكل أفضل احتياجات المستخدمين.[8] تعكس هذه العملية فكرة Arrow أن المعرفة ومكاسب الإنتاجية تتأتى من الاستثمار والإنتاج وهي صيغة مستوحاة من المشاهدات التجريبية للتأثيرات الإيجابية الكبيرة للخبرة على إنتاجية صناعة الطائرات، بناء السفن ومجالات أخرى (Wright 1936 ;Searle 1946 ; Asher 1956 ; Rapping 1965).[9]ويتم دعم هذه النتيجة بشكل قوي من قبل Schmookler (1966) الذي وجد ارتباط براءة الاختراع (كتقريب للتعلم) بشكل وثيق مع الاستثمار في رأس المال المادي.

الفرضية الثانية أن المعرفة المتاحة لدى كل شركة هي "سلعة عامة" يُمكن لأي شركة أخرى الوصول إليها بتكلفة صفرية، أي بمجرد اكتشافها تنتشر المعرفة فوريا عبر الاقتصاد ككل. يعني هذا الافتراض ضمنيا أن تغير مستوى تكنولوجيا (H) كل شركة يستجيب لعملية التعلم الكلية في الاقتصاد لذا فهي تناسبية مع مخزون رأس

---

[8] - **"كل آلة جديدة يتم إنتاجها ووضعها في الخدمة قادرة على تغيير البيئة التي يحدث فيها الإنتاج، بحيث يحدث التعلم بمحفزات جديدة باستمرار"** (Arrow 1962 :158).

[9] - يٌشير Arrow (1962) لأدلة تجريبية تٌظهر أنه بعد إدخال تصميم جديد للطائرة، يُصبح الوقت اللازم لبناء هيكل طائرة ثانوية تناسبي بشكل عكسي مع الجذر التكعيبي لعدد طائرات هذا النموذج الذي سبق إنتاجه.

المال الكلي (K)، بمعنى آخر يتطور مخزون المعرفة (التكنولوجيا) ذاتيا في الاقتصاد بسبب انتشاره عبر الشركات عن طريق رأس المال المادي.[10]

إذا مزجنا افتراضات التعلم بالممارسة والآثار الانتشارية للمعرفة، نُدرج (H) كدالة متزايدة لخبرة المجتمع السابقة مُمثلة بصافي الاستثمار التراكمي الكلي:

$$H(t)=\int_{-\infty}^{t} I_s^n ds = K^{\eta}(t); 0 \prec \eta \leq 1 \qquad (9.\ 15)$$

حيث (I^n) هو صافي الاستثمار و $K=\sum_{i}^{N} K_i$. تُشير المعلمة (η) لمرونة مستوى العام للتكنولوجيا بالنسبة لصافي الاستثمار التراكمي والتي تُسمى "معلمة التعلم": يفترض Arrow حالة $(\eta \prec 1)$ وRomer حالة $(\eta = 1)$ (يتم إلغاء $(\eta \succ 1)$ لأنها تُولد نموا متفجرا أو ناتجا لانهائيا في الزمن النهائي).

3.1.1. الشركات

في نموذج RCK، افترضنا امتلاك الأسر سلعا رأسمالية مباشرة في الاقتصاد وتأجيرها للشركات. عندما نقوم بإدراج مفهوم التعلم بالممارسة، يُصبح من المعقول (في الواقع) افتراض إمتلاك الشركات للسلع الرأسمالية التي تستخدمها، حيث تلجأ

[10] - طور Lucas (1988) نموذجا مماثلا في الهيكل لكن الآثار الانتشارية تنتج عن طريق رأس المال البشري. هنا تمثل التأثيرات الخارجية لرأس المال المادي حالة Romer والتأثيرات الخارجية لرأس المال البشري حالة Lucas. نشير أن فكرة التأثيرات الخارجية مألوفة لدى الاقتصاديين (كما أشرنا سابقا) لكن Romer وLucas يضعان فرضية قاطعة بوجود تأثيرات خارجية قوية بما فيه الكفاية بحيث تنمو بشكل مستمر على مستوى الاقتصاد.

الشركات بشكل عام لتمويل استثماراتها الرأسمالية إلى إصدار الأسهم والسندات ومن ثم تتشكل الثروة المالية للأسر من هذه الأسهم والسندات.

لدينا شركة (i) تعمل في إطار المنافسة الكاملة لكل الأسواق، لذا فإن الشركة أخذة للسعر كما هو معطى. تُمثل المشكلة التي تُواجه الشركة في اختيار خطط الاستثمار والادخار التي تُعظم القيمة الحالية لتدفق السيولة المستقبلي (V_i)، وعليه تختار الشركة قيم (I_i, L_i) لتعظيم:

$$V_i = \int_0^{\infty} \left[F\left(K_i, HL_i\right) - wL_i - I_i \right] \ell^{-\int_0^t r_s ds} dt$$

تحت قيد $\dot{K}_i = I_i - \delta K_i$. يُمثل (w) و (I) الأجر الحقيقي و الاستثمار الاجمالي على الترتيب؛ (r_s) معدل الفائدة عند الزمن (s) و (δ) معدل اهتلاك رأس المال. إن مشكلة الشركة في هذه الحالة مشابهة تماما لمشكلة تعظيم الأرباح الصافية الحالية في مجال زمني قصير، لذا يُمكن وصف حل الشركة أنها سلسلة من مشاكل تعظيم الربح الثابت. عند أي نقطة زمنية، تسعى الشركة (i) لتعظيم أرباحها الصافية الحالية:

$$\pi_i = F\left(K_i, HL_i\right) - \left(r + \delta\right) K_i - wL_i$$

مما يُؤدي لتطبيق شروط الدرجة الأولى (نظرية **Euler**):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_i}{\partial K_i} &= F_1\left(K_i, HL_i\right) - \left(r + \delta\right) = 0 \\ \frac{\partial \pi_i}{\partial L_i} &= F_2\left(K_i, HL_i\right) - w = 0 \end{aligned} \qquad (9.16)$$

وراء المعادلة (9.16) تم افتراض كل شركة صغيرة بما يكفي بالنسبة للاقتصاد ككل، حيث يكون تأثير (مساهمة) استثمار كل شركة فردية ضئيلا على مستوى التكنولوجيا في الاقتصاد وتتعامل مع (H) على نحو معطى. و طالما أن (F) مُتجانسة من الدرجة الأولى وفق نظرية Euler، فإن المشتق الأول (F_1) (المُشتق الجزئي لـ $F(K_i, HL_i)$ بالنسبة لـ (K_i)) يُمثل الناتج الحدي الخاص لرأس المال) و (F_2) مُتجانستان من الدرجة الصفر، و بالتالي يُمكن كتابة المعادلة (9.16):

$$F_1(k_i, H) = (r + \delta) \qquad (9.17)$$

حيث $k_i \equiv K_i / L_i$. ولأن (F) دالة نيوكلاسيكية فإن $F_{11} \prec 0$ وتكون المعادلة (9.17) محددة فقط بـ (k_i). من المعادلة (9.17) يكون نصيب الفرد من رأس المال هو نفسه لكل الشركات (ليكن $(\bar{k})$).

3.1.2. الأسر

يتم وصف قطاع الأسر تماما كنموذج RCK مع عرض عمالة غير مرن ونمو سكاني ثابت $(n \geq 0)$. تختار الأسر دالة منفعة من نوع CRRA ذات المعلمة $(\theta \succ 0)$، ومعدل تفضيل زمني ثابت $(\rho \succ 0)$، أما قيد المورد فيُعطى من الشكل التالي:

$$\dot{x} = (r - n)x + w - c$$

حيث (x) نصيب الفرد من الأصول. يُعطى شرط العرضية:

$$\lim_{t \to \infty} \left(x(t) \ell^{-(r-n)t} \right) = 0$$

تعني خطط الاستهلاك-الادخار أن نصيب الفرد من الاستهلاك ينمو وفق المعادلة التالية:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho)$$

في ظل اقتصاد مغلق وبدون تدخل حكومي، يُصبح (x) مُساويا (K / L).

3.1.3. التوازن

في التوازن، تقوم كل الشركات بنفس الخيارات ما يعني أن $K = \sum_{i}^{N} K_i$ و $L = \sum_{i}^{N} L_i$ حيث (K) و (L) كميات رأس المال و العمالة المتاحة في الاقتصاد ككل.

ولأن:

$$\sum_{i}^{N} K_i = \sum_{i}^{N} k_i L_i = \sum_{i}^{N} \bar{k} L_i = \bar{k} L$$

فإن كثافة رأس المال المختارة (k_i) من قبل كل الشركات تستوفي:

$$k_i = \bar{k} = \frac{K}{L} = k \qquad (9.\ 18)$$
$$i = 1, 2, ..., N$$

نستخدم المعادلة (9.17) لتحديد معدل الفائدة التوازني:

$$r = F_1(k, H) - \delta \qquad (9.\ 19)$$

وتُصبح دالة الإنتاج الكلي من الشكل:

$$Y=\sum_{i}^{N}Y_i=\sum_{i}^{N}y_iL_i=\sum_{i}^{N}F\left(k_i,H\right)L_i=\sum_{i}^{N}F\left(k,H\right)L_i$$
$$=F\left(k,H\right)\sum_{i}^{N}L_i=F\left(k,H\right)L=F\left(K,HL\right)=F\left(K,K^{\eta}L\right) \quad (9.20)$$

3.2. حالة Arrow $(\eta \prec 1)$

تتحقق حالة Arrow عندما تستوفي معلمة التعلم الشرط $(0 \prec \eta \prec 1)$. نذكر أن طريقة تحليل نموذج Arrow مشابهة تماما لنموذج RCK مع تقدم تكنولوجي خارجي، على وجه خاص يُعطى نصيب العامل الفعلي من رأس المال $\left(\tilde{k} \equiv K/HL\right)$ و الناتج $\left(\tilde{y} \equiv Y/HL\right)$:

$$\tilde{y}=\frac{F\left(K,HL\right)}{HL}=F\left(\tilde{k},1\right)\equiv f\left(\tilde{k}\right) \quad (9.21)$$
$$f' \succ 0, f'' \prec 0$$

يُمكن إعادة كتابة المعادلة (9.19):

$$r=f'\left(\tilde{k}\right)-\delta \quad (9.22)$$

3.2.1. ديناميكية النموذج

من التعريف $\left(\tilde{k} \equiv K/HL\right)$، لدينا:

$$\frac{\dot{\tilde{k}}}{\tilde{k}}=\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{H}}{H}-\frac{\dot{L}}{L}=\frac{\dot{K}}{K}-\eta\frac{\dot{K}}{K}-n$$
$$=\left(1-\eta\right)\frac{\dot{K}}{K}-n=\left(1-\eta\right)\frac{Y-C-\delta K}{K}-n$$
$$=\left(1-\eta\right)\frac{\tilde{y}-\tilde{c}-\delta\tilde{k}}{\tilde{k}}-n$$

حيث $\left(\tilde{c} \equiv C / HL \equiv c / H\right)$. بضرب المعادلة بـ $\left(\tilde{k}\right)$ نجد:

$$\dot{\tilde{k}} = (1-\eta)\left(f\left(\tilde{k}\right) - \tilde{c}\right) - \left[(1-\eta)\delta + n\right]\tilde{k} \quad (9.23)$$

وفق المعادلة (22. 9)، تعني قاعدة Keynes-Ramsey أن معدل نمو الاستهلاك يُساوي:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}\left(f\left(\tilde{k}\right) - \delta - \rho\right) \quad (9.24)$$

مع العلم أن $\left(\tilde{c} \equiv c / H\right)$، لدينا:

$$\frac{\dot{\tilde{c}}}{\tilde{c}} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{H}}{H} = \frac{\dot{c}}{c} - \eta\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{c}}{c} - \eta\frac{Y - C - \delta K}{K}$$

$$= \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\eta}{\tilde{k}}\left(\tilde{y} - \tilde{c} - \delta\tilde{k}\right) = \frac{1}{\theta}\left(f\left(\tilde{k}\right) - \delta - \rho\right) - \frac{\eta}{\tilde{k}}\left(\tilde{y} - \tilde{c} - \delta\tilde{k}\right)$$

بضرب المعادلة بـ $\left(\tilde{c}\right)$ نجد:

$$\dot{\tilde{c}} = \left[\frac{1}{\theta}\left(f\left(\tilde{k}\right) - \delta - \rho\right) - \frac{\eta}{\tilde{k}}\left(\tilde{y} - \tilde{c} - \delta\tilde{k}\right)\right]\tilde{c} \quad (9.25)$$

تُحدد المعادلتان (23. 9) و (25. 9) تطور الاقتصاد عبر الزمن، في المقابل يُظهر الشكل (1. 9) مخطط المرحلة: يُمكن إيجاد خط $\left(\dot{\tilde{k}} = 0\right)$ من المعادلة (23. 9):

$$\dot{\tilde{k}} = 0 \Rightarrow \tilde{c} = f\left(\tilde{k}\right) - \left(\delta + \frac{n}{1+\eta}\right)\tilde{k} \quad (9.26)$$

مع افتراض $0 \succ \left(\delta + n / 1 + \eta\right)$. نفس الشيء بالنسبة لخط $\left(\dot{\tilde{c}} = 0\right)$:

$$\dot{\tilde{c}} = 0 \Rightarrow \tilde{c} = f\left(\tilde{k}\right) - \delta\tilde{k} - \frac{\tilde{k}}{\eta\theta}\left(f'\left(\tilde{k}\right) - \delta - \rho\right)$$
$$\tilde{c} = f\left(\tilde{k}\right) - \delta\tilde{k} - \frac{\tilde{k}}{\eta\theta}\frac{\dot{c}}{c} \qquad (9.27)$$

قبل تحديد ميل خط $\left(\dot{\tilde{c}} = 0\right)$، ننظر في الحالة المستقرة $\left(\tilde{k}^*, \tilde{c}^*\right)$: في الحالة المستقرة، تُصبح $\left(\tilde{k}\right)$ و $\left(\tilde{c}\right)$ ثابتتين وعليه يُساوي معدل نمو (K) و (C):

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{H}}{H} + n = \eta\frac{\dot{K}}{K} + n$$
$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{n}{1-\eta}$$

إذن في الحالة المستقرة، يُصبح معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك مُساويا معدل التقدم التكنولوجي:

$$\left(\frac{\dot{c}}{c}\right)^* = \frac{\dot{C}}{C} - n = \frac{n}{1-\eta} - n = \frac{\eta n}{1-\eta} = \gamma_c^* \qquad (9.28)$$

$$\left(\frac{\dot{H}}{H}\right)^* = \eta\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\eta n}{1-\eta} = \gamma_c^* \qquad (9.29)$$

في الحالة المستقرة، تستوفي المعادلة (9.24) قيم $\left(\tilde{k}\right)$ و (r):

$$r^* = f'\left(\tilde{k}^*\right) - \delta = \rho + \theta\left(\frac{\dot{c}}{c}\right)^*$$
$$= \rho + \theta\gamma_c^* = \rho + \theta\frac{\eta n}{1-\eta} \qquad (9.30)$$

لضمان وجود حالة مستقرة، نفترض أن الناتج الحدي الخاص لرأس المال حساس بما فيه الكفاية لنصيب العامل الفعلي من رأس المال أو " كثافة رأس المال":

$$\lim_{\tilde{k}\to 0} f'\left(\tilde{k}\right) \succ \delta + \rho + \theta\frac{\eta n}{1-\eta} \succ \lim_{\tilde{k}\to\infty} f'\left(\tilde{k}\right) \quad \text{(A1)}$$

في التوازن العام $x(t)=k(t)=\tilde{k}(t)H(t)$ حيث ينمو $H(t)=\ell^{\gamma t}$ في الحالة المستقرة وفق المعادلة (9.29)، لذا يُكتب شرط العرضية:

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{k}^{*}\ell^{-\left(r^{*}-\gamma_c^{*}-n\right)t}=0$$

ليتحقق هذا الشرط، لابد أن:

$$r^{*} \succ \gamma_c^{*}+n=\frac{n}{1-\eta} \quad \text{(9. 31)}$$

وبالنظر للمعادلة (9.30) يُساوي هذا:

$$\rho - n \succ \left(1-\theta\right)\frac{\eta n}{1-\eta} \quad \text{(A2)}$$

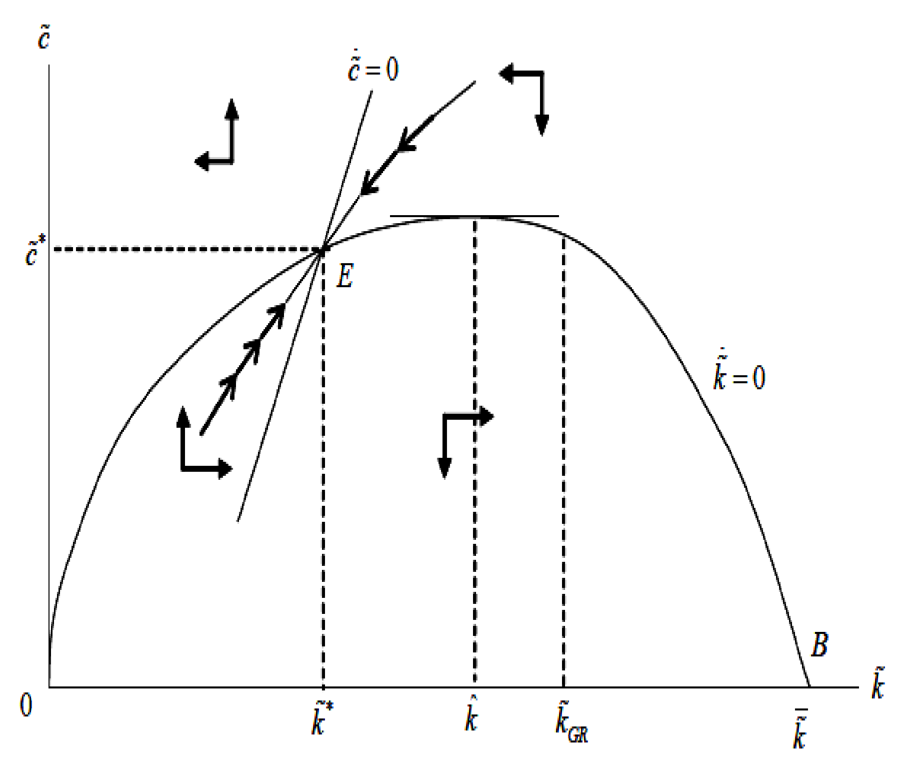
للحصول على ميل خط $\left(\dot{\tilde{c}}=0\right)$، نقوم باشتقاق المعادلة (9.27):

$$\frac{\partial\tilde{c}}{\partial\tilde{k}} = f'\left(\tilde{k}\right)-\delta-\frac{1}{\eta}\left(\tilde{k}\frac{f''\left(\tilde{k}\right)}{\theta}+\gamma_c\right) \succ f'\left(\tilde{k}\right)-\delta-\frac{1}{\eta}\gamma_c \quad \text{(9. 32)}$$

لأن $f'' \prec 0$. على القرب من الحالة المستقرة يُمكن توقع الجانب الأيمن لهذه الصيغة:

$$f'\left(\tilde{k}^*\right)-\delta-\frac{1}{\eta}\gamma_c^*=\rho+\theta\gamma_c^*-\frac{1}{\eta}\gamma_c^*=\rho+\theta\frac{\eta n}{1-\eta}-\frac{n}{1-\eta}$$
$$=\rho-n-(1-\theta)\frac{\eta n}{1-\eta}\succ 0 \qquad (9.\ 33)$$

بدمج هذه المعادلة بالمعادلة (32 .9) نستنتج أن $\left(\partial\tilde{c}/\partial\tilde{k}\right)\succ 0$. عند القرب من الحالة المستقرة يُصبح $\left(\partial\tilde{c}/\partial\tilde{k}\right)\approx\left(\partial\tilde{c}^*/\partial\tilde{k}^*\right)\succ 0$، وعليه فإن خط $\left(\dot{\tilde{c}}=0\right)$ ذو ميل مُوجب كما يُظهره الشكل (1 .9).



الشكل (1 .9). مخطط المرحلة في نموذج Arrow.

لكن لا يزال يتعين علينا طرح السؤال التالي: عند القرب من الحالة المستقرة، أي منحنى يُظهر ميلا أكثر $\left(\dot{\tilde{c}}=0\right)$ أو $\left(\dot{\tilde{k}}=0\right)$؟ يُعطى ميل خط $\left(\dot{\tilde{k}}=0\right)$ مُساو:

$$f'\left(\tilde{k}\right)-\delta-n/1-\eta$$

من المعادلة (9.26) والذي يُصبح في الحالة المستقرة:

$$f'\left(\tilde{k}^*\right)-\delta-\frac{1}{\eta}\gamma_c^*\in\left(0,\partial\tilde{c}^*/\partial\tilde{k}^*\right)$$

يكون خط $\left(\dot{\tilde{c}}=0\right)$ أكثر ميلا ويقطع خط $\left(\dot{\tilde{k}}=0\right)$ من الأسفل ولمرة واحدة فقط. لاحظ أن الفرضية (A1) تضمن وجود قيمة $\left(\tilde{k}^*\succ 0\right)$ تستوفي المعادلة (9.30)، في المقابل كما يُشير الشكل (9.1) هناك قيمة $\left(\hat{k}\succ 0\right)$ يتساوى فيها صافي الناتج الحدي الخاص لرأس المال بمعدل نمو الناتج الكلي في الحالة المستقرة:

$$f'\left(\hat{k}\right)-\delta=\left(\frac{\dot{Y}}{Y}\right)^*=\left(\frac{\dot{H}}{H}\right)+\left(\frac{\dot{L}}{L}\right)=\frac{\eta n}{1-\eta}+n$$
$$=\frac{n}{1-\eta} \qquad (9.34)$$

ظل خط $\left(\dot{\tilde{k}}=0\right)$ عند $\left(\tilde{k}=\hat{k}\right)$ يكون أفقيا و $\left(\tilde{k}^*\prec\hat{k}\right)$ كما يُظهره الشكل. لابد الإشارة أن $\left(\hat{k}\right)$ لا تُمثل القاعدة الذهبية لكثافة رأس المال (ليكن $\left(\tilde{k}_{GR}\right)$) أين يتساوى فيه صافي الناتج الحدي الاجتماعي بمعدل نمو الناتج الكلي في الحالة المستقرة: إذا وُجد $\left(\tilde{k}_{GR}\right)$ سيكون أكبر من $\left(\hat{k}\right)$ كما يُشير إليه الشكل (9.1). لرؤية ذلك، نقوم باشتقاق صيغة الناتج الحدي الاجتماعي لرأس المال من المعادلة (9.20):

$$\frac{\partial Y}{\partial K}=F_1(\bullet)+F_2(\bullet)\eta K^{\eta-1}L=f'(\tilde{k})+F_2(\bullet)K^{\eta}L(\eta K^{-1})$$
$$=f'(\tilde{k})+(F(\bullet)-F_1(\bullet)K)\eta K^{-1}=f'(\tilde{k})+(f(\tilde{k})K^{\eta}L-f'(\tilde{k})K)\eta K^{-1}$$
$$=f'(\tilde{k})+(f(\tilde{k})K^{\eta-1}L-f'(\tilde{k}))\eta=f'(\tilde{k})+\eta\frac{f(\tilde{k})-\tilde{k}f'(\tilde{k})}{\tilde{k}}\succ f'(\tilde{k})$$

مع العلم أن $\tilde{k}=K/K^{\eta}L=K^{1-\eta}L^{-1}$ و $f(\tilde{k})/\tilde{k}-f'(\tilde{k})\succ 0$. كما هو متوقع، تجعل التأثيرات الايجابية الناتج الحدي الاجتماعي أكبر من نظيره الخاص. يُمكننا كتابة:

$$\frac{\partial Y}{\partial K}=(1-\eta)f'(\tilde{k})+\eta\frac{f(\tilde{k})}{\tilde{k}}$$

$\partial Y/\partial K$ هي دالة متناقصة في $(\tilde{k})$ لأن $f'(\tilde{k})$ و $f(\tilde{k})/\tilde{k}$ متناقصين في $(\tilde{k})$، و تُمثل كثافة رأس المال في القاعدة الذهبية $(\tilde{k}_{GR})$ كثافة رأس المال التي تستوفي:

$$f'(\tilde{k}_{GR})+\eta\frac{f(\tilde{k}_{GR})-\tilde{k}_{GR}f'(\tilde{k}_{GR})}{\tilde{k}_{GR}}-\delta=\left(\frac{\dot{Y}}{Y}\right)^{*}=\frac{n}{1-\eta}$$

لضمان وجود $(\tilde{k}_{GR})$، يتم تعزيز الجانب الأيمن من (A1) بالافتراض التالي:

$$\lim_{\tilde{k}\to\infty}\left(f'(\tilde{k})+\eta\frac{f(\tilde{k})-\tilde{k}f'(\tilde{k})}{\tilde{k}}\right)\prec\delta+\frac{n}{1-\eta}\qquad\text{(A3)}$$

هذا الافتراض مع(A1) و $f''\prec 0$ يُشير لوجود $(\tilde{k}_{GR})$ وحيد وفقط، وبالنظر لـ (A2) يضمن هذا أن $(\tilde{k}_{GR}\prec\hat{k}\prec\tilde{k}^{*}\prec 0)$ كما يُظهره الشكل سابقا.

3.2.2. استقرارية النموذج

تُشير أسهم الشكل (1. 9) لاتجاه حركة المتغيرات مُحددة وفق المعادلتين (23. 9) و (25. 9): يُمكننا رؤية الحالة المستقرة كـ"نقطة السرج"، حيث يحتوي النظام الديناميكي على متغير واحد$(\tilde{k})$ مُحدد مسبقا و متغير القفز هو$(\tilde{c})$، لذا لا يكون مسار السرج موازيا لخط$(\dot{\tilde{c}}=0)$. إذا وُجد$(\tilde{k}(0)\succ 0)$، فإن (i) عند قيمة أولية لـ $(\tilde{c}(0))$تُوجد نقطة يتقاطع عندها الخط الأفقي$(\tilde{k}=\tilde{k}(0))$بمسار السرج، (ii) عبر الزمن يتحرك الاقتصاد على مسار السرج نحو الحالة المستقرة وهو المسار الذي يستوفي كل شروط التوازن العام بما في ذلك شرط العرضية.

على المدى الطويل، تنمو(c)و$\left(y\equiv Y/L=\tilde{y}H=f\left(\tilde{k}\right)H\right)$بمعدل مُساو $(n\eta/1-\eta)$وتكون موجبة فقط إذا كان$(n\succ 0)$. يعني هذا المثال على النمو الداخلي ضمنيا أن معدل نمو نصيب الفرد من الناتج على المدى الطويل يتم توليده عبر ميكانزمات داخلية (التعلم) في النموذج (عكس نموذج RCK ونموذج Solow-Swan بتقدم تكنولوجي خارجي).

3.2.3. نوعان من النمو الداخلي

من المفيد التمييز بين نوعين من النمو الداخلي: "النمو الداخلي الكامل Full Endogenous Growth" الذي يحدث عندما يتم توليد معدلات نمو موجبة لنصيب الفرد دون الحاجة لنمو أي عامل خارجي (على سبيل المثال نمو خارجي للقوى العاملة) وهي حالة Romer كما سنراه لاحقا، و "النمو شبه الداخلي Semi Endogenous Growth" الذي يتحقق إذا كان هناك نمو داخلي لكن لا يُمكن الحفاظ عليه على المدى الطويل دون نمو أي عامل خارجي (على سبيل المثال نمو القوى العاملة). بشكل واضح، يُظهر نموذج Arrow للتعلم بالممارسة أن النمو ذو طابع "شبه داخلي" والسبب في ذلك أن معلمة التعلم تُساوي $(\eta \prec 1)$، ما يعني عوائد حجم متناقصة لرأس المال على المستوى الكلي ونتيجة لذلك إذا كان $(n \succ 0)$ وفقط نحصل على $(\dot{c} / c \succ 0)$ في المدى الطويل ما يعني أن $(\partial \gamma^* / \partial n \succ 0)$.

تظهر أهمية النمو السكاني من حقيقة أنه رغم حدوث تناقص عوائد الحجم لرأس المال على المستوى الكلي إلا أن هناك تزايد عوائد الحجم لكل من رأس المال والعمل معا: لتحقق ذلك، لابد من وجود نمو سكاني (أو قوة العمل). بوجود تزايد عوائد الحجم لـ(K) و(L) معا، فإن نمو قوى العاملة لا يُعوض انخفاض الناتج الحدي لرأس المال الكلي فحسب (هذا الدور التوازني يعكس العلاقة التكميلية بين (K) و (L))، بل يُدعم أيضا النمو المستديم للإنتاجية عبر آلية التعلم.

في حالة نمو شبه داخلي لدينا $\left(\partial\gamma^* / \partial n = n/(1-\eta)^2 \succ 0\right)$ لكل $(n \succ 0)$ ما يعني وجود معدل نمو مرتفع لنصيب الفرد على المدى الطويل عندما يكون $(n \succ 0)$. لاحظ أيضا في حالة النمو شبه الداخلي لا تُصبح معلمات التفضيل الزمني مهمة لتحقيق نمو على المدى الطويل $\left(\left(\partial\gamma^* / \partial\rho = \partial\gamma^* / \partial\theta = 0\right)\right)$ كما تُشير إليه المعادلة (9 .28) لأن معدل النمو على المدى الطويل يرتبط بـ "معلمة التعلم (η)" و "النمو السكاني (n)" فقط. مع ذلك، مثله مثل نموذج RCK، تُصبح معلمات التفضيل هامة في تحديد مستوى مسار النمو حيث تُظهر المعادلة (9 .30) أن $\left(\partial\tilde{k}^* / \partial\rho \succ 0\right)$ أي كلما كان (ρ) منخفضا ارتفع $\left(\tilde{k}^*\right)$ و $\left(f\left(\tilde{k}\right) = \tilde{y}\right)$، لذا لا تُمارس سياسات الضريبة والدعم تأثيرات النمو على المدى الطويل لكنها تُمارس تأثيرات المستوى على المدى القصير.

3.3. حالة Romer $(\eta = 1, n = 0)$

ننظر الآن لحالة خاصة يكون فيها $(\eta = 1)$ والتي ينبغي النظر إليها كتجربة لأن قيمة الواحد التي تأخذها معلمة التعلم هي قيمة عالية وغير واقعية بالنسبة للمراقبين. أكثر من ذلك، بدمجها مع $(n \succ 0)$ تقودنا قيمة $(\eta = 1)$ لمعدل نمو متزايد لنصيب الفرد إلى الأبد والذي لا يتسق مع التاريخ الاقتصادي للعالم الصناعي خلال أكثر من قرن. لإلغاء معدل نمو متزايد للأبد، لابد من إدراج قيد $(n = 0)$ (أنظر في

العنصر الخاص بتأثيرات الحجم) ليُصبح لدينا الآن نموذج بسيط للغاية وفي نفس الوقت يُقدم لنا نتائج مذهلة (ربما ساهمت كلتا الحالتين في شعبيته).

أولا مع $(\eta = 1)$ نحصل على $(H = K)$، ويُعطى سعر الفائدة التوازني وفق المعادلة (9.18):

$$r = F_1(k_i, K) - \delta = F_1(1, L) - \delta \equiv \bar{r}$$

قمنا بقسمة $F_1(k_i, K)$ على $k \equiv K / L$ واستخدمنا مرة أخرى نظرية **Euler**. لاحظ ثبات سعر الفائدة التوازني منذ البداية ومستقل عن القيمة الأولية $(K(0))$. من جانب آخر، يُمثل $F_1(\bullet)$ الناتج الحدي الخاص لرأس المال والذي يُهمل مساهمة (k_i) في (K) وفي المعرفة الكلية.

نستبدل (H) بـ (K) في المعادلة (9.14) ونكتب دالة إنتاج الشركة (i):

$$Y_i = F(K_i, KL_i) \qquad (9.35)$$

إذا كان (K) و (L_i) ثابتان، تُواجه كل شركة عوائد حجم متناقصة في (K_i) تماما كنموذج النمو النيوكلاسيكي، لكن إذا قامت كل شركة بتوسيع حجم (K_i) سيرتفع (K) بشكل متصل و يخلق آثارا انتشارية ترفع إنتاجية كل الشركات. علاوة على ذلك، تُعتبر المعادلة (9.35) متجانسة من الدرجة الأولى في (K_i) و (K) لكل (L_i) معطى، لذا تحمل عوائد حجم ثابتة لرأس المال على المستوى الاجتماعي: عندما

يتوسع (K_i) و (K) معا من أجل (L_i) ثابت، يُؤدي هذا الثبات في العوائد الاجتماعية لرأس المال لإحداث نمو داخلي.[11]

يبدو افتراض وجود آثار انتشارية فكرة "طبيعية" لأن المعرفة ذو طبيعة غير متنافس عليها: إذا استخدمت شركة فكرة ما فإنها لا تمنع شركات أخرى من استخدامها. من جهة أخرى، لدى الشركات حوافز (دوافع) للحفاظ على سرية مكتشفاتها كفرض حماية براءات الاختراع، لذا تتسرب المعرفة حول تحسينات الإنتاجية تدريجيا ويحتفظ المبتكرون بمزايا تنافسية لبعض الوقت. في الاقتصاد التنافسي اللامركزي هذه الميزة ضرورية لتحفيز الاستثمارات كالإنفاق على أنشطة البحث والتطوير التي تستهدف خلق الاكتشافات، لكن في المقابل لا يُمكن وصف هذا التفاعل بين الشركات في إطار السوق التنافسي في نموذج المنافسة الكاملة (يتم النظر في المناهج البديلة في الجزء الخاص بنماذج الجيل الثاني). في هذا الفصل، نضع فرضية محددة تدعي أن كل الاكتشافات تُولد كنتيجة غير مقصودة من الاستثمار وأن هذه الاكتشافات تُصبح مباشرة متاحة للجميع (بشكل مشترك) – هذا الافتراض

[11] - جوهر تحليل Romer (1986) المؤدي للمعادلة (35. 9) رأيناه سابقا في نموذج Frankel (1962) الذي افترض أن عامل الإنتاجية في الاقتصاد ككل (سماه مُعَدل التطور) يُساوي مجموع مخزون رأس المال المستخدم من قبل كل شركة. مع ذلك، لم يُحدد Frankel طبيعة الآثار الانتشارية أو بعبارة أخرى لم يُركز على دور المعرفة.

يسمح لنا بالحفاظ على إطار المنافسة الكاملة رغم أن النتائج لا تتضمن أمثلية Pareto كما سنراه لاحقا.

تُصبح دالة الإنتاج الكلي كالآتي:

$$Y = F(K, KL) = F(1, L)K \equiv f(L)K \qquad (9.\ 36)$$

مع (L) يُعطى ثابتا و $f(L) = Y/K$ تُمثل دالة الناتج المتوسط لرأس المال ($f'(L) \succ 0$ و $f''(L) \prec 0$). لاحظ أن الناتج المتوسط مُستقل عن (K) لأن التعلم بالممارسة والتأثيرات الانتشارية تُلغي ميل العوائد المتناقصة، لكن في المقابل هذا الناتج المتوسط متزايد مع حجم القوى العاملة (L) – هذه الخاصية غير المعتادة تُؤدي لظهور "تأثيرات الحجم Scale Effects" التي سنناقشها لاحقا.[12]

لاحظ أن دالة الإنتاج أصبحت خطية في مخزون رأس المال الكلي، في هذه الحالة يتم التخلي عن فرضية عوائد الحجم المتناقصة لدالة الإنتاج النيوكلاسيكية واستبدالها بعوائد الحجم الثابتة لرأس المال، ما يعني انتماء نموذج Romer أيضا لفئة نماذج AK حيث يُصبح معدل الفائدة التوازني ونسبة رأس المال إلى الناتج ثابتان عبر الزمن مهما كانت الشروط الأولية. لابد من الإشارة أن طريقة تحليل نموذج Romer من نوع

---

[12] - إذا كانت دالة الإنتاج من الشكل $Y = F(K, KL)$، يُمكن كتابة الناتج المتوسط لرأس المال على شكل $Y/K = F(1, L) \equiv f(L)$، و عليه يُمكن التعبير عن الناتج الحدي الخاص لرأس المال:

$$F_1(k_i, K) = F_1(1, L) = f(L) - Lf'(L)$$

AK تختلف عن تلك التي رأيناها في حالة نموذج عوائد الحجم المتناقصة (نموذج Arrow).

3.3.1. ديناميكية النموذج

تأخذ قاعدة Keynes-Ramsey الشكل التالي:

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}\left(F_1\left(1,L\right)-\delta-\rho\right)\equiv\gamma \qquad (9.\ 37)$$

تكون ثابتة أيضا منذ البداية (طالما أن (L) ثابت). لضمان نمو موجب لابد من تحقق الشرط التالي:

$$F_1\left(1,L\right)-\delta\succ\rho \qquad (A1')$$

ولضمان دالة منفعة محدودة (ووجود توازن)، نفترض أن:

$$\rho\succ\left(1-\theta\right)\gamma$$

وبالتالي:

$$\gamma\prec\theta\gamma+\rho=\overline{r} \qquad (A2')$$

بحل المعادلة التفاضلية الخطية (9.37) نحصل على:

$$c\left(t\right)=c\left(0\right)\ell^{\gamma t} \qquad (9.\ 38)$$

حيث $(c(0))$ غير معلوم (لأن (c) ليس متغيرا مُحددا مسبقا)، لذا ينبغي ايجاده بتطبيق شرط العرضية:

$$\lim_{t\to\infty}x\left(t\right)\ell^{-rt}=\lim_{t\to\infty}k\left(t\right)\ell^{-rt}=0$$

أولا يُعطى قيد المورد الكلي في الاقتصاد كالآتي:

$$\dot{K} = Y - cL - \delta K = F(1,L)K - cL - \delta K$$

وبدلالة نصيب الفرد:

$$\dot{k} = \left[F(1,L) - \delta\right]k - c(0)\ell^{\gamma t} \tag{9. 39}$$

في هذه المعادلة لابد أن تكون $F(1,L) - \delta - \gamma \succ 0$. لفهم ذلك، لاحظ من الشرط (A2') أن:

$$F(1,L) - \delta - \gamma \succ F(1,L) - \delta - \overline{r} = F(1,L) - F_1(1,L)$$
$$= F_2(1,L)L \succ 0$$

وجدنا المعادلة الأولى باستبدال $(\overline{r})$ بـ $F_1(1,L) - \delta$ واستخدمنا نظرية **Euler** التي تنص أنه إذا كانت (F) متجانسة من الدرجة الأولى فإن:

$$F(1,L) = F_1(1,L) + F_2(1,L)L \succ F_1(1,L) \succ \delta$$

وفق (A1'). يُعطى حل المعادلة التفاضلية الخطية العامة من الشكل $\dot{x}(t) + ax(t) = c\ell^{ht}$ مع $h \neq -a$ كالآتي:

$$x(t) = \left(x(0) - \frac{c}{a+h}\right)\ell^{-at} + \frac{c}{a+h}\ell^{ht} \tag{9. 40}$$

حل المعادلة (9 .39) هو:

$$k(t) = \left(k(0) - \frac{c(0)}{F(1,L) - \delta - \gamma}\right)\ell^{(F(1,L)-\delta)t} + \frac{c(0)}{F(1,L) - \delta - \gamma}\ell^{\gamma t} \tag{9. 41}$$

نتحقق من استيفاءها شرط العرضية:

$$k(t)\ell^{-\bar{r}t}=\left(k(0)-\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma}\right)\ell^{\left(F(1,L)-\delta-\bar{r}\right)t}+\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma}\ell^{(\gamma-\bar{r})t}$$

$$\Rightarrow\left(k(0)-\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma}\right)\ell^{\left(F(1,L)-\delta-\bar{r}\right)t}$$

لأن $(\bar{r}\succ\gamma)$ وفق(A1')، لكن $\bar{r}=F_1(1,L)-\delta\prec F(1,L)-\delta$ فإن شرط العرضية يتحقق فقط إذا:

$$c(0)=\left(F(1,L)-\delta-\gamma\right)k(0)$$

إذا كانت $(c(0))$ أقل من هذه القيمة سيكون هناك إفراط في الادخار ويتم انتهاك شرط العرضية ($x(t)\ell^{-rt}\rightarrow\infty$ مع $t\rightarrow\infty$ طالما أن $x(t)=k(t)$)، أما إذا كانت $(c(0))$ أكبر من هذه القيمة سيكون هناك إفراط في الاستهلاك ويتم انتهاك شرط العرضية($x(t)\ell^{-rt}\rightarrow-\infty$ مع $t\rightarrow\infty$).

بدمجها بما يُساويها في المعادلة (9.41) نحصل على:

$$k(t)=\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma}\ell^{\gamma t}=k(0)\ell^{\gamma t}$$

ينمو (k) بنفس معدل النمو الثابت لـ(c) منذ البداية (و (y))، وعليه يقع النظام في المسار التوازني منذ البداية (لا تُوجد ديناميكية انتقالية). في الواقع، يُمثل نموذج Romer حالة النمو الداخلي الكامل لأن معدل نمو نصيب الفرد موجب دون الحاجة لنمو أي عامل خارجي والسبب في ذلك غياب عوائد الحجم المتناقصة لرأس المال الكلي نظرا لافتراض قيمة عالية لمعلمة التعلم، لذا يُوفر لنا هذا النموذج أول

مثال على التغير التكنولوجي الداخلي: تتطور تكنولوجيا الاقتصاد $(H = K)$ ذاتيا نتيجة قرارات استثمار الشركات، والنتيجة معدل نمو اقتصادي ذاتي التحديد رغم أن أيا من الشركات لا تستثمر بشكل هادف في أنشطة البحث أو للحصول على تقنيات جديدة، لكن تُشير الأدلة التجريبية لضعف الأسس المنطقية لمثل هذه القيمة العالية لمعلمة التعلم. عيب آخر لهذه النسخة من نموذج التعلم هو عدم صلابة النتائج: عند قيمة (η) أقل قليلا من الواحد نرجع لحالة Arrow ويُصبح النمو متضائلا لأن $(n = 0)$، أما مع (η) أكبر بقليل من الواحد سيشهد النمو انفجارا (ناتج لانهائي في الزمن النهائي).

تُمثل حالة Romer $(\eta = 1)$ "حافة السكين" بالمعنى المزدوج: أولا، يفرض قيمة معينة لمعلمة يُمكن أن تأخذ أي قيمة ضمن مجال. ثانيا، تُؤدي القيمة المفروضة لنتائج غير قوية لأن القيم التي تقع في مسافة بين "نسمات الشعر" تُسبب سلوكا مختلفا نوعيا للنظام الديناميكي.

3.3.2. عدم أمثلية Pareto في نموذج Romer

في نموذج Romer من نوع AK لدينا $(\partial\gamma^* / \partial\rho = \partial\gamma^* / \partial\theta \prec 0)$، ما يعني تأثير معلمات التفضيل على معدل النمو و كذا على مستوى المسار الزمني لنصيب الفرد من الناتج، أي تُمارس السياسة الضريبية و المالية تأثيرات النمو على المدى الطويل و هناك حافز لتدخل الحكومة لوجود تأثيرات خارجية موجبة للاستثمار الخاص في هذه

الحالة (هذا الحافز موجود سواءا أخذ$(\eta=1)$أو$(\eta\prec 1)$). في المقابل، بوجود التأثيرات الخارجية ليس مفاجئا أن التوازن اللامركزي ليس من نوع "أمثلية Pareto" – لرؤية ذلك، نتبع الطريقة المعتادة بمقارنة الحل اللامركزي مع نتائج مشكلة المخطط الاجتماعي.

يُواجه المخطط الاجتماعي دالة الإنتاج الكلي $Y=F(1,L)K$ أو بدلالة نصيب الفرد $y=F(1,L)k$ ، وتتمثل مشكلته في اختيار مستوى الاستهلاك الذي يُعظم دالة المنفعة التالية:

$$U=\int_0^\infty \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\ell^{-\rho t}dt$$

(9. 42)

$$s.t$$

$$\dot{k}=F(1,L)k-c-\delta k$$

يُعطى حل Hamilton كالآتي:

$$H=\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}+v\left[F(1,L)k-c-\delta k\right]$$

نحصل على شروط التعظيم من الدرجة الأولى:

(9. 43)
$$\frac{\partial H}{\delta c}=c^{-\theta}-v=0\Rightarrow c^{-\theta}=v$$

(9. 44)
$$\frac{\partial H}{\delta k}=v\left[F(1,L)-\delta\right]=-\dot{v}+\rho v$$

(9. 45)
$$\lim_{t\to\infty}k(t)v(t)\ell^{-\rho t}=0$$

بمفاضلة المعادلة (43. 9) لوغاريتميا ودمجها في المعادلة (44. 9) نحصل على قاعدة Keynes- Ramsey للمُخطط الاجتماعي:

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}\left(F\left(1,L\right)-\delta-\rho\right)\equiv\gamma_{SP} \qquad (9.\ 46)$$

يُحدد المخطط الاجتماعي معدل نمو الاستهلاك ارتباطا بالناتج المتوسط لرأس المال $F\left(1,L\right)$، بينما يُظهر الحل اللامركزي للمعادلة (37. 9) أن معدل النمو مرتبط بالناتج الحدي الخاص $F_1\left(1,L\right)$ و $\left(\gamma\prec\gamma_{SP}\right)$. بسبب دمج المخطط الاجتماعي لتأثيرات التعلم على مستوى الاقتصاد الكلي المُصاحب للاستثمار الرأسمالي، يأخذ المخطط الاجتماعي بعين الاعتبار أن الناتج الحدي الاجتماعي أكبر من الناتج الحدي الخاص لرأس المال $\left(\partial y/\partial k=F\left(1,L\right)\succ F_1\left(1,L\right)\right)$.[13]

في النموذج الحالي، تقوم عملية التعلم بالممارسة والآثار الانتشارية بتعويض ميل تناقص عوائد الحجم الذي يُواجهه المُنتج الفردي، وعليه تكون العوائد ثابتة على المستوى الاجتماعي والناتج الحدي الاجتماعي مُساويا الناتج الحدي $F_1\left(1,L\right)$. بتدخيل الآثار الانتشارية، يُصبح الناتج المتوسط الاجتماعي مُحَددا لمعدل النمو في المعادلة (46. 9)، أما الحل اللامركزي في المعادلة (37. 9) يُشير لمعدل نمو منخفض

[13] - على عكس الشركة الفردية، يُدرك المخطط الاجتماعي أنه برفع كل شركة لمخزونها الرأسمالي سيُضاف لمخزون رأس المال الكلي وسيُسهم في رفع إنتاجية كل الشركات في الاقتصاد. بعبارة أخرى، يقوم المخطط الاجتماعي بتدخيل الآثار الانتشارية للمعرفة عبر الشركات.

بسبب عدم إدراج المنتجين الأفراد لهذه الآثار الانتشارية لأن قراراتهم مبنية على الناتج الحدي الخاص لرأس المال الذي لا يصل لمستوى الناتج الحدي الاجتماعي.

لضمان محدودية المنفعة الزمنية، لابد من تحقق الشرط (’A2):

$$\text{(A2'')}\ \rho \succ (1-\theta)\gamma_{SP}$$

لإيجاد المسار الزمني لـ$(k(t))$، يُمكن كتابة قيد المورد الكلي الديناميكي (المعادلة (9.39)):

$$\dot{k} = \left[F(1,L)-\delta\right]k - c(0)\,\ell^{\gamma_{SP}t}$$

وفق الحل العام للصيغة (9.40) نحصل على:

$$k(t) = \left(k(0) - \frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma_{SP}}\right)\ell^{(F(1,L)-\delta)t} + \frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma_{SP}}\,\ell^{(\gamma_{SP})t} \tag{9. 47}$$

بناءا على المعادلة (9.44)، نحصل على الحل الأمثلي لمسار (ν) الزمني:

$$\nu(t) = \nu(0)\,\ell^{-\left[F(1,L)-\delta-\rho\right]t}$$

يُصبح شرط العرضية (المعادلة (9.45)) كالآتي:

$$\lim_{t\to\infty} k(t)\,\ell^{-\left[F(1,L)-\delta\right]t} = 0 \tag{9. 48}$$

لاستيفاء هذا الشرط، نضرب $(k(t))$ من المعادلة (9.47) بـ $\ell^{-\left[F(1,L)-\delta\right]t}$:

$$k(t)\ell^{-[F(1,L)-\delta]t}=\left(k(0)-\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma_{SP}}\right)$$
$$+\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma_{SP}}\ell^{(\gamma_{SP}-(F(1,L)-\delta))t}\Rightarrow k(0)-\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma_{SP}}$$

وفق (A2") والمعادلة (9.45) $\gamma_{SP}\prec\rho+\theta\gamma_{SP}=F(1,L)-\delta$ يتحقق الشرط (9.48) إذا وفقط:

$$c(0)=\left(F(1,L)-\delta-\gamma_{SP}\right)k(0) \quad (9.\ 49)$$

باستبدالها في المعادلة (9.47) نجد:

$$k(t)=\frac{c(0)}{F(1,L)-\delta-\gamma_{SP}}\ell^{\gamma_{SP}t}=k(0)\ell^{\gamma_{SP}t}$$

ينمو (k) بنفس معدل النمو الثابت لـ(c) منذ البداية (و (y))، وعليه يقع النظام في إطار حل المخطط الاجتماعي في المسار التوازني منذ البداية (لا تُوجد ديناميكية انتقالية).

3.3.3. مثال دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas

إذا أخذت دالة الإنتاج وفق المعادلة (9.35) شكل Cobb-Douglas، فإن ناتج كل شركة (i) يُعطى وفق:

$$Y_i=A(K_i)^{\alpha}(KL_i)^{1-\alpha} \quad (9.\ 50)$$

إذا استبدلنا $y_i=Y_i/L_i$، $k_i=K_i/L_i$ و $k=K/L$ مع وضع $y_i=y$ و $k_i=k$ نحصل على الناتج الحدي لرأس المال:

$$\frac{y}{k} = f\left(L\right) = AL^{1-\alpha} \tag{9. 51}$$

وهي حالة خاصة من المعادلة (36. 9): لاحظ أن المعادلة (51. 9) تستوفي الخاصية العامة التي تنص أن $\left(y / k\right)$ مستقلة عن $\left(k\right)$ ومتزايدة في $\left(L\right)$.

يُمكن تحديد الناتج الحدي الخاص لرأس المال بمفاضلة المعادلة (50. 9) بالنسبة لـ $\left(K_i\right)$ مع بقاء $\left(K\right)$ و $\left(L\right)$ ثابتين. إذا استبدلنا $k_i = k$ فإن النتيجة هي:

$$\frac{\partial y_i}{\partial k_i} = A\alpha L^{1-\alpha} \tag{9. 52}$$

وهي حالة خاصة للصيغة $F_1\left(1, L\right)$: لاحظ أن المعادلة (52. 9) تستوفي الخاصية العامة القائلة أن الناتج الحدي الخاص مستقل عن $\left(k\right)$ ومتزايد في $\left(L\right)$ و أقل من الناتج الحدي وفق المعادلة (51. 9).

إذا استبدلنا المعادلة (52. 9) في المعادلة (37. 9) نجد معدل النمو في إطار الحل اللامركزي:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \gamma = \frac{1}{\theta}\left(A\alpha L^{1-\alpha} - \delta - \rho\right) \tag{9. 53}$$

وإذا استبدلنا المعادلة (51. 9) في المعادلة (46. 9) نحصل على معدل النمو في إطار حل المخطط:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \gamma_{SP} = \frac{1}{\theta}\left(AL^{1-\alpha} - \delta - \rho\right) \tag{9. 54}$$

لأن $\left(1 \succ \alpha\right)$ ، يُصبح معدل النمو اللامركزي أقل من معدل النمو المخطط.

3.3.4. تأثيرات الحجم

يُظهر النموذج تأثيرات الحجم بمعنى أن زيادة قوى العاملة (L) سيرفع معدل نمو نصيب الفرد في الاقتصاد اللامركزي وفق المعادلة (37. 9) وفي إطار المخطط الاجتماعي وفق المعادلة (46. 9). تعكس هذه النتائج تأثيرات موجبة لـ(L) على الناتج الحدي الخاص والاجتماعي لرأس المال على الترتيب. أكثر من ذلك، إذا نمت القوى العاملة عبر الزمن سينمو نصيب الفرد عبر الزمن أيضا.[14]

إذا حددنا (L) أنه اجمالي القوى العاملة في الاقتصاد فمن المتوقع أن بلدانا بعدد عمال أكثر تميل لتحقيق نمو أسرع في نصيب الفرد، إلا أن الأدلة التجريبية لعدد كبير من البلدان تُظهر ارتباط معدل نمو نصيب الفرد بشكل ضعيف بالحجم السكاني لبلد ما، لذا لا تتفق هذه النتائج مع وجود تأثيرات حجم البلد.

من الممكن ألا يرتبط متغير الحجم للآثار الانتشارية (L) بشكل وثيق بالمقاييس المُجمعة على مستوى البلد، على سبيل المثال يُمكن أن يكون حجم الآثار الانتشارية كبيرا من حجم الاقتصاد الكلي إذا استفاد المنتجون من المعرفة المتراكمة من بلدان أخرى. في هذا الإطار، يرى **Michael Kremer (1993)** (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2019) أن متغير الحجم الصحيح يُمكن أن يكون سكان العالم وقدم

---

[14] - تعني هذه النتيجة أن $(\dot{y}/y)$ و $(\dot{k}/k)$ لن يتساوى مع معدل نمو $(\dot{c}/c)$ في بيئة ينمو فيها (L). إذا ارتفع (L) بدرجة كافية، يتم انتهاك شرط محدودية المنفعة وفق (A2’) إذا كان $(\theta \prec 1)$.

بعض الأدلة من تاريخ البشرية طويل المدى على وجود ارتباط موجب بين سكان العالم ونمو الإنتاجية، لكن بشكل بديل إذا اقتصر النقل الحر للأفكار فقط على القرب (سواءا جغرافيا أو بدلالة الصناعة) سيكون الحجم الملائم أصغر من اقتصاد بلد الأم: تطمس هذه التحذيرات الآثار التجريبية لنماذج الآثار الانتشارية وتُصعب اختبار هذا النموذج وفق بيانات الاقتصاد الكلي.

قمنا باشتقاق تأثيرات الحجم من نموذج يفترض وجود التعلم بالممارسة و آثارا انتشارية للمعرفة، تخلق هذه العوامل تأثيرات الحجم على معدل النمو لأنها تُطبق عوائد ثابتة في (K) و عوائد متزايدة في (K) و (L) على المستوى الاجتماعي، و يُمكن أن تُمثل نماذج التعلم بالممارسة و الآثار الانتشارية حالة خاصة عندما تُطبق عوائد حجم ثابتة للعوامل (K_i) و (L_i) من قبل شركة ما. لكن إذا تم تطبيق عوائد حجم متزايدة على مستوى الشركة، لا يُصبح النموذج متوافقا مع إطار المنافسة الكاملة لأنه يُصبح لدى الشركات دافع للنمو بشكل أكبر للاستفادة من اقتصاديات الحجم. نقوم بإهمال هذه النتيجة بافتراض اعتماد تكنولوجيا شركة ما على مخزون رأس المال الكلي (K)، وأن يتم تجاهل مساهمة كل شركة على المستوى الكلي، أين تسمح لنا هذه الفكرة بالحفاظ على فرضية المنافسة الكاملة لكنها في الوقت نفسه تعني أن التوازن التنافسي ليس من نوع أمثلية Pareto.

إحدى طرق التغلب على تأثيرات الحجم هو افتراض تحديد العنصر (H)في المعادلة (35. 9) وفق نصيب الفرد من رأس مال الاقتصاد(K/L)بدلا من مخزون رأس المال(K)وهي خاصية تم استخدامها في نموذج Frankel (1962) لكن دون تحليل مفصل.

4. حدود نماذج التعلم بالممارسة

رأينا سابقا أن النموذج النيوكلاسيكي يتعامل مع معدل تغير تكنولوجي مُحدد خارجيا من قبل قوى غير اقتصادية، لكن هناك سبب وجيه يدعي أن التغير التكنولوجي يعتمد على القرارات الاقتصادية لأنها تتأتى من الابتكارات الصناعية التي تخلقها الشركات الساعية وراء الربح، تمويل العلوم، تراكم رأس المال البشري وغيرها من الأنشطة الاقتصادية، لذلك كان لابد من إدراج التكنولوجيا كمتغير ذاتي مُحدد في النظام الاقتصادي، و في المقابل يجب أن تأخذ نظريات النمو هذه الذاتية في الحسبان خاصة و أن معدل التقدم التكنولوجي هو الذي يُحدد معدل النمو على المدى الطويل.

إن دمج التكنولوجيا الداخلية في نظرية النمو يدفعنا للتعامل مع ظاهرة صعبة متمثلة في عوائد الحجم المتزايدة بالنظر للطبيعة غير متنافس عليها للأفكار التي تكمن وراء التكنولوجيا: يجب إعطاء الأفراد حافزا لتحسين التكنولوجيا. ولأن دالة الإنتاج الكلي تُظهر عوائد حجم ثابتة في رأس المال والعمل، تُخبرنا نظرية Euler أنه يجب على

الناتج الكلي في الاقتصاد أن يدفع لرأس المال والعمال مقابل نواتجهم الحدية مما لا يترك أي شيء لدفع الموارد المستخدمة في تحسين التكنولوجيا، لذا لا ينبغي أن تستند نظرية التكنولوجيا الداخلية على نظرية التوازن التنافسي التي تنص أن تدفع كل عوامل الإنتاج إنتاجيتها الحدية.

رأينا في هذا الفصل أن نماذج التعلم بالممارسة المُطورة من قبل Frankel (1962) وArrow (1962) وبعد ذلك Romer (1986) حاولت حل هذه المشكلة بافتراض تقدم تكنولوجي يُولد كنتيجة غير مقصودة من إنتاج السلع الرأسمالية الجديدة وكظاهرة يُطلق عليها التعلم بالممارسة. استطاعت هذه النماذج أن تُفسر النمو على المدى الطويل بالقضاء على ميل تناقص عوائد الحجم وباستخدام نفس الافتراضات الأساسية للنموذج النيوكلاسيكي، لكنها أضافت التأثيرات الخارجية للمعرفة بين الشركات التي تقوم بمراكمة رأس المال المادي: تُساهم الخبرة في مجال الإنتاج والاستثمار في رفع الإنتاجية، كما سترفع عملية التعلم من قبل مُنتج واحد إنتاجية آخرين عبر الآثار الانتشارية للمعرفة من مُنتج لآخر. وإذا اعتمد التقدم التكنولوجي على الإنتاج الكلي لرأس المال في الاقتصاد (أو حجم تراكمي كبير للإنتاج الكلي السابق) وكانت مساهمة كل شركة صغيرة في هذا الاقتصاد، فمن الممكن أنها يُؤخذ معدل التقدم التكنولوجي بشكل مستقل عن إنتاجها للسلع الرأسمالية وتُحسن به مستوى تكنولوجيتها، لذلك ستزيد كل شركة حجم أرباحها عن

طريق دفع رأس المال و العمل لنواتجها الحدية دون تقديم أي مدفوعات إضافية لمساهمتها في التقدم التكنولوجي و من الممكن أن يتحقق عوائد الحجم متزايدة(هذه إحدى نقاط الضعف الرئيسية لنماذج التعلم بالممارسة).

رغم أن النمو أصبح الآن يُوَلد ذاتيا إلا أنه يعتمد كليا على تراكم المعرفة المُحددة خارجيا (غير مكافئ عليها)، ولابد من تقديم مكافأة للتقدم التكنولوجي (كما سيتم في الفصول المقبلة) بإضافة بعد جديد من التعقيد يُحركنا من عالم المنافسة الكاملة إلى عالم المنافسة غير الكاملة بين الشركات الفردية الكبيرة.

إحدى الصعوبات التي تُواجهها هذه النماذج أنها لا تُميز بشكل واضح بين تراكم رأس المال والتقدم التكنولوجي: يكتفي هذا النموذج بتجميع رأس المال المادي والبشري التي تتراكم وفق النظرية النيوكلاسيكية مع رأس المال المعرفي الذي يتراكم مع حدوث التقدم التكنولوجي، لذا لابد من التمييز بين تراكم رأس المال والتقدم التكنولوجي المدفوع لا من قبل الادخار وكفاءة تخصيص الموارد بل من قبل الابداع والابتكار التي تُعتبر القوى الرئيسية الدافعة للنمو الاقتصادي.

حفزت هذه الصعوبات المفاهيمية باحثين آخرين لاحقا لإدخال جوانب المنافسة غير الكاملة لبناء نماذج مرضية يُمكنها إحداث تقدم في مستوى التكنولوجيا عبر نشاط هادف كأنشطة البحث والتطوير على عكس نماذج التعلم بالممارسة. تسمح هذه القدرة على تدخيل التقدم التكنولوجي وبالتالي النمو الداخلي بالهروب من

العوائد المتناقصة على المستوى الكلي—تم تطوير هذه النماذج من قبل Romer (1990) وAghion and Howitt (1992) من بين آخرين والتي سيُشار إليها بنماذج الجيل الثاني.

أخيرا، في الحالة التي تأخذ فيها معلمة التعلم قيمة الواحد ستؤدي اختلافات معامل رأس المال والتفضيلات الزمنية عبر البلدان لاختلافات دائمة في معدلات النمو الاقتصادي، وبالتالي لا يتوقع هذا النموذج للتأثيرات الخارجية حدوث تقارب مشروط في دخل الفرد بل تباعد في توزيع الدخل عبر البلدان بما لا يتفق مع الأدلة التجريبية حول مسألة التقارب.

الفصل العاشر

رأس المال البشري والنمو الداخلي:

نموذج Uzawa-Lucas

ظهرت مجموعة أخرى مهمة من نماذج النمو الداخلي الجيل الأول بقيادة Robert Lucas (1988) وضعت تراكم رأس المال البشري في جوهر عملية النمو الاقتصادي. لقد كشف Lucas (1988) في نموذجه عن إمكانية توليد نمو داخلي مستديم بشكل مُشابه لنموذج Romer (1986) لكن هذه المرة بفضل تراكم رأس المال البشري Human Capital والآثار الخارجية المتصلة به.

يُشير مصطلح رأس المال البشري لمخزون المهارات والقدرات المُجسدة في الأفراد التي تُؤثر على عملية الإنتاج، وتُكتسب عن طريق التعليم الرسمي أو التدريب أثناء العمل، كما تُعتبر الرعاية الصحية (لأنها تُساهم في الحفاظ على الحياة والرفاهية) ذو أهمية بالغة بالنسبة لمخزون رأس المال البشري وحافزا للاستثمار فيه.

ينصب تركيزنا في هذا الفصل على التعليم الرسمي بدلا من التعلم بالممارسة (التعلم أثناء العمل تطرقنا إليه سابقا). و لأن رأس المال البشري يُجسَد في الأفراد و لا

يُمكن استخدامه إلا مرة في الزمن، فإنه يُمثل سلعة مُتنافس عليها و مستبعدة على عكس المعرفة التقنية التي تُمثل جملة من التعليمات (مبدأ الهندسة الكيميائية على سبيل المثال) حول مدخلات مختلفة لإنتاج مُخرج معين: يُمكن نسخ هذا المبدأ على الصبورة، الكتب، المجلات وعلى الأقراص الالكترونية...الخ و تكون بطبيعتها متاحة و مستخدمة مرارا و تكرارا في عدد من الأماكن العشوائية في آن واحد، في حين تُمثل كفاءة تطبيق المعرفة التقنية إحدى المهارات التي تُكَون رأس المال البشري.

لم تحقق الجهود السابقة التي تُحلل رأس المال البشري في نماذج ديناميكية عموما النجاح المطلوب في تفسير النمو الدائم[1]، إلى أن استطاع Uzawa (1965) في عمله "التغير التقني الأمثل في نموذج كلي للنمو الاقتصادي Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth" تقديم نموذج ديناميكي يقترح فيه التعامل مع مستوى العمالة الماهرة كمتغير يتزايد عبر الزمن لتحقيق نمو دائم،[2] أما Lucas (1988) في عمله "حول آليات التنمية الاقتصادية On The Mechanics of Economic Development" استطاع توسيع فكرة Uzawa

---

[1] - أنظر على سبيل المثال: Razin (1972) , Manning (1975,1976),Hu (1976) , Findley and Kierzkowaki (1983).

[2] - في الوقت الذي يُوجه فيه الاهتمام لعوامل النمو في عملية الإنتاج، يقترح Uzawa (1965) نموذج نمو يتم فيه إدراج التفضيل الزمني كمتغير داخلي.

بإدخال الآثار الخارجية لرأس المال البشري، لذا سنعمل في هذا الفصل على تقديم نسخة موحدة لنموذج Uzawa-Lucas.

في نموذج Uzawa-Lucas، يعمل فرد ما على تخصيص وقته بين العمل لإنتاج المخرجات وبين تراكم رأس المال البشري: كلما وُجد مستوى أعلى من رأس المال البشري أنتج أكثر وأنتج وحدات جديدة من رأس مال بشري، وبالتالي وجود مستوى مرتفع من رأس المال البشري يعني نمو الاقتصاد بمعدل أسرع.[3]

عند أي نقطة زمنية يتم تشغيل بعض العمال لإنتاج السلع والخدمات ويُخصص البعض الآخر وقتهم في المدارس، أما الباقون فعاطلون عن العمل أو ليسوا مدرجين في عنصر العمل، لذا تُوجد هناك "تكلفة فرصة اجتماعية" مرتبطة بالأشخاص بالغين سن العمل ويُزاولون الدراسة طالما بإمكانهم التواجد في المصنع لإنتاج السلع والخدمات. على ذلك، نتيجة اكتساب التعليم يقوم الأفراد بتراكم المهارات (رأس المال البشري) ما يعني وجود يد عاملة ذات مهارات أكبر في المستقبل سيسمح بإنتاج أكبر حجم للناتج في المستقبل. أيضا، سيُؤدي وجود عدد سكاني عالي المهارات لنشر

---

[3] - وجود عدد كبير من اليد العاملة الماهرة يُمكنها استخدام تجهيزات أكثر تعقيدا وفي نفس الوقت أكثر إنتاجية، كما بإمكانها التأقلم مع مهامات جديدة ناتجة عن تعقيدات غير متوقعة في عملية الإنتاج...كل هذا يُؤدي لمستوى مرتفع لنصيب الفرد من الناتج.

مهاراتهم نحو الآخرين ويكون تراكم رأس المال البشري أكثر فعالية وفي مستوى أعلى.

يُمكن اعتبار رأس المال البشري "استثمارا" مثله مثل الاستثمار في الآلات والمعدات طالما تُوجد هناك تكاليف عالية وأرباح مستقبلية مرتبطة به، مع ذلك هناك اعتقاد وجيه يرى اختلاف الاستثمار في رأس المال المادي (من حيث طبيعته) عن الاستثمار في رأس المال البشري: يُمكن الحديث عن اختلافات مرتبطة بالتركيبة مثلا كتجسد الاستثمارات المادية على شكل آلات ومعدات في حين يتجسد الاستثمار في رأس المال البشري في الأشخاص، لاحظ أيضا أن نموذج النمو النيوكلاسيكي يُشير لوجود عوائد حجم متناقصة مُرتبطة برأس المال المادي، إلا أن تراكم رأس المال البشري يختلف تماما عنه لعدم وجود حد للمعرفة البشرية أو للكيفية التي يُمكن للأشخاص المنتجين فيها رفع المعرفة والمهارات. كما رأينا سابقا، إحدى الخصائص المميزة للمعرفة هو عدم التنافس عليها: اكتساب شخص ما للمعرفة لا تُنقص من قدرة شخص آخر الحصول على هذه المعرفة عكس السلع (الأشياء) المتنافس عليها كرأس مال المادي مثلا التي لن يسمح اكتساب المعدات والآلات من قبل شركة ما لشركة أخرى بحيازة نفس تلك المعدات والآلات في نفس الوقت، وعليه يبدو أن ربط عوائد الحجم المتناقصة برأس المال البشري غير منطقي. وعلى هذا الأساس، يُؤدي عدم وجود تناقص الحجم المرتبط بتلك الاستثمارات إلى توليد نمو غير محدود

في الاقتصاد وبالطبع دون الحاجة لافتراض وجود قوى خارجية دافعة للنمو الاقتصادي.

في الواقع، لعبت ورقة Lucas (1988) دورين رئيسيين في أدبيات النمو الاقتصادي: أولاً، شدد Lucas على الأهمية التجريبية للنمو الاقتصادي المستديم وكان له دور فعال في إعادة احياء الاهتمام بنماذج النمو الداخلي الناشئة حديثاً. ثانيا، شدد على أهمية رأس المال البشري وخاصة التأثيرات الخارجية لرأس المال البشري.

1. اقتصاديات رأس المال البشري

تتضمن العديد من النماذج الرياضية المُستخدمة من قبل الاقتصاديين دائما تراكم رأس المال كجزء هام لسرد قصة النمو الاقتصادي، لكن هناك العديد من أشكال رأس المال:

(i) رأس المال المادي (كالآلات)

(ii) رأس المال البنى التحتية (كالسدود والموانئ)

(iii) رأس المال الموارد الطبيعية (كالأراضي الخصبة والموارد المعدنية)

(iv) رأس المال الاجتماعي والسياسي (كالثقة ونوعية المؤسسات)

(v) ورأس المال البشري.

فيما يتعلق بالشكل الأخير، يستخدم العلماء مجموعة متنوعة من التعاريف الضيقة وواسعة النطاق وهو أمر لا يُثير الدهشة بالنظر للطبيعة متعددة الأبعاد لمفهوم رأس المال البشري.

قدمت أوائل الأدبيات تعاريف ضيقة لرأس المال البشري، فعلى سبيل المثال كان Jacob Mincer (1958) رائد الفكرة القائلة بأن إنتاجية الفرد يُمكن أن تُعَزز بشكل كبير عبر اكتساب المعرفة. يُحدد هذا النهج المعروف باسم "اقتصاديات التعليم Economics of Education" ثلاث مكونات رئيسية لرأس المال البشري: (1) القدرات الفردية (الفطرية أو المكتسبة)، (2) المعرفة يتم اكتسابها عن طريق التعليم الرسمي (الابتدائي، الثانوي والجامعي) و (3) المهارات المختلفة يكتسبها العمال في مكان العمل عن طريق التدريب والتعلم أثناء العمل.

وبما أن التعليم الرسمي والتدريب وتنقل العمالة (الهجرة) تنطوي على تكاليف مباشرة وأرباح مُتنازل عنها وفوائد يجنيها الأفراد من هذه الأنشطة على شكل إيرادات أعلى تتراكم على مدى الحياة، يُمكن اعتبار قرار تعزيز الإنتاجية الفردية بمثابة "استثمار" في رأس المال البشري. وهكذا، منذ أوائل الستينات بدأ الاقتصاديون في التعامل مع عنصر العمل ليس كعنصر متجانس ولكن كمدخل إنتاج غير متجانس يتشكل عن طريق المعارف والمهارات الموروثة والمكتسبة، والتي من خلاله يُوسع

الأفراد فرص حياتهم في اتجاهات عديدة كما يميل معدل العائد على هذه الاستثمارات للارتفاع والتباين إيجابيا مع تحسن مستويات الصحة ومتوسط العمر المتوقع.

رغم أن مفهوم رأس المال البشري له جذور تاريخية طويلة تعود على الأقل إلى Adam Smith (1776) إلا أن الحائز على جائزة نوبل في الاقتصاد Theodore Schultz (1979) أكثر من أي خبير اقتصادي آخر بَشر بحدوث ثورة حديثة لرأس المال البشري في علم الاقتصاد. في خطابه الشهير أمام الجمعية الاقتصادية الأمريكية، عرض Schultz (1961 :1) نظرة عامة حول رأس المال البشري مُشيرا أن "**الكثير مما نُسميه استهلاكا يُشكل (في الواقع) استثمارا في رأس المال البشري**"، وحدد Schultz خمس أنشطة رئيسية يُمكن أن تُعزز رأس المال البشري: النفقات الصحية التي تزيد متوسط العمر المتوقع والقوة والقدرة على التحمل وحيوية السكان؛ التدريب أثناء العمل؛ التعليم النظامي؛ برامج تدريس البالغين وهجرة الأفراد.

تبعا لـ Schultz، نُعرف رأس المال البشري أنه أي مخزون للمعرفة، المهارات أو الخصائص العامة للعمال بما في ذلك صحتهم، وظائفهم الفسيولوجية، المواقف اتجاه العمل التي تُعزز كفاءاتهم وإنتاجيته، ويُمكن لهذه المهارات والكفاءات أن تكون فطرية أو مكتسبة عبر الزمن.

1.1.رأس المال البشري والتعليم

إن اكتساب المزيد من التعليم يُحقق فوائد استثمارية واستهلاكية لصالح الفرد، فالتعليم أحد الأشكال العديدة للاستثمار في رأس المال البشري الذي يجعل الأفراد أكثر إنتاجية. على مستوى الاقتصاد الجزئي وفي ظل سوق عمل تنافسي، يُؤدي اكتساب العمال للتعليم، المعرفة والمهارات لإحداث تحول سليم لمنحنى الطلب على اليد العاملة ما يزيد أجور الأفراد المتعلمين (حسب ظروف عرض العمل). أما على مستوى الاقتصاد الكلي، يُعزز وجود يد عاملة أكثر تعليما دالة الإنتاج الكلي من خلال تكملة مهام رأس المال المادي والتأثير على التقدم التكنولوجي وريادة الأعمال والابتكار.

قدم التقرير الصادر عن المنتدى الاقتصادي العالمي حول رأس المال البشري (2013) نظرة عامة طويلة الآجل حول مدى استفادة البلدان من رأس مالها البشري وتكوين يد عاملة قادرة على تلبية متطلبات الاقتصاديات التنافسية، لكننا نجد قياس رأس المال البشري أكثر صعوبة من تعريفه، لذلك لجأ الباحثون لاستخدام مجموعة متنوعة من المقاييس البديلة كسنوات الدراسة، معدلات الإلمام بالقراءة والكتابة وبيانات حول الالتحاق بالمدارس والمهارات المعرفية (مقاسة بنتائج اختبار الدراسة). في هذا الاطار، يُعتبر مقياس "سنوات الدراسة Years of Schooling " التقريب

الأكثر استخداما للتعبير عن رأس المال البشري التعليمي ويُقدم Barro and Lee (2013) أحدث تقديرات التحصيل العلمي وفق هذا المؤشر.

لكن ثمة مشكلة رئيسية عند استخدام سنوات الدراسة كمقياس بديل لتراكم رأس المال البشري يتمثل في عدم وضوح تأثير ثابت (في الغالبية العظمى للحالات) لسنوات الدراسة على تحسين المهارات المعرفية في إفريقيا جنوب الصحراء مقارنة بأوروبا الغربية. هنا يَخلص Hanushek and Woessmann (607 :2008)أن التركيز على مقاييس المهارات المعرفية دون سنوات الدراسة يُوفر تقديرا أكثر وضوحا لتراكم رأس المال البشري، وهناك أدلة قوية أن هذه المقاييس **"ترتبط ارتباطا قويا بالإيرادات الفردية، توزيع الدخل وبالنمو الاقتصادي"**. غير أنه عند جمع البيانات المتعلقة بكمية ونوعية التعليم في البلدان النامية، يُلاحظ أن العجز التعليمي في البلدان النامية أكبر مما هو متوقع بشكل عام وأن وضعية كمية ونوعية التعليم والمهارات في معظم البلدان النامية مُحزن للغاية.

على مستوى الاقتصاد الجزئي، أصبح الآن أثر التعليم على إمكانات الفرد في كسب الدخل مجالا جيدا للبحث والتوثيق ضمن نطاق اقتصاديات الموارد البشرية. فمن خلال تكبد تكلفة أولية يُمكن للفرد عبر الاستثمار في التعليم توليد تيار أعلى من الأرباح مدى الحياة، وفي ظل ظروف تنافسية ينبغي أن يعكس اختلاف تدفق الإيرادات فروق الإنتاجية (إضافة لأي عوامل تعويضية كاختلافات مرافق/ ظروف

العمل). وعلى غرار الاستثمار في رأس المال المادي، يُؤدي الاستثمار في التعليم لتحقيق معدل خاص للعائد يُمكن حسابه بمقارنة القيمة المخصومة لصافي الدخل مع تكلفة الاستثمار الأولي، ويقتضي تقدير المعدل الاجتماعي للعائد على الاستثمار في التعليم مقارنة التكاليف المباشرة وغير المباشرة الخاصة والعامة لتلقي هذا التعليم (بما في ذلك الأرباح الضائعة) مع الفوائد الناجمة عن سنوات التعليم الإضافية.

بالنسبة لأي شخص، يكون الاستثمار في التعليم عادة نشاطا جديرا بالاهتمام (بناءا على مجال الدراسة المُختار وجودة المؤسسة المُقدمة للتعليم / التدريب). وفق Mark Blaug (1970 :1) رائد مجال اقتصاديات التعليم **"في جميع الاقتصاديات التي تملك المعرفة، يكسب الأفراد الأكثر تعليما في المتوسط دخلا أعلى مقارنة بالأفراد الأقل تعليما–على الأقل من نفس العمر. بعبارة أخرى، يُؤتي التعليم الإضافي ثماره في شكل دخل أعلى مدى الحياة"**.

بالطبع هناك عدد من العوامل تُؤثر على إمكانيات دخل فرد ما في البلدان المتقدمة والنامية على حد سواء والتي تشمل قدرة الشخص المُوروثة، هيكل الحوافز، عملية التنشئة الاجتماعية، تأثيرات الأسر والأقران، نوعية المعلمين والمدارس، مستوى الفقر وعمالة الأطفال، العمر المتوقع والصحة، سهولة التنقل الجغرافي، بُعد المسافة عن المدارس، التمييز الطبقي والروابط الاجتماعية، الثقافة والتفضيلات والطموح، اختيار المهنة ومستوى تنمية البلد والحظ !! مع ذلك، تُؤكد العديد من

الأبحاث أن سنوات الدراسة المُنجزة تعتبر أقوى محدد للأرباح مدى الحياة: يُقرر الطالب قضاء عدة سنوات في الدراسة بغية الحصول على شهادة جامعية بدلا من دخول سوق العمل بشهادة التعليم الثانوي أو ما يُعادلها، فهو بذلك يتحمل تكاليف مباشرة (كالرسوم الدراسية) جراء هذا القرار وتُصبح الأرباح الضائعة (قيمة التعويض عن التكاليف) مُساوية تلك التكاليف المباشرة. ومع ذلك، تكون القيمة الحالية للفجوة المحتملة لأرباح مدى الحياة الناتجة عن استثمار سنوات إضافية من التعليم أكبر من قيمة التعويض عن التكاليف الأولية المتكبدة، لذلك تُؤدي زيادة سنة من التعليم لمعدل عائد إيجابي.

تتميز أرباح مدى الحياة جراء زيادة مستويات التعليم بالخصائص التالية: أولا، تميل للاختلاف إيجابيا مع التقدم في السن (ترتفع الإنتاجية مع زيادة الخبرة والتعلم بالممارسة)، ثانيا تميل الأرباح للارتفاع بشكل أسرع كلما ارتفع مستوى التعليم المحقق، أما ثالثا كلما زادت الأرباح في وقت لاحق من الحياة ارتفع مستوى التعلم المحقق.

قدم Psacharopoulos and Patrinos (2004) أدلة قوية تتعلق بعائدات الاستثمار في التعليم تُؤكد النتائج التالية:

(i) العائد من التعليم أعلى في البلدان النامية منه في البلدان المتقدمة.

(ii) يتجاوز العائد من التعليم الابتدائي مستواه في التعليم الثانوي، الذي يتجاوز بدوره العائد من التعليم الجامعي.

(iii) يتجاوز المعدل الخاص للعائد نظيره المعدل الاجتماعي بسبب الإعانات العمومية للتعليم واستبعاد التأثيرات الانتشارية للتعليم من حسابات الفوائد الاجتماعية.

(iv) تميل معدلات العائد للارتفاع عند الإناث أكثر مقارنة بالذكور.

(v) تتجاوز معدلات العائد من التعليم في البلدان النامية معدلات العائد من الاستثمار الرأسمالي.

1.2.رأس المال البشري والصحة

هناك تفاعل قوي ذو اتجاهين بين التحصيل العلمي والحالة الصحية لشخص ما، كما أن التحسينات العالمية للصحة لها آثار اقتصادية هامة عديدة. على سبيل المثال، يتمتع فرد ما بصحة أفضل وبمستوى تعليمي بإنتاجية أعلى ويزيد من إمكانية حصوله على أعلى دخل مدى الحياة، كما يُؤدي تحسن متوسط العمر المتوقع لزيادة عدد السنوات التي يستطيع فيها الفرد (والمجتمع) جني ثمار الإنتاجية العالية، وتُشكل الصحة أيضا عاملا هاما في زيادة معدل التحاق الأطفال بالمدارس وقدرتهم على التعلم. في هذا الإطار، يُظهر Zhang et al. (2013 :9) أن مشاكل سوء التغذية والصحة كفقر الدم الناجم عن نقص عنصر الحديد كان لها تأثير سلبي على الأداء

التعليمي للمناطق الريفية في الصين، حيث أبقى "وباء الأمراض" الطلاب الريفيين الفقراء دائما في الأسفل، وفي نفس الوقت مع تنفيذ برامج الصحة العامة تنفيذا فعالا زاد المستوى العام لتعليم الأشخاص الذين تتحسن حياتهم بفضل هذه البرامج. من جهة أخرى، يُمكن تدريس المبادئ الأساسية للنظافة والصرف الصحي في المدارس في أوقات مبكرة، كما أن هناك أدلة قوية على أن تعليم الأمهات يرتبط إيجابيا بصحة الطفل وتخفيض عدد وفيات لدى الأطفال.

خلال القرن العشرين شهد العالم موجة تحسينات كبيرة في الصحة أين ارتفع متوسط العمر المتوقع من 31 سنة عام 1900 إلى 66 سنة عام 2000 (متوسط العمر المتوقع هو بديل جيد لمتوسط صحة السكان)، وأصبح تحسين كمية ونوعية الحياة إحدى الأهداف الإنمائية الرئيسية التي تقتضي الحصول على أدنى الاحتياجات الأساسية كالتغذية الكافية، الحصول على التعليم والرعاية الصحية، إمدادات المياه النظيفة، الهياكل الأساسية للصرف الصحي والإسكان. وبما أن هذه الاحتياجات الأساسية هي مدخلات في دالة إنتاج الصحة، تُشير مستويات وتغيرات العمر المتوقع إلى التقدم المحرز في تلبية الاحتياجات الأساسية الفسيولوجية ومقياسا جيدا للتنمية الاقتصادية والبشرية.

ما هي المحددات الرئيسية لمتوسط العمر المتوقع؟ يُميز Goldin (2014) بين ثلاث مراحل تاريخية لتحسن العمر المتوقع في البلدان المتقدمة حاليا: تمتد المرحلة

الأولى من الفترة ما بين 1700 إلى أواخر القرن التاسع عشر عندما تم إدراج تحسينات جوهرية للحد من سوء التغذية المزمن، وشملت المرحلة الثانية أواخر القرن التاسع عشر إلى ثلاثينات القرن الماضي استثمارات كبيرة في البنية التحتية للصحة العامة، أما المرحلة الثالثة من الثلاثينات حتى الوقت الحاضر هو "عصر الطب الحديث". ولا تزال العديد من البلدان النامية تُعاني سوء التغذية المزمن وعدم كفاية الهياكل الأساسية للصحة العامة التي تبقى المصدر الرئيسي لارتفاع معدل الوفيات وانتشار الأوبئة.

يُمكن إظهار العلاقة بين دخل الفرد والعمر المتوقع بدلالة "منحنى Preston" (ذو ميل إيجابي وغير خطي) واستنادا على هذا المقياس، يُظهر Angus Deaton (2013) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2015) عددا من البلدان تُعاني ضعف متوسط العمر المتوقع مقابل مستوى دخل الفرد لديها وعلى رأسها الولايات المتحدة، روسيا وجنوب إفريقيا. يُعتبر الأداء الضعيف للولايات المتحدة لافتا للانتباه بشكل خاص لأنها تنفق أعلى نسبة من GDP على الرعاية الصحية من أي بلد آخر! ويشمل الأداء الجيد بدلالة الدخل الحالي كلا من الصين، شيلي، بنغلاديش واليابان: بطبيعة الحال، شهدت الصين أيضا كارثة "المجاعة الكبرى" بين عامي 1959-1961 عندما قُتل أزيد من ثلاثين مليون شخص بعد الفشل الضريع لاستراتيجية ماو المعروفة بـ"القفزة الكبيرة نحو الأمام".

لا تزال العلاقة بين تحسن قطاع الصحة والنمو الاقتصادي مجالا يحظى باهتمام ضئيل للغاية من جانب الاقتصاديين، مع ذلك لاحظ Barro (2013) أن العلاقة بين الحالة الصحية والنمو الاقتصادي اللاحق جد قوية، في حين كشف Weil (2007) وجود تأثيرات إيجابية كبيرة على النمو مصدرها تحسن مستويات الصحة. لا يُؤدي تحسن الوضع الصحي للسكان لزيادة الإنتاجية عبر التأثير المباشر الإيجابي على طاقة، جهود ودقة العامل فحسب، بل ويُقلل أيضا المعدل الفعلي لاهتلاك رأس المال البشري. يُوضح Deaton (2013) **"أصبح العالم مكانا أكثر صحة الآن مما كان عليه في أي وقت مضى تقريبا ويعيش الناس أطول فترة ممكنة، وأصبحوا أطول وأقوى وأطفالهم أقل عرضة للمرض والموت"**.

1.3.رأس المال البشري والتطور التكنولوجي

ركز الاقتصاديون في صياغة نظريات النمو الاقتصادي جهودهم على العوامل المباشرة كرأس المال المادي، البشري والتكنولوجيا (TFP)، لكن خلال السنوات العشرين الماضية، درس Robert Fogel (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 1993) مصدرا بديلا مُهملا للنمو الاقتصادي وهي "اللياقة البدنية البشرية Human Physique".

حسب Fogel (2004 :651) **"إن إهمال العلاقة بين حجم الجسم وإمدادات الغذاء حجب إحدى المصادر الرئيسية للنمو الاقتصادي طويل الآجل لإنتاجية العمل"**. وقد أثبت

البحث الذي أجراه Fogel وآخرون أهمية تحسن اللياقة البدنية كشكل إضافي لتراكم رأس المال البشري، ووفق Fogel and Costa (1997) شهد العالم خلال 300 سنة الماضية تطورا "تقنوفزيائيا" بدأ فيه الجنس البشري مُمارسة مزيد من السيطرة على بيئته المادية. باختصار، يُمكن تلخيص هذه الحجة على النحو التالي:

(i) أدى التقدم التكنولوجي وسلسلة من الثورات الزراعية لحدوث تحسينات هائلة في التغذية البشرية وتخفيضات في سوء التغذية المزمن.

(ii) سوء التغذية ذو أثر سلبي هام على إنتاجية البشر ليس عبر خفض قوة الجسم فقط ولكن أيضا بوجود تأثيرات سلبية قوية على الذكاء البشري والقدرة المعرفية.

(iii) منذ عام 1700 تمكن الإنسان من زيادة حجم جسمه أكثر من 50 % وزاد متوسط العمر المتوقع بحوالي 100 %.

(iv) إضافة للتغذية الجيدة، تحسن صحة وفسيولوجية الإنسان كانت أيضا نتيجة تقدم المعرفة الطبية، تحسن النظافة الشخصية، الإصلاحات والاستثمارات التي مست الصحة العامة.

(v) يُمكن قياس تحسينات رأس المال الفسيولوجي عن طريق جمع البيانات حول متوسط طول ووزن السكان.

(vi) تحسن التغذية يزيد الحالة الصحية والقوة البدنية للقوى العاملة التي تُمكن العمال رفع إنتاجيتهم والقدرة على العمل لساعات أطول.

(vii) هذه التطورات كانت مصدرا هاما لكن مُهملا للنمو الاقتصادي.

وفق تقديرات Fogel، فإن نحو 50 % من النمو الاقتصادي منذ عام 1800 كان نتيجة تلك التحسينات الفسيولوجية البشرية، لكن تم الاستخفاف بهذا المصدر الهام للنمو الاقتصادي لأنه لا يأخذ بعين الاعتبار تلك التأثيرات المفيدة لتحسن حالة التغذية على قدرة البشر للتعلم والاستفادة من التعليم، وبالتالي هناك تفاعل قوي بين النمو الاقتصادي، التقدم التكنولوجي والتحسن الفسيولوجي للسكان.

1.4.رأس المال البشري والهجرة

في ورقته المشهورة حول الهجرة من الريف للحضر في البلدان النامية، يرى Todaro (1979) أن المُهاجر النموذجي هو ذلك الشخص العقلاني الذي يسعى لتعظيم منفعته المتوقعة، حيث يعمل هذا المهاجر العقلاني لموازنة التكاليف بالمنافع المتوقعة جراء انتقاله من القطاع الريفي الفقير نسبيا نحو سوق العمل الحضري عال الدخل. ولأن هجرة اليد العاملة يُمكن أن تنجم عن عدة عوامل اجتماعية، سياسية، جغرافية واقتصادية إلا أن رغبة تحسين الأوضاع الاقتصادية في الظروف العادية هي أكثر عامل يدفع الأشخاص للهجرة. بالنسبة للمُهاجر النموذجي، يُعتبر قرار الانتقال للاستفادة من فرص عمل أفضل شكل من أشكال الاستثمار في رأس المال البشري بالنظر لتأثيره الإيجابي المحتمل على إيرادات المهاجرين (خصوصا الشباب) مدى الحياة.

يُمكن تطبيق نفس المنطق على القرارات الدولية المتعلقة بهجرة العمالة بأن القوة الرئيسية الدافعة وراء تدفقات الهجرة الدولية هي استمرار الفجوات الكبيرة في مستويات المعيشة بين البلدان. وفق .Clark et al (2007) يُمكن تمثيل مختلف العوامل المؤثرة على قرار هجرة عامل ما وفق دالة عامة حيث احتمال أن يعيش أي فرد (i) في بلد β مع رأس مال بشري أو مستوى مهارة Si يتلقى أجرا $w\beta(Si)$ سيُهاجر (Mi) للبلد α وفق المعادلة التالية:

$$Mi = [w\alpha(Si) - w\beta(Si)] - \rho - C_1 - C_2(q) - \lambda(\psi - Si)$$

حيث $[w\alpha(Si) - w\beta(Si)]$ تُمثل القيمة الحالية المخصومة للفرق بين تدفقات الدخل التي يتلقاها الفرد (i)في البلد β و α ؛ ρ تُمثل التكلفة النفسية جراء الهجرة ؛ C_1 التكلفة المباشرة للهجرة تتباين على أساس المسافة من الوجهة؛ $C_2(q)$ تُمثل تكاليف وقت الانتظار نتيجة القيود الكمية كحصص الهجرة؛ $\lambda(\psi - Si)$ تُمثل سياسة الهجرة الانتقائية للمهارات حيث ψ هو المستوى المعياري للمهارات المطلوبة و λ هي انتقائية المهارات لسياسة الهجرة (يُؤدي ارتفاع ψ أو λ لارتفاع تكاليف الهجرة).

هل هناك مكاسب متبادلة من الهجرة الدولية للعمل أم أن ميزان تنقل رأس المال البشري متحيز بالضرورة لطرف دون الآخر؟ يُميز Docquier and Rapoport (2012) بين ثلاث مراحل تطور أدبيات "هجرة الأدمغة Brain Dain": في الموجة الأولى من الأبحاث، خلص الاقتصاديون خلال الستينات أن تأثيرات رفاهية هجرة

العمالة من البلدان النامية إلى المتقدمة كان حياديا بالنسبة للبلدان النامية و مفيدا لحد كبير بالنسبة للمتقدمة، في حين قدمت الموجة الثانية خلال السبعينات نظرة متشائمة للعواقب المحتملة جراء الهجرة للخارج من البلدان النامية الفقيرة، حيث سيتضرر التقدم الاقتصادي للبلدان النامية لأن تكاليف هجرة العمالة للخارج تتجاوز الفوائد، أين تميل البلدان النامية لفقدان أبنائها الموهوبين ما يُقلل مخزونها المحدود من الموارد البشرية. إضافة إلى ذلك، يخسر البلد المُرسل منخفض الدخل تدفق الإيرادات الضريبية الذي كان من الممكن تحصيلها من المهاجرين وبما أن العمالة الماهرة وغير الماهرة هي عناصر تكميلية للإنتاج، تُمارس الهجرة الخارجية تأثيرا سلبيا على إنتاجية العامل عموما، كما أنها تُقلل جاذبية البلد الفقير المُرسل نحو الاستثمار الأجنبي المباشر كقناة رئيسية لنقل التكنولوجيا والأفكار الجديدة، وسيعمل فقدان الأفراد المتعلمين على تقليل حزمة المواهب المتاحة للقيادة السياسية والتنمية المؤسساتية.

تُؤكد الموجة الثالثة من البحوث مؤخرا حول الهجرة الدولية للعمالة على وجود بعض المكاسب الصافية المتاحة للبلدان المُرسلة: من منطق التفضيل، يجد المهاجرون أنفسهم أفضل حالا كما أن خفض معروض اليد العاملة في بلدان المصدر يُؤدي لرفع أجور غير المهاجرين. وفق Williamson (2004) حدث هذا لأوروبا خلال هجرات الأطلسي نحو أمريكا الشمالية في القرن التاسع عشر، ويرى Stark and Fan (2007) أن إمكانية الهجرة الدولية نحو بلد أعلى دخلا سيُشجع الأفراد في البلدان

النامية على الاستثمار في التعليم واكتساب المهارات، كما تُحفز آفاق ارتفاع الإيرادات مدى الحياة من الهجرة المستقبلية للمهاجرين المحتملين استثمارهم في الأنشطة المعززة لرأس المال البشري من أجل زيادة احتمال تلبيتهم لمتطلبات المهارات المطلوبة في البلدان المتقدمة $\lambda(\psi - Si)$. ويُمارس هذا الأثر المعروف بـ"مكاسب الأدمغة Brain Gain" تأثيرا إيجابيا على عملية التراكم العام لرأس المال البشري في البلدان النامية، كما أنه يُوفر تفسيرا محتملا لوجود أعداد كبيرة من المتعلمين العاطلين عن العمل في عدد من البلدان النامية، لكن في المقابل يُمكن أن تُمثل هذه الحزمة من رأس المال البشري "عاملا محفزا للتغير التكنولوجي" في البلدان النامية، حيث يستشهد Stark and Fan (2007) بحالة النمو الهائل لقطاع تكنولوجيا المعلومات في الهند الذي يرجع جزئيا لردة الفعل الناجمة عن إغراءات فرص العمل المُجزية لتكنولوجيا المعلومات في الخارج.

وتشمل الآثار الإيجابية الأخرى الناشئة عن الهجرة "صافي تدفق تحويلات المهاجرين" التي يُمكن أن تُمول تعليم أفراد الأسرة الآخرين، المساهمة المنتجة المباشرة وفوائد الأثر الانتشاري للمعرفة للمهاجرين العائدين ذوي المهارات المتراكمة، تحفيز شبكات الأعمال والتجارة وتخفيض تكاليف المعاملات الناشئة عن أنشطة المغتربين في العالم.

2. نموذج Uzawa-Lucas (نسخة Solow)

نتعامل في هذا الفصل مع بعد واحد فقط لرأس المال البشري هو التعليم. كل النماذج السابق ذكرها في هذا الكتاب أدرجت عاملي إنتاج (رأس المال المادي والعمالة) فقط في دالة الإنتاج دون الإشارة (بشكل صريح) لرأس المال البشري أو مستوى المهارات والمعرفة الفنية المجسدة في الأشخاص. للقيام بذلك، عملت دراسة MRW (1992) على إدراج رأس المال البشري في عملية الإنتاج وافترضت دالة إنتاج مُشابهة لرأس المال المادي والبشري (نفس التكنولوجيا)،[4] لكن Lucas (1988) اختار طريقا آخر لتضمين رأس المال البشري في نموذج النمو الاقتصادي.

نقوم أولا بتحليل نسخة Solow لهذا النموذج أين يفترض معدل ادخار (s) ثابت ومُحدد خارجيا.

يُمثل رأس المال البشري للفرد مستوى قدراته العامة: إذا كان مستوى العامل من رأس المال البشري يُساوي (h) سيُنتج هذا الشخص مرتين قدر ما يُنتجه عامل برأس مال بشري يُساوي $(h/2)$ أو نصف ما يُنتجه عامل بمستوى رأس مال بشري يُساوي $(2h)$. تُركز نظرية رأس المال البشري تبعا لـ Lucas (1988) على تأثير طريقة تخصيص وقت الفرد بين الأنشطة المختلفة في الفترة الحالية على إنتاجيته أو مستوى رأسماله البشري في الفترات المستقبلية، وبهذه الطريقة يفترض النموذج عددا من

---

[4] - أنظر الملحق 9.

العمال (L) في الاقتصاد بمستوى مهارة يتراوح ما بين الصفر إلى ما لانهاية $(h \in [0,\infty])$ وعليه فإن إجمالي عدد العمال بمستوى مهارة أو مخزون رأس المال البشري الكلي في الاقتصاد هو $(H = hL)$. يفترض النموذج أيضا وجود قطاعين: يقوم كل عامل ذو مستوى مهارة (h) بتخصيص جزء من وقته (u) للعمل في قطاع الإنتاج (الإنتاج الحالي) أما الجزء المتبقي من الوقت $(1-u)$ فيُخصص في قطاع التعليم لُمراكمة مهارات (رأس مال بشري) جديدة، لذا بفضل إدراج رأس المال البشري في النموذج يُمكننا تفسير كيف تُؤثر مستويات (h) في الإنتاج الحالي، و كيف لتخصيص وقت الأفراد (بين (u) و $(1-u)$) أن يُؤثر في عملية تراكم رأس المال البشري.

في قطاع الإنتاج يتم إنتاج مخرجات (Y) باستخدام مدخلات الإنتاج رأس المال المادي (K) والعمالة المُحسنة بمستوى رأس المال البشري، ويُوجه هذا الناتج إما للاستهلاك و/ أو الاستثمار في رأس المال المادي. في قطاع التعليم، يقوم رأس المال البشري بتوليد رأس مال بشري جديد على أساس تفضيلات بين الاستهلاك الحالي والمستقبلي عن طريق مزاولة التعليم الذي يزيد كفاءة الأجيال القادمة من العمال.

يتبع تراكم رأس المال البشري للفرد (h) الدالة التالية:

$$\dot{h} = B(1-u)h - \delta_h h \qquad (10.1)$$

حيث $(B \succ 0)$ تُمثل معلمة ثابتة تعكس إنتاجية الجهود النوعية من التعليم (تكنولوجيا التعليم تقيس سرعة تراكم رأس المال البشري)، (δ_h) معدل اهتلاك

(تقادم) رأس المال البشري. وفق هذه المعادلة، تعتمد زيادة رأس المال البشري إيجابا على كمية الوقت المخصص للتعليم $(1-u)$ (تراكم رأس المال البشري المتأتي من الاستثمار في التعليم) وعلى مستوى رأس المال البشري (h) السائد في الاقتصاد. لاحظ من هذه الصيغة أن تكلفة الزمن المطلوب $(1-u)$ لاكتساب 1 % من رأس المال إضافي ثابتة ومستقلة عن مستوى رأس المال البشري المُحقق في الاقتصاد، لاحظ أيضا من المعادلة (1. 10) أن رأس المال البشري يُظهر خاصية عوائد الحجم الثابتة وإلا لن يُمثل رأس المال البشري محركا للنمو الاقتصادي الداخلي.[5]

تُمثل المعادلة (1. 10) تبسيطا للواقع لأنها لا تُدرج المباني والأدوات...الخ (رأس المال المادي) كمُدخلات في قطاع التعليم. على أية حال، من المرجح أن يكون قطاع التعليم أكثر كثافة برأس المال البشري مقارنة بقطاع الإنتاج لذا يأخذ نموذج Uzawa-Lucas هذه الميزة متجاهلا ضم قطاع التعليم لرأس المال المادي.[6]

[5] - إذا تبع تراكم رأس المال البشري المعادلة التالية $\dot{h} = B\left(1-u\right)h^{\xi}$ حيث $1 \prec \xi$ سيكون هناك عوائد حجم متناقصة لتراكم رأس المال البشري، ما يعني أن معدل نمو رأس المال البشري هو $\dot{h} / h \leq B\left(1-u\right)h^{\xi-1}$ حيث تتجه $\left(\dot{h} / h\right)$ للصفر مع نمو $\left(h\right)$ (أنظر Lucas 1988 :18) و نقد Solow للمعادلة (1. 10) (Solow 2000 :126).

[6] - تُشير الأدلة التجريبية أن مدخلات غير العمالة في التعليم لا تُمثل سوى 10 % من كل التكاليف التعليمية (أنظر Kendrick 1976 ; US Department of Education 1996). لكن مع ذلك، قام Rebelo (1991) بتوظيف رأس المال المادي في إنتاج رأس المال البشري.

تُظهر المعادلة (1. 10) أن تراكم رأس المال البشري لا يتم نمذجته بنفس طريقة نمذجة تراكم رأس المال المادي، إذا كان هذا هو الحال فبدلا من $(\delta_h h)$ نضع $((n+\delta_h)h)$، لكن في هذه الحالة تعاملنا مع رأس المال البشري بطريقة مُغايرة تماما عن رأس المال المادي حيث يُجسد رأس المال البشري في الأشخاص و ليس ملموسا يُمكن نقله مباشرة للآخرين. وتنص المعادلة بشكل صريح أنه من أجل الحفاظ على مستوى معين من متوسط رأس المال البشري (نصيب الفرد) في مجتمع ما يجب أن يكون نصيب الفرد من الاستثمار الزمني في التعليم $(1-u)$ مستقلا عن النمو السكاني. من جانب آخر، يُشير الجانب التراكمي للمعادلة (1. 10) أن المستوى الأولي لرأس المال البشري الذي يبدأ به كل عضو جديد يتناسب (ليس بالضرورة مُساويا) مع المستوى الذي تم تحقيقه بالفعل من قبل أفراد العائلة الأكبر سنا (الميراث الاجتماعي للمهارات).

يُعطى تغير مخزون رأس المال البشري $(H=hL)$:

$$\dot{H}=B(1-u)hL-\delta_h hL=B(1-u)H-\delta_h H$$

معدل نمو مخزون رأس المال البشري هو:

$$\frac{\dot{H}}{H}=B(1-u)-\delta_h \qquad (10.\ 2)$$

تتطابق معدلات نمو $(\dot{H}/H)$ و $(\dot{h}/h)$ في ظل افتراض تشابه الأفراد في التفضيلات و في نفس وحدات رأس المال البشري المتاحة لديهم و استخدامهم نفس

جزء الوقت المخصص لعملية الإنتاج. يُعطى الزمن (u) المخصص في الإنتاج ثابتا في التوازن ما يعني أن معدل نموه يُساوي الصفر $(\dot{u}/u=0)$: إذا كان معدل نمو (u) مُوجبا سينمو نحو قيمة الواحد ويتجاوزه لاحقا وهو حل غير ممكن؛ أما إذا كان معدل نموه سالبا سينخفض نحو قيمة الصفر ولا يُوجد هناك وقت مخصص في قطاع الإنتاج في المقابل يتم تخصيص كل الوقت في قطاع التعليم...مرة أخرى لا يُمثل هذا حلا مقبولا لاقتصاد ما في التوازن. فقط في حالة $(\dot{u}/u=0)$ و $(0\prec u\prec 1)$ هناك حصة زمنية ثابتة من التعليم ما يعني نمو رأس المال البشري بمعدل ثابت.

يتم استبدال مدخل الإنتاج "العمل" برأس المال البشري في دالة الإنتاج:

$$Y=F\left[K,H_e\right]$$

يُمثل (H_e) العمالة الفعلية أو $(H_e=uH=uhL)$: رأس المال البشري في الاقتصاد ككل ليس متاحا بالكامل لإنتاج السلع والخدمات لأنه يُخصص جزء منه $(1-u)$ في قطاع التعليم لإنتاج رأس مال بشري جديد.

لتحليل النموذج، نكتب دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas كالآتي:

$$Y=AK^{\alpha}\left(uhL\right)^{1-\alpha} \qquad (10.\ 3)$$

وبدلالة نصيب الفرد $(y\equiv Y/L)$:

$$y=Ak^{\alpha}\left(uh\right)^{1-\alpha} \qquad (10.\ 4)$$

وهي دالة ذات عوائد حجم ثابتة في (k) و (uh).

يتراكم رأس المال المادي وفق المعادلة التالية:

$$\dot{k} = y - c - (n + \delta_k)k \tag{10. 5}$$

حيث $(k \equiv K / L)$هو نصيب الفرد من رأس المال المادي و(c)هو نصيب الفرد من الاستهلاك، مع افتراض نمو عنصر العمالة بمعدل ثابت وفق $\left(L(t) = L(0)\ell^{nt}\right)$ و$(n \geq 0)$.

لدينا في التوازن:

$$\begin{aligned} &S = I \\ &sY = \dot{K} + \delta_k K \\ &sK^{\alpha}(uhL)^{1-\alpha} = \dot{K} + \delta_k K \end{aligned}$$

بدلالة نصيب الفرد:

$$\begin{aligned} &\frac{sK^{\alpha}(uhL)^{1-\alpha}}{L} = \frac{\dot{K} + \delta_k K}{L} \\ &sk^{\alpha}(uh)^{1-\alpha} = \frac{\dot{K}}{L} + \delta_k k \end{aligned}$$

كما نعلم:

$$\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk$$

نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال المادي:

$$\begin{aligned} sk^{\alpha}(uh)^{1-\alpha} &= \dot{k} + (n + \delta_k)k \\ \frac{\dot{k}}{k} &= sk^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha} - (n + \delta_k) \\ &= s\left(\frac{k}{h}\right)^{\alpha-1} u^{1-\alpha} - (n + \delta_k) \end{aligned} \tag{10. 6}$$

في الحالة المستقرة، يتطلب ثبات معدل النمو في النموذج ثبات النسبة (k/h) و ينبغي أن ينمو (k) و (h) بنفس النسبة أي يُساوي معدل نمو النسبة (k/h) الصفر في الحالة المستقرة:

$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{\dot{h}}{h}=B(1-u)-\delta_h \qquad (10.7)$$

يُعطى معدل نمو نصيب الفرد من الناتج بأخذ لوغاريتم المعادلة (4. 10) واشتقاقه عبر الزمن:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{A}}{A}+\alpha\frac{\dot{k}}{k}+(1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u}+(1-\alpha)\frac{\dot{h}}{h}$$

مع العلم أن (A) و (u) ثابتين عبر الزمن أي $(\dot{A}/A=\dot{u}/u=0)$، و عليه تُصبح المعادلة من الشكل:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\alpha\frac{\dot{k}}{k}+(1-\alpha)\frac{\dot{h}}{h}$$

ولأن $(\dot{k}/k=\dot{h}/h)$ فإن معدل نمو نصيب الفرد من الناتج يُساوي:

$$\frac{\dot{y}}{y}=\frac{\dot{k}}{k}=\frac{\dot{h}}{h}=B(1-u)-\delta_h \qquad (10.8)$$

ينمو نصيب الفرد من الناتج بنفس معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال البشري المُعطى ثابتا عبر الزمن والمُحدد وفق معلمتين أساسيتين: المعلمة الأولى هي (B) التي تُحدد كفاءة تراكم رأس المال البشري (أو سرعة تراكم رأس المال البشري) أو يُمكن تفسيرها بكفاءة القطاع التعليمي وبذلك يتوقع النموذج أن البلدان ذات

نظام تعليمي أكثر كفاءة ستشهد معدلات مرتفعة من نمو رأس المال البشري. أما المعلمة الثانية (u) تعني انخفاضها تخصيص مزيد من الوقت لتراكم رأس المال البشري على حساب إنتاج السلع والخدمات (استعداد الأفراد للتخلي عن الإنتاج الحالي والاستهلاك لصالح التعليم) ما يُؤدي لزيادة معدل نمو رأس المال البشري.

لا ينمو هذا الاقتصاد بسبب قوى خارجية و لا تتغير دالة الإنتاج عبر الزمن ((A) و (u) ثابتان)، لكن النمو يحدث بسبب قوى داخلية تُحدد وفق (B) و (u)، و عليه يتمثل العامل الرئيسي في توليد نمو مستديم وفق هذا النموذج في عدم إظهار دالة إنتاج رأس المال البشري المعطاة وفق المعادلة (10 .1) أي ميل لتناقص عوائد الحجم في رأس المال البشري: تتميز دالة الإنتاج بعوائد حجم ثابتة في رأس المال البشري بسبب تزايد الناتج بنفس نسبة تزايد رأس المال البشري (بقيمة معطاة).

ليكن $\widehat{A} = Au^{1-\alpha}$ وعليه يُمكن كتابة دالة الإنتاج بدلالة نصيب الفرد:

$$y = \widehat{A}k^{\alpha}h^{1-\alpha} \quad (10.\ 9)$$

إذا عرفنا رأس المال المُوسع كمزيج من رأس المال المادي والبشري:

$$\kappa \equiv k^{\alpha}h^{1-\alpha} \quad (10.\ 10)$$

يُصبح النموذج من الشكل:

$$y = \widehat{A}\kappa \quad (10.\ 11)$$

إذا كان (u) ثابتا مع نمو (k) و (h) بنفس المعدل، فإن الأس فوق رأس المال الموسع يُساوي قيمة الواحد، و أصبحنا مرة أخرى نتعامل مع نموذج AK (أنظر الفصل الثامن).

3. نموذج Uzawa-Lucas (نسخة RCK)

في الحقيقة، يقوم نهج Uzawa-Lucas لتراكم رأس المال البشري على الإطار النظري لنموذج RCK مع أسر خالدة لحل المسار الأمثلي للمتغيرات (k) و (h).[7]

في الوقت الذي يُؤكد فيه Romer (1986) على التأثيرات الخارجية الناجمة عن مخزون رأس المال الكلي في الاقتصاد، قام Lucas (1988) بحل صيغة RCK بوجود تأثيرات خارجية لرأس المال البشري: كل فرد يُصبح أكثر إنتاجية إذا كان حوله أفراد آخرون بمستويات عالية من رأس المال البشري.[8]

يُميز Lucas بين تأثيرين رئيسين لتراكم رأس المال البشري: أولاً، التأثير الداخلي Internal Effects الذي يستفيد منه الفرد بشكل مباشر (h) عن كل جهد

---

[7] - قد لا يكون هذا الإطار ملائما بسبب ارتباط التعليم في الواقع العملي ارتباطا وثيقا بدورة حياة الكائن البشري، لذلك وجد باحثون آخرون أنه من الطبيعي و المنطقي نمذجة تكوين رأس المال البشري ضمن نموذج دورة الحياة (نماذج الأجيال المتداخلة): أنظر على سبيل المثال , Saint-Paul (1992) ,Rozer (1976) , Blinder (1971) Azariadis (1993) , Galor and Moav (2006).

[8] - ستكون قادرا على كتابة أطروحة جيدة لأنك ضمن مجموعة من الزملاء الأذكياء بمتوسط رأس المال البشري مرتفع يُمكنك التعلم منهم. في كثير من النواحي، يُشبه نموذج Lucas (1988) نظيره Romer (1986) لكنه أكثر صعوبة في التحليل.

تعليمي يرفع إنتاجيته، وبالتالي زيادة مُساهمته في عملية الإنتاج. ثانيا، هُناك تأثير خارجي External Effects للتعليم والتدريب لأن زيادة وحدات رأس المال البشري كل فرد مع ثبات العوامل الأخرى ستزيد متوسط مخزون رأس المال البشري $(\bar{h})$ في المجتمع والذي يُمارس أيضا آثارا إيجابية على الإنتاج. لابد أن نُؤكد أن التأثيرات الخارجية لتكوين رأس المال البشري لا تلعب أي دور في توليد النمو الداخلي، وجودها في النموذج فقط يُؤدي لرفع معدل نمو نصيب الفرد، مع ذلك هذه التأثيرات الخارجية مُهمة لتفسير بُعد السياسة الاقتصادية في نموذج Lucas (كما سنراه لاحقا).

وفق هذه الفكرة، تُعطى دالة إنتاج نصيب الفرد:

$$y = Ak^{\alpha}\left(uh\right)^{1-\alpha}\,\bar{h}^{\varepsilon} \qquad (10.12)$$

حيث $\left(\bar{h} \equiv H/L\right)$ متوسط رأس المال البشري في السكان. إذا كان $(\varepsilon \succ 0)$ هناك تأثيرات خارجية من المستوى المتوسط لرأس المال البشري على إجمالي القوى العاملة في الاقتصاد (رغم أن هذه التأثيرات الخارجية ليست شرطا ضروريا لتحقيق نمو داخلي مستدام على المدى الطويل).

3.1.المخطط الاجتماعي

نفترض مخططا اجتماعيا خَيرا يعمل على تدخيل تأثيرات متوسط مستوى رأس المال البشري، أي يأخذ المخطط الاجتماعي قيمة $\left(\bar{h}\right)$ في المعادلة (12 .10) كمتغير داخلي ويتم استبدالها بـ (h). في هذه الحالة، يعمل المخطط الاجتماعي على تعظيم دالة المنفعة التالية:

$$\max \int_0^\infty \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} \ell^{-(\rho-n)t} dt \tag{10. 13}$$

تحت القيود:

$$\dot{k} = y - c - \left(n + \delta_k\right) k \tag{10. 14}$$

$$\dot{h} = B\left(1-u\right) h - \delta_h h \tag{10. 15}$$

حيث تُعطى قيم $\left(k\left(0\right)\right)$ و $\left(h\left(0\right)\right)$ أنها مُوجبة تماما.

يُمكن التعبير عن حل المشكلة وفق طريقة **Hamilton** كالآتي:

$$J = \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} + \lambda_1 \left[y - c - \left(n + \delta_k\right) k \right] + \lambda_2 \left[B\left(1-u\right) h - \delta_h h \right]$$

تُمثل (λ_1) و (λ_2) أسعار الظل لنصيب الفرد من رأس المال المادي و البشري على الترتيب. على طول المسار الأمثلي، تُعطى شروط التعظيم من الدرجة الأولى كالآتي:

$$\frac{\partial J}{\partial c} = c^{-\theta} - \lambda_1 = 0 \Rightarrow c^{-\theta} = \lambda_1 \tag{10. 16}$$

$$\frac{\partial J}{\partial u}=\lambda_1\frac{\partial y}{\partial u}-\lambda_2 Bh=0\Rightarrow\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{\partial y/\partial u}{Bh} \tag{10.17}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial J}{\partial k}=\lambda_1\left(\frac{\partial y}{\partial k}-(n+\delta_k)\right)=-\dot{\lambda}_1+(\rho-n)\lambda_1\\&\Rightarrow-\frac{\dot{\lambda}_1}{\lambda_1}=\frac{\partial y}{\partial k}-(n+\delta_k)-(\rho-n)\end{aligned} \tag{10.18}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial J}{\partial h}=\lambda_1\frac{\partial y}{\partial h}+\lambda_2\left[B(1-u)-\delta_h\right]=-\dot{\lambda}_2+(\rho-n)\lambda_2\\&\Rightarrow-\frac{\dot{\lambda}_2}{\lambda_2}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{\partial y}{\partial h}+B(1-u)-\delta_h-(\rho-n)\end{aligned} \tag{10.19}$$

مع شرطي العرضية:

$$\lim_{t\to\infty}k(t)\lambda_1(t)\ell^{-(\rho-n)t}=0$$
$$\lim_{t\to\infty}h(t)\lambda_2(t)\ell^{-(\rho-n)t}=0$$

وفق المعادلة (16. 10) لابد أن يُساوي الدخل مجموع الاستهلاك والادخار، وبدلالة المعادلة (17. 10) لابد أن يُساوي الوقت استخداماته نحو الإنتاج أو التعليم. تُخبرنا المعادلتان (18. 10) و (19. 10) كيف تتطور أسعار ظل مدخلي رأس المال المادي والبشري عبر الزمن في الأفق الأمثلي، وأخيرا يضمن شرطي العرضية عدم حدوث إفراط في عملية تراكم كلا نوعي رأس المال.

نقوم الآن بمفاضلة المعادلة (16. 10) زمنيا بعد ادخال اللوغاريتم واستبدالها في المعادلة (18. 10) لنحصل على معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك (قاعدة Keynes-Ramsey):

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial y}{\partial k}-\delta_k-\rho\right) \tag{10. 20}$$

حيث $\partial y/\partial k=\alpha Ak^{\alpha-1}\left(uh\right)^{1-\alpha}h^{\varepsilon}$.

ينبغي تحديد هذا المعدل للنمو في المسار المتوازن أو المسار الذي ينمو فيه (k)، (c)، (y) و (h) بمعدلات ثابتة (ليس بالضرورة متساوية أو موجبة). وفق المعادلة (10 .20) يتطلب ثبات معدل نمو الاستهلاك $(\dot{c}/c)$ ثبات $(\partial y/\partial k)$. لتأكيد ثبات هذه النسبة، ليكن $(\tilde{k}\equiv k/uh)$ هو كثافة رأس المال:

$$\frac{\partial y}{\partial k}\equiv\alpha A\tilde{k}^{\alpha-1}h^{\varepsilon}\equiv\alpha A\left(\tilde{k}h^{\varepsilon/(\alpha-1)}\right)^{\alpha-1}\equiv\alpha A\hat{k}^{\alpha-1} \tag{10. 21}$$

حيث:

$$\hat{k}\equiv K/\left(h^{1+\varepsilon/(1-\alpha)}uL\right)\equiv k/\left(h^{1+\varepsilon/(1-\alpha)}u\right)\equiv\tilde{k}h^{\varepsilon/(\alpha-1)}$$

هو نصيب العامل الفعلي من رأس المال المادي. يُمكن رؤية ثبات النسبة $(\partial y/\partial k)$ إذا وفقط كان $(\hat{k})$ ثابتا، ونعلم في مسار النمو المتوازن يكون $(\hat{k})$ ثابتا.

ليكن (p) سعر ظل رأس المال البشري مقاسا بوحدات رأس المال المادي:

$$\begin{aligned}p&=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\partial y/\partial u}{Bh}=\frac{(1-\alpha)Ak^{\alpha}u^{-\alpha}h^{1-\alpha}h^{\varepsilon}}{Bh}\\&=(1-\alpha)\frac{A}{B}\tilde{k}^{\alpha}h^{\varepsilon}=(1-\alpha)\frac{A}{B}\left(\hat{k}h^{-\varepsilon/\alpha-1}\right)^{\alpha}h^{\varepsilon}\\&=(1-\alpha)\frac{A}{B}\hat{k}^{\alpha}h^{\varepsilon/\alpha-1}\end{aligned} \tag{10. 22}$$

في مسار النمو المتوازن (أين $(\hat{k})$ ثابت) لدينا:

$$\frac{\dot{p}}{p}=\frac{\varepsilon}{1-\alpha}\frac{\dot{h}}{h}=\frac{\varepsilon}{1-\alpha}\left[B\left(1-u\right)-\delta_h\right] \quad (10.23)$$

وفق تعريف (p) مع $\left(\dot{p}/p=\dot{\lambda}_2/\lambda_2-\dot{\lambda}_1/\lambda_1\right)$ وبعد إدراج المعادلات (10.18) و (10.19) واستخدام المعادلة (10.17) نجد:

$$\frac{\dot{p}}{p}=-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\frac{\partial y}{\partial h}-B\left(1-u\right)+\delta_h+\left(\rho-n\right)+\frac{\partial y}{\partial k}-\left(n+\delta_k\right)-\left(\rho-n\right)$$
$$=-\frac{\partial y/\partial h}{\partial y/\partial u}Bh-B\left(1-u\right)+\delta_h+\frac{\partial y}{\partial k}-\delta_k-n$$
$$=\frac{\partial y}{\partial k}-\delta_k-\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}Bu-B\left(1-u\right)+\delta_h-n$$
$$=\frac{\partial y}{\partial k}-\delta_k-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}Bu-B+\delta_h-n$$

بمقارنتها مع المعادلة (10.23) نجد في مسار النمو المتوازن أن:

$$\frac{\partial y}{\partial k}-\delta_k-\frac{\varepsilon}{1-\alpha}Bu-B+\delta_h-n=\frac{\varepsilon}{1-\alpha}\left[B\left(1-u\right)-\delta_h\right]$$

ما يعني أن:

$$\frac{\partial y}{\partial k}-\delta_k=\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}\left(B-\delta_h\right)+n \quad (10.24)$$

بإدراجها في المعادلة (10.20) نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك في مسار النمو المتوازن:

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\theta}\left(\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}\left(B-\delta_h\right)-\left(\rho-n\right)\right)\equiv\gamma^* \quad (10.25)$$

في مسار النمو المتوازن بالتعريف ينمو (k) و (y) بمعدل ثابت و ينبغي أن يكون نفسه لأن $(\partial y / \partial k = \alpha y / k)$ ثابت في مسار النمو المتوازن و عليه $(\dot{k} / k = \dot{y} / y)$. من المعادلة (10.14):

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{y}{k} - \frac{c}{k} - (n + \delta_k)$$

يجب أن تكون النسبة (c / k) أيضا ثابتة، ما يعني أن:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} \equiv \gamma^* \tag{10. 26}$$

لاحظ بوجود تأثيرات خارجية $(\varepsilon \succ 0)$ يكون معدل نمو (h) أقل من (γ^*).

لإظهار ذلك، من المعادلة (10.12) أين $(\bar{h} = h)$ لدينا:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + (1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} + (1-\alpha+\varepsilon)\frac{\dot{h}}{h} \tag{10. 27}$$

في مسار النمو المتوازن بالتعريف، يكون $(\dot{h} / h)$ و (u) ثابتان أي $(\dot{u} / u = 0)$.

وفق المعادلتان (10.26) و (10.27) نجد:

$$\frac{\dot{h}}{h} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\varepsilon}\gamma^* \tag{10. 28}$$

مع $(1-\alpha / 1-\alpha+\varepsilon \prec 1)$ لكل $(\varepsilon \succ 0)$. نستبدل (γ^*) من المعادلة (10.25):

$$\gamma_h^* = \left(\frac{\dot{h}}{h}\right)^* = \frac{1}{\theta}\left((B-\delta_h) - \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\varepsilon}(\rho - n)\right) \tag{10. 29}$$

3.1.1. الديناميكية الانتقالية

يُمكن تحليل الديناميكية الانتقالية باشتقاق المعادلات التفاضلية للمتغيرات $(x \equiv c/k)$ و $(z \equiv y/k)$ و (u). في ظل المسار المتوازن، تكون هذه المتغيرات في الحالة المستقرة وتُعبر عن مسارات السرج، وباستيفاء بعض الشروط سيقع النظام على المدى الطويل في مسار النمو المتوازن مع معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك يُساوي (γ^*) وفق المعادلة (10 .25).

تُشير نتيجة المعادلة (10 .25) أن التخصيص الأمثلي يعني ضمنيا أن معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك (γ^*) هي دالة متزايدة في عاملين أساسيين: (1) $(B-\delta_h)$ صافي إنتاجية القطاع التعليمي (الذي يُمثل محرك النمو في هذا النموذج) و (2) (ε) مُساهمة متوسط رأس المال البشري المجتمعي في الإنتاجية، لذا يُظهر النموذج نموا داخليا بالكامل ($(n \succ 0)$ ليس ضروريا لكي يتحقق $(\gamma^* \succ 0)$). لاحظ أن (γ^*) هي دالة متناقصة في معدل التفضيل الزمني (ρ) لكنها في نفس الوقت متزايدة في معدل النمو السكاني (n) والتي تُمثل ميزة جديدة في هذا النموذج دون مدخلات غير متنافس عليها. في الواقع، لا تظهر هذه الميزة إلا إذا تم التعامل مع رأس المال البشري بطريقة مغايرة عن رأس المال المادي: وفق المعادلة (10 .1) من أجل الحفاظ على مستوى معين من متوسط رأس المال البشري في المجتمع، يُصبح نصيب الفرد من الاستثمار الزمني المطلوب في التعليم $(1-u)$ مستقلا عن معدل النمو السكاني (n):

صحيح أن وجود قيمة (n) مرتفعة تُخفض معدل خصم المنفعة $(\rho-n)$ و بدورها ترفع الادخار و الاستثمار في كلا السلعتين الرأسماليتين إلا أن نصيب الفرد من الاستثمار الزمني في التعليم المطلوب للحفاظ على معدل نمو (h) لا يرتفع مع (n).

تظهر ميزة أخرى في هذا النموذج تتمثل في عدم تأثير معلمات تكنولوجيا الإنتاج (A) و (δ_k) في معدل نمو نصيب الفرد (γ^*)، وفي حالة غياب تأثيرات إنتاجية متوسط رأس المال البشري $(\varepsilon=0)$ لا تُؤثر أيضا على (γ^*) و هذا راجع لطبيعة الافتراض القائل أن الأنشطة التعليمية لا تستخدم المدخلات التي يُنتجها قطاع الإنتاج.

3.1.2. قيود على النموذج

لبلوغ مسار النمو المتوازن، يجب أن تكون قيمة (u) في الحالة المستقرة محصورة في المجال $(1 \succ u^* \succ 0)$، والذي يتطلب تحقق الشرط التالي:

$$-\delta_h \prec \gamma_h^* = B\left(1-u^*\right)-\delta_h \prec B-\delta_h$$

وفق المعادلة (10 .29):

$$-\theta \frac{\delta_h}{B-\delta_h} \prec 1-\frac{1-\alpha}{1-\alpha+\varepsilon}\frac{\rho-n}{B-\delta_h} \prec \theta \qquad (10.\ 30)$$

ما يعني أن قيمة (u^*) في مسار النمو المتوازن تُساوي:

$$u^* = 1-\frac{1-\alpha}{1-\alpha+\varepsilon}\frac{\rho-n}{B-\delta_h}$$

يُمكن التعبير عن الجانب الأيمن من المتراجحة (30. 10) وفق $\left((1-\theta)\gamma_c^* \prec \rho - n\right)$ كشرط ضروري لضمان محدودية دالة المنفعة وتحقق شرطي العرضية. إذا كان $(\delta_h \succ 0)$ يُصبح الجانب الأيسر من المتراجحة شرطا ضروريا لكنه ليس كافيا لتحقق $(\gamma^* \succ 0)$. يتطلب الحصول على معدل نمو إيجابي أن يُحقق الجانب الأيسر الشرط التالي:

$$0 \prec 1 - \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\varepsilon}\frac{\rho-n}{B-\delta_h}$$

والذي يُساوي:

$$\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}\left(B-\delta_h\right) \succ \rho - n \qquad (10.\ 31)$$

ويُعادل $(\gamma^* \succ 0)$ وفق المعادلة (25. 10).

3.1.3. لماذا النمو المستديم مُمكن؟

يتأتى مصدر النمو المستديم في نموذج Uzawa-Lucas من عملية تراكم رأس المال البشري. لاحظ من المعادلة (25. 10) أن تغير المعلمات يُمارس تأثيرات دائمة على النمو وليست تأثيرات مؤقتة كالتي رأيناه سابقا في نموذج RCK: على سبيل المثال نفترض أن الاقتصاد يقع في الحالة المستقرة في الزمن $(t=0)$، فجأة ترتفع قيمة الصبر أو تنخفض قيمة (ρ) سيُؤدي لهبوط فوري في قيمة الاستهلاك الحالي وزيادة تراكم رأس المال البشري. في نموذج RCK، يُصبح هذا التأثير مؤقتا لأنه يُحفز نمو (c) و (y) لكن زيادة كثافة رأس المال يُخفض $(\partial y / \partial k)$ تدريجيا لغاية بلوغ مستوى الحالة

المستقرة الجديدة $(\partial y / \partial k = \delta_k + \rho)$ التي تنتهي فيها التأثيرات المؤقتة على النمو وفق المعادلة (20. 10). لكن في نموذج Uzawa-Lucas لا يُحفز انخفاض قيمة (ρ) فقط استثمار رأس المال المادي بل استثمار رأس المال البشري أيضا، لذلك وجود معدل نمو (h) مرتفع سيمنع ارتفاع كثافة رأس المال الفعلي (k / uh) ويُعيق انخفاض الناتج الحدي لرأس المال، أي يعمل الاستثمار الداخلي في رأس المال البشري كعامل إنتاج على منع ميل تناقص عوائد الحجم في رأس المال المادي ما يعني ارتفاع $(\dot{c} / c)$ و $(\dot{k} / k)$ بشكل دائم.

3.2. التوازن التنافسي

عند النظر في اقتصاد السوق، من الملائم لتأطير مشكلة اقتصاد السوق (بما أننا قمنا بحل مشكلة المخطط الاجتماعي) أن تأخذ شكلا مماثلا للحل المركزي، أو (كما فعل Lucas) ننظر لاقتصاد مُكون من مجموعة الشركات العائلية تُحقق اكتفاء ذاتيا كالمزارع العائلية.

تُشبه مشكلة المزرعة العائلية (أو الشركة العائلية على العموم) مشكلة المخطط الاجتماعي باستثناء أن المزرعة العائلية (التي تكون صغيرة جدا بالنسبة للاقتصاد

ويُهمل مساهمتها) تُدرك مسار $\left(\bar{h}\right)$ في دالة الإنتاج $y = Ak^{\alpha}\left(uh\right)^{1-\alpha}\bar{h}^{\varepsilon}$ بشكل مستقل عن قراراتها التعليمية (لكن في التوازن يُصبح $\bar{h} = h$).[9]

نتبع نفس الخطوات السابقة لحل **Hamilton** وشروط التعظيم، لكن لدينا الآن ناتج حدي خاص لرأس المال البشري يُساوي:

$$\frac{\partial y}{\partial h} = \left(1-\alpha\right)\frac{y}{h}$$

في حين وفق مشكلة المخطط الاجتماعي كان لدينا ناتج حدي اجتماعي لرأس المال البشري يُساوي $\partial y / \partial h = \left(1-\alpha+\varepsilon\right) y / h$. تبقى المعادلة (10 .23) صحيحة لكن المعادلات (10 .17)، (10 .18) و (10 .19) تُؤدي لـ:

$$\frac{\dot{p}}{p} = \frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k - \frac{1-\alpha}{1-\alpha}Bu - B\left(1-u\right) + \delta_h - n$$

$$= \frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k - B + \delta_h - n$$

معا مع المعادلة (10 .23) نحصل على:

$$\frac{\partial y}{\partial k} - \delta_k - B + \delta_h - n = \frac{\varepsilon}{1-\alpha}\frac{\dot{h}}{h} \qquad (10.\ 32)$$

بإدراج المعادلة (10 .20) نحصل على معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\varepsilon}{1-\alpha}\frac{\dot{h}}{h} + B - \delta_h - \left(\rho - n\right)\right) \qquad (10.\ 33)$$

[9] - تُواجه الشركة تأثيرات خارجية في الإنتاج حيث يدخل متوسط رأس المال البشري $\left(\bar{h}\right)$ في دالة إنتاجها بشكل موجب، لكنها تتعامل معه أنه معطى بشكل خارجي.

في ظل النمو المتوازن $\dot{c}/c = \dot{k}/k = \dot{y}/y$، ومن المعادلة (27 .10):

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}\frac{\dot{h}}{h} \tag{10. 34}$$

باستبدالها في المعادلة (33 .10) نجد معدل نمو نصيب الفرد من رأس المال البشري في مسار النمو المتوازن:

$$\gamma_h = \frac{\dot{h}}{h} = \frac{1-\alpha}{\theta(1-\alpha+\varepsilon)}\left[B-\delta_h-(\rho-n)\right] \tag{10. 35}$$

من المعادلة (33 .10) نحصل على:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1-\alpha+\varepsilon}{\theta(1-\alpha)-\varepsilon}\left(B-\delta_h-(\rho-n)\right) \equiv \gamma \tag{10. 36}$$

لضمان وقوع (u) في مجال $(1 \prec u \prec 0)$ ينبغي استيفاء الشرط التالي:

$$-\delta_h \prec B(1-u)-\delta_h \prec B-\delta_h$$

بدمج المعادلة (35 .10) نحصل على قيد المعلمات:

$$\frac{\varepsilon B-(1-\alpha+\varepsilon)\theta\delta_h}{(1-\alpha+\varepsilon)(B-\delta_h)} \prec 1-\frac{(1-\alpha)(\rho-n)}{(1-\alpha+\varepsilon)(B-\delta_h)} \prec \theta \tag{10. 37}$$

يُشبه الجانب الأيمن من المتراجحة نظيرتها في (30 .10). لضمان ثبات نقطة السرج في المسار المتوازن نضيف قيدا آخر:

$$\theta(1-\alpha+\varepsilon)-\varepsilon \succ 0 \tag{10. 38}$$

أخيرا، نركز على الحالة التي يكون فيها نصيب الفرد من النمو مُوجبا في الحالة المستقرة أو حالة:

$$B-\delta_h \prec \rho-n \tag{10. 39}$$

3.3. المقارنة مع المخطط الاجتماعي

أولا نقارن (γ_h)بـ (γ_h^*)–من المعادلتين (10.35) و (10.29) نحصل على:

$$\gamma_h^*-\gamma_h=\frac{\varepsilon(B-\delta_h)}{\theta\left[\theta(1-\alpha+\varepsilon)-\varepsilon\right]}\left[\theta-\left(1-\frac{(1-\alpha)(\rho-n)}{(1-\alpha+\varepsilon)(B-\delta_h)}\right)\right]$$

وفق المتراجحة (10 .38) والجانب الأيمن من (10 .37) $(\gamma_h^*-\gamma_h \succ 0)$ عندما يكون $(\varepsilon \succ 0)$، ما يعني بوجود تأثيرات خارجية موجبة لرأس المال البشري (التي تكون خارج سيطرة الشركة ولا يتم تدخيلها) لن يكون التخصيص أمثليا اجتماعيا في ظل اقتصاد السوق وبذلك ليس أمثليا من نوع Pareto. في اقتصاد السوق، من المتوقع أن يشهد الاقتصاد نقصا في استثمار رأس المال البشري ومعدلات نمو منخفضة على المدى الطويل لأن الناتج الحدي الخاص أصغر من الناتج الحدي الاجتماعي لرأس المال البشري (الأعوان الخواص لا يأخذون التأثيرات الخارجية بعين الاعتبار). من جانب آخر، في ظل غياب التأثيرات الخارجية $(\varepsilon=0)$ تُصبح نتائج اقتصاد السوق متوافقة مع نتائج المخطط الاجتماعي.

يُمكن رؤية إمكانية رفع معدل نمو نصيب الفرد مع ارتفاع التأثيرات الخارجية، لاحظ من المعادلة (10.36):

$$\frac{\partial\gamma}{\partial\varepsilon}=\frac{\theta(1-\alpha+\varepsilon)-\varepsilon-(1-\alpha+\varepsilon)(\theta-1)}{\left[\theta(1-\alpha+\varepsilon)-\varepsilon\right]^2}\left[B-\delta_h-(\rho-n)\right]$$
$$=\frac{1-\alpha}{\left[\theta(1-\alpha+\varepsilon)-\varepsilon\right]^2}\left[B-\delta_h-(\rho-n)\right]$$

تُؤدي التأثيرات الخارجية لرأس المال البشري لرفع النمو رغم أن اقتصاد السوق لا يعمل على استغلال امكانات النمو على نحو أمثل إلا بتبني سياسة تصحيحية لدعم التعليم. لتعمل هذه السياسة بكفاءة، لا ينبغي تمويل هذه الاعانات عبر ضريبة الدخل (لأن هذه الضريبة تُطبق فقط على رأس المال سواءا كان بشريا أو ماديا)، بل من الأفضل فرض ضريبة ثابتة على الاستهلاك لأن النموذج مُشتق من دالة منفعة الراحة.

بمعايرة النموذج على أساس بيانات Denison حول الاقتصاد الأمريكي 1909–1959، توصل Lucas لتقدير قيمة التأثيرات الخارجية $(\varepsilon \simeq 0.417)$. ومن الآثار المترتبة على ذلك، إذا كان $(\theta = 1)$ يجب أن يُكرس الاقتصاد الأمريكي ما يقرب ثلاث أضعاف الجهود المبذولة في مجال التعليم $(1-u = 0.18)$، كما أنتج هذا النموذج معدل نمو نصيب الفرد أكثر من نقطتين مئويتين أعلى من المعدل الفعلي الذي كان 0.014 في المتوسط. مع ذلك، وفق Benhabib and Spiegel (1994) لتحليل انحدار المقطع العرضي لـ 15 بلدا خلال الفترة 1965–1985، قدرت الدراسة تأثيرات نمو أقل بكثير لزيادة الاستثمار في رأس المال البشري.

4. التقارب في نموذج Uzawa-Lucas

يتوقع نموذج Uzawa-Lucas أن البلدان لا تُظهر أي ميل للتقارب في مستويات الدخل على المدى الطويل حتى بوجود نفس معلمات التفضيل و التكنولوجيا $(\rho,\theta,A,\alpha,\delta_k,\varepsilon)$. في بلد ما لدينا:

$$y = Ak^{\alpha}\left(uh\right)^{1-\alpha}\bar{h}^{\varepsilon} = Ak^{\alpha}\left(uh\bar{h}^{\varepsilon/1-\alpha}\right)^{1-\alpha}$$

$$= A\left[\frac{k}{\left(uh\bar{h}^{\varepsilon/1-\alpha}\right)}\right]^{\alpha} uh\bar{h}^{\varepsilon/1-\alpha} \equiv A\hat{k}uh^{\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}} \tag{10. 40}$$

حيث $\hat{k} = \tilde{k}/\bar{h}^{\varepsilon/1-\alpha}$ و $h = \bar{h}$. في ظل النمو المتوازن (الحالة المستقرة) يُصبح $(\partial y/\partial k)$ ثابتا ووفق المعادلة (21. 10) يُصبح $(\hat{k})$ ثابتا أيضا، ويكون (γ_h) و (u) ثابتان أيضا وفق المعادلة (1. 10)، وعليه يُمكن وصف حركية (y) كالآتي:

$$y_t = A\tilde{k}^{\alpha}u\left(h_0\ell^{\gamma_h t}\right)^{\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}} = A\hat{k}uh_0^{\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}}\ell^{\gamma t} \tag{10. 41}$$

حيث (γ) معطاة وفق المعادلة (36. 10). إذا تشابه بلدان في معلمات التفضيل والتكنولوجيا سيحققان نفس معدل نمو نصيب الفرد على المدى الطويل. الآن مع افتراض اختلاف المستويات الأولية لنصيب الفرد من رأس المال البشري (h_0) بين بلدين، ستختلف المستويات الأولية لنصيب الفرد من رأس المال المادي أيضا في الحالة المستقرة $\left(k_0 = \hat{k}uh_0^{\frac{1-\alpha+\varepsilon}{1-\alpha}}\right)$ حتى إن تشابهت في $(\hat{k})$ و (u) ولديها نفس معلمات التفضيل و التكنولوجيا، و عليه تسير البلدان ذات المستويات المرتفعة من (h_0) (و

(k_0)مرتفع) على مسار (y)مرتفع (و مسار (c)مرتفع أيضا) مقارنة بالبلدان ذات مستويات منخفضة من (h_0)(و من (k_0)) ما يعني عدم وجود ميل للتقارب. بسبب وجود اختلافات جوهرية أولية في مخزون رأس المال البشري بين البلدين، لن يحدث تقارب بين البلدين ويستمر اختلاف مستويات الاستهلاك والدخل بين البلدان الغنية والفقيرة إلى الأبد.

رغم الكثافة العالية لرأس المال المادي في البلد "الرائد" إلا أن الناتج الحدي (المتوسط) لرأس المال لا ينخفض لأن العامل التكميلي (h)المرتفع يمنع ميل تناقص عوائد الحجم لرأس المال المادي، وبإمكانه مواصلة توليد النمو إلى الأبد على اعتبار أن القطاع التعليمي (محرك النمو) يشهد ثبات العوائد مع المدخلات المُنتجة الخاصة به.

كيف يمكننا توفيق بين توقعات نموذج Lucas بشأن التقارب مع الحقائق الملاحظة في العالم؟ يتفق النموذج مع حقيقة وجود اختلافات مستمرة في نصيب الفرد من الدخل بين البلدان الفقيرة واختلافات مستمرة في نصيب الفرد من الدخل بين البلدان الغنية والفقيرة في العالم، لكنه في المقابل يتعارض مع واقع تقارب نصيب الفرد من الدخل بين البلدان الغنية في العالم: ربما يُمكننا تفسير هذه النتيجة من منطلق أن مناطق في العالم أين أصبح تنقل قوى العاملة ورأس المال أمرا سهلا، تُوجد هناك تأثيرات خارجية هامة لرأس المال البشري كما أشار إليه Lucas (1988). وتنشأ تأثيرات خارجية لرأس المال البشري عند الاتصال بمستويات مرتفعة لرأس المال

البشري ما يجعل مستوى رأس المال البشري في بلدان أخرى عاليا وأكثر إنتاجية، ويُمكن لتأثيرات خارجية لرأس المال البشري أن تُفسر وجود مدن ومهامات متخصصة معينة فيها: على سبيل المثال، لا يتحمل الأفراد المتخصصون في الأنشطة المالية الازدحام الشديد وتلوث مدينة New York مثلا إلا لأن هناك تأثيرات خارجية إيجابية لتشارك العمل في هذه المدينة. في المناطق المتطورة من العالم حيث هناك فرص أكبر من خلال اتصالات الأعمال والتعليم في بلدان أخرى، يتم الاستفادة من التأثيرات الخارجية لرأس المال البشري ولا يُمكن للاختلافات الكبيرة في مستويات رأس المال البشري لمختلف المناطق أن تستمر، ويحدث عندئذ تقارب في نصيب الفرد من الدخل. في المقابل، سيُؤدي نقص تفاعل البلدان الأقل نموا مع البلدان الأكثر تقدما بالأشخاص ذوي مستويات مرتفعة من رأس المال البشري للانتقال من بلدانهم الفقيرة نحو الغنية (أو هجرة الأدمغة، وبذلك تستمر اختلاف مستويات رأس المال البشري بين الاقتصاديات الأكثر فقرا والأكثر غنا).

5. السياسة الاقتصادية وفق نموذج Uzawa-Lucas

يُوفر نموذج النمو الداخلي لـ Uzawa-Lucas بعض التصورات حول الكيفية التي يُؤدي فيها المزيد من التعليم إلى رفع معدلات النمو الاقتصادي: أولا إذا قام شخص ما في المجتمع بتكريس المزيد من وقته لتراكم رأس المال البشري والذي يُمكن تفسيره بدلالة التعليم فإن الناتج سينمو بمعدل أعلى. ثانيا، هل هناك عوامل أخرى غير التعليم والنمو الاقتصادي يُمكن أن تُسبب تحرك التحصيل العلمي والنمو الاقتصادي معا؟ كما يشير Bils and Klenow (2000)، يُصبح التحصيل العلمي مرتفعا في بلدان ذات أنظمة قانونية سليمة تُعزز بشكل ملائم حقوق الملكية بسبب علم الأفراد بالمردود المستقبلي الكبير المحتمل للاستثمار في التعليم، وفي مثل هذه المجتمعات يكون معدل نمو نصيب الفرد مرتفعا (في جزء منه) بسبب تفعيل حقوق الملكية الذي يُؤدي للمزيد من الابتكار وأنشطة البحث والتطوير، ونُلاحظ وجود علاقة إيجابية بين التعليم والنمو عبر البلدان لكن ليس نتيجة السببية المباشرة بينهما. أخيرا نُشير للحالة التي يكون التحصيل العلمي فيها عاليا بسبب توقع الأفراد نموا اقتصاديا عاليا في المستقبل: وجود معدل نمو اقتصادي مرتفع في المستقبل ينطوي على ارتفاع معدل العائد من التعليم، لأن وجود معدل نمو مرتفع في المستقبل يزيد فجوة الأجر الحقيقي بين العمال الماهرين وغير الماهرين.

يُشير نموذج Uzawa-Lucas للنمو الداخلي لإمكانية تأثير السياسات الحكومية على معدلات نمو نصيب الفرد في المدى الطويل بسبب اعتماد معدل النمو المشترك لرأس المال البشري، الاستهلاك والناتج خلال مسار النمو المتوازن على معلمات النموذج (B) و (u)، لذلك من المفيد التفكير في كيفية تأثير السياسة الحكومية على تلك المعلمات: لأن (B) يُمثل كفاءة إنتاج تراكم رأس المال البشري، من الممكن التأثير عليها من قبل السياسة الحكومية عبر إنشاء نظام تعليمي أكثر كفاءة- على سبيل المثال، تطبيق عدد من الحوافز لرفع أداء النظام المدرسي أو مزج التعليم العمومي بالخاص. لكن لا يُمكننا في هذا المقام تحديد ما الذي ينبغي بالضبط على الحكومات إتباعه لرفع قيمة (B) إلا بنمذجة النظام التعليمي، مع ذلك من الواضح إمكانية تأثير الحكومة على كفاءة التعليم (يبدو أن السياسيين مؤمنين بذلك أيضا).

يُمكن للسياسات الحكومية أيضا أن تُغير معدل النمو الاقتصادي عن طريق تغيير قيمة (u)، على سبيل المثال عن طريق تقديم عدد من الحوافز على شكل ضرائب أو مساعدات لقطاع التعليم: إذا قامت الحكومة بدعم قطاع التعليم ستؤدي تلك السياسة لتراكم رأس مال بشري أكثر ما سيؤدي لخفض قيمة (u) (الوقت المخصص للعمل على إنتاج السلع والخدمات) والناتج الحالي، لكنه في المقابل سيرفع معدل نمو ومستوى الاستهلاك والناتج في المستقبل.

في هذا النموذج للنمو الداخلي، تلعب التأثيرات الخارجية لرأس المال البشري دورا محوريا: زيادة رأس المال البشري لا تُؤثر مباشرة على الإنتاجية فحسب بل تُؤثر إيجابيا أيضا على قدرة البلد على استيعاب التكنولوجيا الأكثر تقدما والتي تتشكل في جزء كبير منها من العملية التعليمية. لزيادة كمية ونوعية التعليم ولكي تمارس تأثيرها الإيجابي على النمو الاقتصادي تعتمد أيضا وبشكل حاسم على وجود عدد من المتطلبات الأساسية كوجود مؤسسات اجتماعية وسياسية واقتصادية شاملة تُشجع على تخصيص مهارات الأمة نحو الأنشطة المنتجة دون الأنشطة الباحثة عن الريع (غير المنتجة) ونحو ريادة الأعمال. على هذا الأساس، يفترض Easterlin (14: 1989) أن **"الانتشار المحدود للنمو الاقتصادي قبل الحرب العالمية الثانية كان سببه وجود خلافات سياسية وإيديولوجية عميقة في العالم أثرت على توقيت إنشاء وتوسيع نطاق التعليم الجماعي"**. وبالنظر لأهمية التعليم وتراكم المهارات في التأثير على إنتاجية العمل يرى Godin (2001) أن القرن العشرين هو "قرن رأس المال البشري بامتياز": اكتسبت الولايات المتحدة ميزة النمو الكبير مقارنة بالبلدان الصناعية الأخرى بفضل استثماراتها الضخمة في التعليم خصوصا خلال النصف الأول من القرن العشرين.

إذن التأثيرات الخارجية الإيجابية من رأس المال البشري هي إحدى التفسيرات القوية المبررة لمشاركة الحكومة في كثير من الأحيان في إنتاج رأس المال البشري (شكل التعليم العمومي أو الإلزامي): إذا تُرك الأفراد بمفردهم، لن يأخذوا في الحسبان تلك

الفائدة الاجتماعية الكامنة وراء التعليم عندما يُقررون مقدار التعليم المطلوب تحصيله لأنفسهم أو لأطفالهم وبذلك يكون الحجم المُختار أقل مما هو عليه مقارنة بالحجم الاجتماعي الأمثلي (كما رأينا سابقا).

تشترك الحكومات في تحقيق التزام موحد يتمثل في التعميم الشامل للتعليم لكافة فئات المجتمع دون استثناء؛ أي توفير التعليم الابتدائي للجميع، التعليم الثانوي، المعاهد والجامعات المتقدمة لاحقا. على سبيل المثال، قامت الصين باستثمارات عملاقة في مجال التعليم لجميع فئات المجتمع بدءا من قطاع التعليم الابتدائي. مع بداية سنوات 1980، بلغت نسبة الالتحاق بالمدارس الابتدائية نسبة 113% ومع توسع المدارس الثانوية الذي كان مثيرا للإعجاب ارتفعت نسبة الالتحاق من 46% سنة 1980 إلى 76% سنة 2005، أما أكبر نسبة للزيادة فكانت في مستوى التعليم العالي (المعاهد والجامعات) حيث تضاعفت نسبة الالتحاق 3 مرات ما بين 1980 و1997 وتضاعف أيضا 3 مرات ما بين 1997 و2004 لتبلغ 19% في السنوات الأخيرة. يُمكن إرجاع هذا التزايد السريع لمستويات التعليم في الأساس للجهود الكبيرة من قبل السياسيين (الحكومة) ورجال الأعمال (القطاع الخاص) الرامية لتوسيع العرض اللازم من التقنيين ذوي التدريب العالي ولتوسيع الطلب على

المنتجات الاستهلاكية ذات التكنولوجيا العالية التي تُستخدم من قبل المستهلكين ذوي التعليم الجيد.[10]

تاريخيا، يرى Allen (2009) أن الثورة الصناعية في القرن الثامن عشر في بريطانيا دفعت اقتصادها لآفاق جديدة لم تشهدها مناطق أخرى في العالم، ويرى Allen أن الثورة الصناعية حدثت في بريطانيا وليس في أي مكان آخر في أوروبا أو آسيا لسببين رئيسيين: أولا، كان اقتصاد بريطانيا في القرن الثامن عشر يتميز بارتفاع الأجور نسبيا مقارنة ببقية العالم. ثانيا، كانت بريطانيا أيضا تتمتع بوفرة طاقة الفحم الرخيصة كما أن تكلفة رأس المال كانت منخفضة نسبيا. كل هذا خلق ظروفا مواتية لظهور إنجازات تكنولوجية ذات كثافة رأسمالية وطاقوية، ونتيجة لذلك كانت التكنولوجيات كثيفة رأس المال أو الطاقة كالمحرك البخاري، طاحونة القطن وإنتاج المعادن التي تعمل بالفحم كلها أنشطة مربحة. من المفيد الإشارة أن ارتفاع الأجور في اقتصاد بريطانيا قبل الثورة الصناعية يعني ضمنيا أن التعليم والتدريب المهني كانا في متناول الجماهير والتي بدورها أمنت الإمدادات المنتظمة لليد العاملة ذات المهارة العالية المطلوبة لتشغيل هذه التكنولوجيات. ويستنتج Allen (2009) أنه كان

[10] - ساهمت المصادر غير الحكومية الخاصة في الصين بشكل فعال في تكوين رأس المال البشري وخلق المعرفة. في عام 2003، ساهم القطاع الخاص بحوالي 34% من إجمالي الإنفاق على التعليم و76% من إجمالي الإنفاق على أنشطة البحث والتطوير (Sengupta 2011).

بالإمكان نشر ثمار الثورة الصناعية حول العالم في وقت لاحق بكثير فقط بعدما استطاع المهندسون البريطانيون إحداث تقدم كبير لجعل هذه التقنيات في متناول غالبية أفراد المجتمع.

من جانب آخر، يرى Galor and Moav (2006) أن تنازل النخبة لم يكن سببا لزوال المجتمع الطبقي، بل سببه الاستثمارات الضخمة في رأس المال البشري من قبل الرأسماليين الصناعيين حفاظا على معدلات أرباحهم ما تسبب في التفكيك التدريجي للمجتمع الطبقي. يقدم الباحثان نسخة خاصة من هذه القصة: بعد الثورة الصناعية أواخر القرن الثامن عشر وبداية القرن التاسع عشر في أوروبا، كان الإنتاج يعتمد بشكل كبير على رأس المال والعمل حيث كانت ملكية عنصر رأس المال في أيدي الرأسماليين بينما كانت ملكية عنصر العمل في أيدي العمال، هذا أدى لخلق مجتمع طبقي يتميز بالتقسيم الاجتماعي تماشيا مع ملكية عوامل الإنتاج، و مع ذلك في النصف الثاني من القرن التاسع عشر شهدت طبيعة الإنتاج الرأسمالي تغيرا جذريا؛ حيث بدأ الرأسماليون بتحقيق زيادات مهمة في الإنتاج بفضل التكنولوجيا و رأس المال البشري. لاحظ الرأسماليون أن إنتاجية العمال الماهرين تضاعفت ثلاث أو أربع مرات أكثر من متوسط إنتاجية العمال غير الماهرين، وبذلك أصبح الاستثمار في رأس المال البشري والتكنولوجيا عاملا حاسما للحفاظ على معدلات ربح الرأسماليين الصناعيين، كما أدت تلك الاستثمارات في التعليم الشامل من قبل الرأسماليين لتحقيق

منافع كبيرة على المدى الطويل عبر توليد تأثيرات خارجية إيجابية لأنشطة R&D وتسريع النمو الاقتصادي.

يُقدم Galor and Moav (2006) أدلة تجريبية لصالح نظريتهم باستخدام أنماط تصويت المُشرعين على قانون Balfour لإصلاح التعليم في إنجلترا عام 1902 حيث كان مفترضا من مشروع القانون أن يخلق نظام المدارس الثانوية المدعومة علنا من قبل الدولة والرأسماليين. أظهرت الدراسة أن دعم المُشرعين لهذا القانون ارتبط إيجابيا بمستوى كثافة المهارة الصناعية لأقاليم إنجلترا، وأيد المُشرعون الذين يُمثلون تلك الأقاليم ذات الكثافة العالية من المهارات الصناعية بالأغلبية الساحقة مشروع القانون. وعلى افتراض تلقي المُشرعين الدعم المالي من قبل صناعيي الأقاليم الذين ينتمون إليها، يرى Galor and Moav (2006) أن هذه النتيجة تعكس جهد الرأسماليين لامتلاك صناعات ذات مهارة مكثفة الاستثمار في رأس المال البشري.

6. حدود نموذج Uzawa-Lucas

يسمح لنا نموذج Uzawa-Lucas بتوليد نمو داخلي بالكامل عن طريق تراكم رأس المال البشري كمحرك النمو الاقتصادي، لكن في المقابل تم توجيه عدد من الانتقادات حول طريقة وصف النموذج لكيفية تكوين رأس المال البشري. تتمثل إحدى تلك الانتقادات في الشكل الخطي لنوعية تكوين رأس المال البشري (كفاءة إنتاج رأس المال البشري) زمنيا. في هذا الإطار، نضع فرضية أكثر قوة حول تكوين رأس المال البشري:

$$\dot{h} = B(1-u)^{\omega} h^{\xi} - \delta_h h \qquad (10.\ 42)$$

حيث (ω) و (ξ) يُمثلان مرونات الزمن التعليمي و المستوى المحقق لرأس المال البشري على الترتيب، مع $0 \prec \omega \leq 1, 0 \leq \xi \leq 1$. لتحقيق النمو الداخلي بالكامل فإن المعلمة الأهم هي (ξ): وجود (ξ) مُوجب هو افتراض منطقي لأنه زيادة وحدات (h) سيرتفع مخزونه عبر الزمن.[11]

تتمثل المشكلة الأساسية في تضارب الأدلة التجريبية لصالح $(\xi = 1)$، كما أن خصائص النموذج على المدى الطويل تُصبح جد مختلفة بمجرد أن تُصبح (ξ) أصغر

---

[11] - يُمكن أن تُصبح هذه الفرضية موضع شك إذا تم الأخذ بمواصفات Lucas الحرفية حول "التعليم الذاتي"، لكن و لأن $(\dot{h})$ و $(\delta_h h)$ في المعادلة (42 .10) تُشيران لرأس المال البشري للتلميذ، يُمكن تفسير (h^{ξ}) (في إطار المخطط الاجتماعي) أنه دور رأس المال البشري للمعلم أو الأستاذ، وعليه تُصبح الفرضية القائلة بأن $(0 \prec \xi)$ منطقية ومعقولة.

بقليل من الواحد ما يعني زيادة صعوبة ارتفاع (h). وفق المعادلة (42. 10) لدينا $\left(\dot{h}/h = B(1-u)^{\omega} h^{\xi-1} - \delta_h \leq Bh^{\xi-1} - \delta_h\right)$ إذا كان $(\xi \prec 1)$، ويتوقف نمو (h) عاجلا أم آجلا لأن هناك حد أعلى $(\delta_h / B)^{1/1-\xi}$ لنمو رأس المال البشري على المدى الطويل، عندئذ لا يُعد التراكم الداخلي لرأس المال البشري محرك النمو المستديم لنصيب الفرد.

يَبنى نموذج Uzawa-Lucas افتراضاته على حالة $(\xi = 1)$ تُمثل حالة "حافة السكين"، لكن لماذا ينبغي أن تأخذ هذه المعلمة قيمة محددة؟ كما ذكرنا للتو في حالة $(\xi \prec 1)$ سيتوقف النمو على المدى الطويل، أما إذا كان $(\xi \succ 1)$ سيُصبح النمو منفجرا (يجب أن يُؤخذ مصطلح "منفجر" هنا حرفيا) ما يعني بلوغ ناتج واستهلاك مستوى لانهائي في الأُفق الزمني النهائي. في مثال عددي، وجد Solow (50: 1994) أن بلوغ $(\xi = 1,05)$ سيُحدث انفجارا كبيرا في النمو خلال 200 عام.

يبدو أن نموذج Uzawa-Lucas ليس قويا بما فيه الكفاية وربما تُمثل فكرة "حافة السكين" نقطة ضعف العديد من النماذج التي تُولد نموا داخليا كاملا (كما رأينا في نموذج Romer)، لذا من الأفضل اعتبار هذه النماذج مجرد نماذج تقريبية فقط تتميز بكونها بسيطة ويُمكنها استنباط التوقعات التي تكون مقبولة بما فيه الكفاية على المدى الطويل لتجلب الاهتمام.

أخيرا، يُبرز نموذج Uzawa-Lucas أهمية تباطؤ عوائد الحجم المتناقصة عند إدراج مفهوم "رأس المال الموسع" رغم أنها تتم بطريقة تقريبية فقط.

الباب الثاني

نماذج النمو الداخلي من الجيل الثاني

درسنا في الفصول 8، 9 و10 نماذج النمو الداخلي الجيل الأول أظهرت إمكانية توليد نمو نصيب الفرد على المدى الطويل في ظل غياب التقدم التكنولوجي، وذلك راجع لإدراج مفهوم رأس المال "الموسع" لا يحمل خاصية عوائد الحجم المتناقصة. لكن هناك وجهة نظر مختلفة ترى أن تراكم رأس المال وحده (حتى بالمفهوم الأوسع الذي يشمل رأس المال البشري) لن يستمر في النمو على المدى الطويل لأن هذا التراكم يجب أن يُواجه في نهاية المطاف انخفاضا كبيرا في معدل العائد منه. ويعني هذا الرأي أنه علينا النظر في عملية التقدم التكنولوجي أو التقدم المستمر في طرق الإنتاج وأنواع ونوعيات المنتجات للهروب من فخ عوائد الحجم المتناقصة على المدى الطويل: رأينا سابقا بدلالة نماذج Solow-Swan وRCK أن معدل التقدم التكنولوجي (g) المُعطى خارجيا يُحدد معدل نمو نصيب الفرد في الحالة المستقرة.

في ظل عجز نماذج النمو النيوكلاسيكي ونماذج النمو الداخلي الجيل الأول على تقديم نماذج مقنعة لتفسير النمو طويل المدى وظاهرة التقارب، ظهرت موجة ثانية من نظرية النمو الداخلي جلبت تطورات نظرية حديثة عملت على تدخيل عملية التحسينات التكنولوجية: أي شرح بشكل أفضل أصل المعلمة (g)، لذا تُحدد هذه

النظريات كيفية تأثير السياسات الحكومية والعوامل الأخرى على معدل نمو الفرد على المدى الطويل.

يُركز هذا الباب من الكتاب على نماذج التغير التكنولوجي الداخلي أو "النمو القائم على الابتكار Innovation Driven Growth" تتكون من فرعين أساسيين: الفرع الأول هو نماذج "أصناف المنتجات Product Variety" المُطورة من قبل Romer (1987,1990) و Grossman and Helpman (1991) تدعي أن الابتكار يُسبب نموا في الإنتاجية عن طريق خلق أصناف جديدة من المنتجات (الفصل الحادي عشر)، أما الفرع الآخر للنظرية القائمة على الابتكار تم تطويرها من قبل Aghion and Howitt (1992) تنبع من نظرية التنظيم الصناعي الحديثة و يُشار إليها عادة باسم نظرية "النمو الشومبترية Schumpeterian Growth" لأنها تُركز على الابتكارات المُحسنة للنوعية التي تجعل المنتجات الحالية متقادمة (الفصل الثاني عشر). أخيرا، يُقدم الفصل الثالث عشر فئة أكثر ثراءا لنماذج التغير التكنولوجي مطورة من قبل Acemoglu (2003,2007) أين يكون اتجاه التغير التكنولوجي مُحددا داخليا أيضا.

تُعتبر النماذج المعروضة في هذا الباب مفيدة لغرضين رئيسيين متصلين: أولا، يستجيب فيها التقدم التكنولوجي لحوافز وهيكل السوق والسياسات وبذلك تتيح لنا هذه النماذج إطار عمليا أكثر ارضاءا لدراسة الفروق الموجودة بين البلدان والاختلافات في الأداء الاقتصادي عبر الزمن. ثانيا، تُوفر نهجا لنمذجة النمو المستديم حيث يعمل التقدم التكنولوجي كمحرك النمو على المدى الطويل.

الفصل الحادي عشر

التغير التكنولوجي الداخلي (I):
نماذج توسيع الأصناف

درسنا لحد الآن نماذج نمو داخلي (قائم على تراكم رأس المال) لا يحدث فيها النمو الاقتصادي نتيجة التغير التكنولوجي: إما كان مدعوما بتراكم رأس المال (الخطي) أو كنتيجة ثانوية للآثار الانتشارية المتولدة من المعرفة. ولأن هدفنا فهم عملية النمو الاقتصادي، تُصبح النماذج التي يحدث فيها النمو عن طريق التقدم أو التغير التكنولوجي نتيجة الاستثمارات الهادفة من قبل الشركات والأفراد أكثر إثارة وجاذبية. سنرى أن هذه النماذج لا تُؤدي لتعزيز التقدم التكنولوجي فحسب بل تربط أيضا عملية التغير التكنولوجي بهيكل السوق والسياسات المتعلقة بمكافحة الاحتكار، المنافسة وحقوق الملكية الفكرية-في هذا الفصل نبدأ تقديم إحدى تلك النماذج.

أبسط نماذج التغير التكنولوجي الداخلي (بقيادة الابتكار) هي تلك تُظهر التقدم التكنولوجي كتوسيع لعدد أصناف المنتجات (المدخلات أو الآلات المُستخدمة

في عملية الإنتاج): يُشبه خلق منتج (ابتكار) جديد فتح صناعة جديدة.[1] تعتمد هذه النماذج المعروفة بـ "توسيع الأصناف Variety Expanding"على الفكرة التالية: تُؤدي الأبحاث لخلق أصناف جديدة من المدخلات (الآلات) أو توسيع أصناف المنتجات الوسيطية المتخصصة التي تزيد تقسيم العمل ودرجة التخصص مما يرفع إنتاجية الشركات المنتجة للسلعة النهائية.[2]

من أجل خلق مُنتج جديد، يجب تحمل تكلفة الانخراط في مجال البحث لابتكار المنتجات مرة واحدة فقط عند تقديم المنتج لأول مرة، و تُسمى بتكاليف أنشطة البحث و التطوير (Research and Development, R&D) كنشاط ينتج عنه ابتكارات تُضاف لرصيد المعرفة التكنولوجية. في هذه الحالة، تتكون المعرفة التكنولوجية من قائمة المخططات أو التصاميم تصف كل منها كيفية دمج مدخلات الإنتاج المختلفة لإنتاج مخرجات معينة مختلفة، لذا يُمثل كل ابتكار تصميما إضافيا لهذه القائمة.

[1]- تعتبر هذه النماذج أصناف السلع الوسيطية (الآلات) مدخلات في دالة الإنتاج، لكن يُمكن بشكل بديل استخدام المنفعة كدالة تابعة لمجموع أصناف السلع الاستهلاكية. وفق هذا النهج تُؤدي الأبحاث لاختراع سلع جديدة ولأن الأسر لديها تفضيلات محببة للتنويع ستستفيد بشكل أكبر عندما تستهلك مجموعة أكبر من هذه المنتجات، لذا يزداد الدخل الحقيقي نتيجة هذه الابتكارات في المنتجات الاستهلاكية. هذا النهج البديل الذي تبعه Grossman and Helpman (1991: Ch.3) يُظهر بنية رياضية مشابهة تماما لنماذج أصناف المدخلات وتُسفر عن نتائج مماثلة.

[2] - يعود أصل الفكرة القائلة أن النمو يُحفز ويُدَعم بزيادة درجة التخصص إلى Allyn Young (1929).

ما يجعل هذا النوع من نماذج التغير التكنولوجي الداخلي مختلفا عن نماذج الجيل الأول من النمو الداخلي لا يتعلق فقط بتكلفة الانخراط في تطوير المنتجات، بل أيضا بحقيقة أن وجود هذه التكاليف الثابتة للقيام بأنشطة R&D تجعل أسواق المنتجات تعمل في إطار المنافسة الاحتكارية بدلا من المنافسة الكاملة: تعمل المنافسة غير الكاملة على خلق أرباح مُوجبة تعد "مكافأة" لخلق مُنتج جديد، و هي عملية مهمة لأنها تسمح للاقتصاد بالتغلب على المشكلة التي أوجدتها نظرية Euler التي ناقشناها في الفصول السابقة: في إطار المنافسة الكاملة، يعمل الناتج الكلي على تعويض من يقوم بتوفير رأس المال (K) و العمل (L) و لا يُبقى أي شيء لتعويض أولئك الذين يُقدمون المعرفة التكنولوجية التي تنطوي عليها المعلمة (A) في دالة الإنتاج.

يُعتبر تحديد حالة التكنولوجيا كعدد أصناف مختلفة من المنتجات "استعارة مجازية" كونها تُظهر جانبا واحدا من جوانب التقدم التكنولوجي وتُوفر إطار عمل قابل لشرح النمو على المدى الطويل، لكن في الفصل القادم نستخدم استعارة أخرى يظهر فيها التقدم كتحسن نوعية مجموعة متنوعة من المنتجات الموجودة حاليا (نظرية النمو الشومبترية): تحسين النوعية هي عملية ترقية مستمرة تحدث داخل صناعة قائمة

حاليا، وبالتالي ينبغي النظر للنهج المتبع في الفصل المُقبل كمُكمل لتحليل أصناف المنتجات في هذا الفصل.[3]

نقدم في القسم الأول من هذا الفصل لمحة عامة حول "اقتصاديات الأفكار Economics of Ideas" يُساعدنا على فهم بعض الأفكار الرئيسية التي على أساسها بُنيت نماذج أصناف المنتجات، أين يتم فيها استخدام المخرجات النهائية (ناتج القطاع النهائي أو الأساسي) كمدخلات في قطاع الأبحاث (القسم الثاني)، أو يُستخدم فيه عنصر العمل كمدخل في R&D (القسم الثالث).

---

[3] - هناك نوعين من التقدم التكنولوجي : الأول يُؤدي لظهور منتجات جديدة و يُسمى بالابتكار الأفقي Horizontal Innovation، أما الثاني فيُؤدي لتحسين جودة بعض المنتجات القائمة و يُسمى بالابتكار العمودي Vertical Innovation.

1. اقتصاديات الأفكار

شكلت اقتصاديات الأشياء التي تم دراستها لقرون طويلة أساس نظرية اليد الخفية لـ Adam Smith والتي تقوم على فكرة أن الأسواق التنافسية الكاملة تؤدي للأفضل لكل العوالم الممكنة، لكن يبدو الأمر مختلف جدا عند الحديث عن اقتصاديات الأفكار، وأن هذا الاختلاف سيجعل النمو الاقتصادي مُمكنا على المدى الطويل.

كدليل مناقشتنا لهذا المفهوم، نتبع الرسم البياني التالي حول اقتصاديات الأفكار:

الأفكار (IDEAS) ← عدم التنافس (NONRIVALRY) ← تزايد العوائد (INCREASING RETURN) ← مشاكل مع المنافسة البحتة (PROBLEMS WITH PURE COMPETITION)

1.1. ماهية الأفكار

إحدى الطرق الأكثر شيوعا للتمييز بين الأشياء والأفكار هو اعتبار الأشياء مواد خام متأتية من الكون (ذرات الكربون، الأكسجين، السليكون، الحديد...إلخ)، في حين الأفكار هي تلك التعليمات التي تُخبرنا بالطرق المختلفة التي تُستخدم بها تلك الذرات. اعتمادا على هذه الطرق، يُمكن أن تتحول تلك المواد إلى ألماس، رقائق الكمبيوتر، مضاد حيوي جديد وفعال أو مخطوط نظرية أينشتاين النسبية. إذن الأفكار الجديدة هي طريقة جديدة لتنظيم المواد الخام بنحو أكثر نفعا اقتصاديا.

كم هو عدد إمكانات الأفكار؟ لنفترض أننا مجبرون على تطبيق تعليمة كتابة فقرة واحدة تتكون من 100 كلمة أو أقل كطول ملخص معظم الأوراق البحثية العلمية مثلا: تحتوي اللغة الإنجليزية أكثر من 20000 كلمة، كم من فقرة تُمكن تكوينها؟ الإجابة هي (20000^{100}) أي أكبر من (10^{430}) أو 1 متبوعة بـ 430 صفر. رغم أن معظم هذه الفقرات ستكون غامضة وغير مفهومة لكن بعضها يُمكنه تفسير النظرية الأساسية للحساب، نظرية باستور لجرثومة المرض، الصيغة الكيميائية للبنسيلين، التركيبة الحلزونية لـ **DNA** (الحمض النووي) أو حتى المحرك الملتوي لتطوير السفر في الفضاء مستقبلا. لوضع هذا الكم الهائل في سياق مفهوم، نفترض أن فقط 1 من (10^{100}) تحتوي على فكرة مفهومة متماسكة أي لا تزال (10^{330}) فقرة ممكنة وهو عدد هائل غير محدود أكبر من الجزئيات المكونة لهذا الكون.

كمية المواد الخام في الكون (الرمال، النفط، ذرات الكربون، الأكسجين....) محدودة لكن عدد الطرق التي تُنظم بها تلك المواد الخام أكبر بكثير وربما لانهائية. يحدث النمو الاقتصادي كلما اُكتشفت أفضل طرق لاستخدام المواد المحدودة المتاحة لنا، أو بعبارة أخرى يحدث النمو الاقتصادي المستدام لأننا نكتشف الأفكار الجديدة.

1.2. خاصية عدم التنافس عليها

أشياء كالهواتف الخلوية، ألواح الكتابة، أستاذ في الجامعة هي أشياء متنافس عليها: شخص يستخدم شيئا ما يُقلل استفادة شخص آخر من ذلك الشيء. إذا كنت تتحدث بهاتفك الخلوي فلا يُمكن لشخص آخر استخدامه في آن واحد، وإذا استخدم أستاذ الاقتصاد صبورة معينة لا يُمكن لأستاذ الرياضيات الكتابة عليها في نفس الوقت، إذن معظم الأشياء الاقتصادية هي سلع مُتنافس عليها ويُؤدي هذا لظهور مفهوم "الندرة Scarcity " الموضوع الرئيسي في الاقتصاد.

حقيقة أن الأشياء مُتنافس عليها هو أمر طبيعي لا يحتاج لشرح مفصل، لكنه يُصبح أكثر أهمية عند مقارنته بخاصية عدم التنافس التي تُميز الأفكار: استخدام فكرة ما من قبل شخص آخر لا يُقلل حجم الفكرة المتاحة لك؛ الصيغة التربيعية ليست في حد ذاتها محدودة وحقيقة الاعتماد عليها لحل معادلة ما لا يجعلها متاحة أقل عندك للقيام بنفس العملية.

ولأن عدم التنافس قد يُمثل مفهوما جديدا، نستخدم مثالا توضيحيا للتفصيل أكثر: نبدأ بفكرة اختلاف تصميم جهاز الكمبيوتر عن جهاز الكمبيوتر في حد ذاته. جهاز الكمبيوتر مُتنافس عليه: استخدمك لوحدة المعالجة المركزية CPU لتصفح موقع ويب المفضل لديك يسمح لك استماع لأغنيتك المفضلة لكنها لن تسمح لصديقك بتقدير نموذج قياس أسعار الأسهم في نفس جهاز الكمبيوتر الخاص بك في

آن واحد، وبذلك يُقلل استخدامك الكمبيوتر المنفعة المحتملة لصديقك من استعمال نفس الكمبيوتر. أما تصميم الكمبيوتر مختلف تماما: نفترض أن مصنعا في تايوان يتبع تصميما معينا لإنتاج جهاز الكمبيوتر، حيث يشمل هذا المصنع 27 خط تجميع يعمل بدوام كامل ويعمل كل خط تجميع على نفس التصميم: لسنا بحاجة لابتكار تصميم جديد لكل خط تجميع وإذا أردنا إضافة خط تجميع آخر سيتبع هذا الخط نفس المجموعة من التعليمات، إذن تصميم الكمبيوتر ليس بحاجة لإعادة اختراعه لكل خط إنتاج وكـ "فكرة" التصميم غير مُتنافس عليه لإمكانية استخدامه من قبل عدد من الأفراد دون إنقاص فائدته الكامنة.

بمجرد خلق تصميم ما، يُمكن للمصانع في جميع أنحاء البلد أو حتى العالم في وقت واحد إنتاج سلعة (شريحة الكمبيوتر) تُجسد هذا التصميم شريطة أن يكون المُخَطط في متناول اليد، لكن ينبغي أن نكون حذرين عند التعامل مع مفهوم الندرة: فالأفكار الجديدة هي بالتأكيد نادرة (محدودة)؛ فمرغوب دائما الحصول على أسرع جهاز كمبيوتر أو بطاريات أفضل أو تحسين العلاج الطبي، لكن الأفكار الحالية ليست نادرة بطبيعتها لأنه بمجرد إدراج الفكرة يُمكن استخدامها من قبل عدد كبير من الأفراد دون أن يضر باستخدام أشخاص آخرين.

يجب علينا أيضا أن نميز بين عدم التنازع (عدم التنافس) والاستبعاد (الإقصاء Excludability): يشير الإقصاء للمدى الذي يملكه شخص ما من حق في سلعة أو

فكرة ما وأن القانون يسمح له بحد استخدام هذه السلعة (أو الفكرة) من طرف أفراد آخرين، أي الدرجة التي يتم فيها استبعاد السلعة هي الدرجة التي تُمكن مالك السلعة فرض رسوم مقابل استخدمها: حيث يُفترض أن تقوم الشركة التي اخترعت تصميم شريحة الكمبيوتر الجيل القادم أن تحتفظ بمخططات التصميم الجديد في أماكن آمنة وتُقيد الوصول إليها على الأقل بعض الوقت، بدلا من ذلك تمنح أنظمة حقوق الطبع والنشر وبراءة الاختراع المخترعين الذين يتلقون حقوق التأليف و النشر أو براءات الاختراع حق فرض رسوم على استخدام أفكارهم. في المقابل، تعني عدم التنافس ببساطة إمكانية استخدام الأفكار من قبل عدد كبير من الأفراد في وقت واحد. كما هو في الواقع، غالبا ما تُطبق المجتمعات حقوق الملكية الفكرية لحد استخدام الأفكار ومدى تطبيق تلك الأنظمة يُحدد درجة استبعادها، لكن هذا لا يُغير حقيقة أن الأفكار في حد ذاتها غير مُتنازع عليها.

1.3. عوائد الحجم المتزايدة

حقيقة أن التصاميم أو التعليمات ليست نادرة بالطريقة التي تُنظر إليها الأشياء هو أول دليل على أن اقتصاديات الأفكار مُختلفة تماما عن اقتصاديات الأشياء، وهذا يُؤدي لقبول منطقي لمفهوم " عوائد الحجم المتزايدة".

ننظر لعملية إنتاج المضادات الحيوية الجديدة: إن التوصل لبناء صيغة كيميائية دقيقة وتقنية جديدة لتصنيع الدواء هو الجزء الأصعب، حيث تُشير التقديرات الحالية

أن متوسط تكلفة تطوير دواء جديد يُمثل حوالي 800 مليون دولار أمريكي، لكن بمجرد تطوير المضاد الحيوي الجديد من المعقول التفكير بدالة إنتاج تتميز بعوائد حجم ثابتة. فبعد كل شيء، تُعتبر جرعات المضاد الحيوي في الأخير "أشياء" وإنتاج الأشياء يخضع لدالة تتميز بعوائد حجم ثابتة.

نفترض مصنعا ما بقوى عاملة ومواد خام معينة (كمدخلات) يُمكنه إنتاج 100 جرعة من المضاد الحيوي يوميا: إذا أردنا مضاعفة إنتاج عدد جرعات المضادات الحيوية يُمكننا ببساطة بناء مصنع مماثل يُوظف نفس عدد العمال ونفس حجم المواد الخام، ما يعني أن مضاعفة المدخلات سيُؤدي لمضاعفة الإنتاج بالضبط: إذا كان إنتاج 100 جرعة الأولى تُكلف 10 دولار أمريكي ستُكلف إنتاج 100 جرعة الثانية 10 دولار أيضا.

الآن ننظر للسلسلة الكاملة من الإنتاج بدءا من اختراع المضاد الحيوي: تُوَجه 800 مليون دولار الأولى لإجراء الأبحاث الضرورية لخلق تعليمات جديدة لصنع المضادات الحيوية الجديدة، ولإنتاج جرعة واحدة تُنفق الشركة 800 مليون دولار للحصول على التصميم (أو الصيغة الكيميائية) إضافة لـ 10 دولار كتكلفة تصنيع. بعد ذلك، إذا قامت الشركة بإنفاق 800 مليون دولار أخرى ستُنتج 800 مليون جرعة أي أن مضاعفة المدخلات يُؤدي لمضاعفة أكبر للناتج، لذا تتميز دالة الإنتاج بعوائد حجم متزايدة وذلك بمجرد إدراج التكلفة الثابتة لخلق الدواء في المقام الأول.

للتفصيل في هذه النقطة، نعد مرة أخرى لدالة الإنتاج التقليدية: يتم إنتاج Y باستخدام رأس المال K والعمل L، لكن نفترض الآن وجود مُدخل آخر يُسمى "المعرفة" أو مخزون الأفكار نُشير إليه بالرمز A . لتكن دالة الإنتاج من الشكل التالي:

$$Y_t = F\left(A_t, K_t, L_t\right) = A_t K_t^{1/3} L_t^{2/3}$$

الفرق بين دالة الإنتاج التقليدية و هذه الدالة أننا استبدلنا المعلمة ($A=1$) بمخزون الأفكار A_t (لاحظ أنه مقترن بعامل الزمن)، إذن تحمل دالة الإنتاج الجديدة ميزة ثبات عوائد الحجم في K و L : إذا أردنا مضاعفة كمية المضادات الحيوية المنتجة سنضطر لبناء مصنع جديد و مضاعفة كمية رأس المال و العمل مرتين، و بالمنطق المعياري نحن بحاجة لمضاعفة "الأشياء" التي تدخل في عملية الإنتاج، لكن و لأن المعرفة (الصيغة الكيميائية للمضاد الحيوي في هذه الحالة) تتميز بخاصية عدم التنافس عليها يُمكن استخدامها في المصنعين المنشأين دون الحاجة لإعادة اختراع الصيغة الكيميائية في المصنع الجديد.

ما الذي يترتب على عوائد حجم كل المدخلات (الأشياء والأفكار معا): إذا قُمنا بمضاعفة رأس المال، سيُضاعف العمل والمعرفة الناتج بمقدار أعلى من مرتين:

$$\begin{aligned} F\left(2A,2K,2L\right) = 2A\left(2K\right)^{1/3}\left(2L\right)^{2/3} &= 2.2^{1/3}.2^{2/3}.AK^{1/3}L^{2/3} \\ &= 4.AK^{1/3}L^{2/3} \\ &= 4F\left(A,K,L\right) \end{aligned}$$

هذه الدالة تحمل خاصية عوائد الحجم المتزايدة للأفكار والأشياء معا وهي إحدى الانعكاسات الهامة لاقتصاديات الأفكار. باختصار، وفق الحجج المعيارية ونظرا لثبات عوائد حجم دالة الإنتاج، نحتاج مضاعفة حجم إنتاج أي سلعة ببساطة بمضاعفة الأشياء (رأس المال والعمل) في عملية الإنتاج، لكن ولأن الأفكار غير مُتنافس عليها ستُؤدي زيادة مخزون الأفكار بالضرورة لزيادة عوائد حجم الأفكار والأشياء: إذا أدت مضاعفة الأشياء لمضاعفة الإنتاج بالمثل ستؤدي مضاعفة الأشياء والأفكار معا لمضاعفة أكبر للإنتاج.

1.4. مشكلة المنافسة الكاملة

يُشير الرابط الأخير في الشكل البياني أن عوائد الحجم المتزايدة المتأتي من عدم التنافس على الأفكار يُؤدي لظهور مشكل مع فرضية المنافسة الكاملة، فما هو هذا المشكل؟

للبدء لابد من مراجعة نظرية Adam Smith حول اليد الخفية: في ظل فرضية المنافسة الكاملة، يُمكن للأسواق أن تُؤدي لتخصيص الموارد وفق أمثلية Pareto حيث لا تُوجد وسيلة لتغيير التخصيص الذي يجعل شخصا ما أفضل حال دون أن يجعل شخصا آخر في أسوأ حال. وفق هذا المعنى، تُتيح الأسواق الأفضل لكل العوالم الممكنة حيث تُحقق أسواق المنافسة الكاملة هذا التخصيص الأمثل بمُساواة التكلفة

بالمنافع الحدية عن طريق نظام الأسعار الذي يُوجه الموارد المحدودة نحو أفضل طريقة استخدام، ولكن ماذا يحدث عندما يكون هناك عوائد الحجم المتزايدة؟

في مثال المضادات الحيوية، ماذا يحدث إذا قامت شركة الصيدلة بالضغط لتغيير السعر حتى يُصبح مُساويا التكلفة الحدية؟ أولا، لا يُوجد مشكلة في ذلك: فالتكلفة الحدية لإنتاج جرعة هي 10 دولار وإذا قامت الشركة ببيع المضاد الحيوي بـ 10 دولار ستقع في إحدى السمات المميزة للمنافسة الكاملة وهو "الربح الصفري Zero Profit".

الآن نرجع قليلا للوراء: نفترض أن شركة الأدوية لم تخترع بعد الدواء الجديد، فهل ستخصص 800 مليون دولار لتمويل جهود الأبحاث من أجل اكتشاف صيغة كيميائية للمضاد الحيوي الجديد؟ إذا قامت بذلك ستخسر 800 مليون دولار لاكتشاف الصيغة وتبيع تلك الأدوية بتكلفتها الحدية، إذن إذا كانت الأسعار مُساوية التكلفة الحدية لن تتحمل الشركة تلك التكاليف الباهظة الضرورية لإجراء أبحاث اختراع أفكار جديدة، بل ينبغي على تلك الشركة بيع المضادات الحيوية بأسعار أكبر من تكلفتها الحدية يسمح لها بتعويض نفقات بحوثها الأصلية.

النقطة الموالية أكثر شمولا من مثال المضادات الحيوية: عند أي نقطة زمنية يتم فيها اختراع الأفكار الجديدة تُوجد هناك تكلفة ثابتة لإنتاج مجموعة جديدة من التعليمات، بعد ذلك تخضع عملية الإنتاج لثبات عوائد الحجم وثبات التكلفة الحدية،

لكن وبهدف تعويض تكاليف البحوث الأصلية التي تُؤدي لظهور أفكار جديدة، يجب التفريق بين السعر والتكلفة الحدية في مرحلة ما: هذا ينطبق على الأدوية، برامج الكمبيوتر، الموسيقى، السيارات، المشروبات الغازية وحتى الكتب المدرسية. لاحظ أن إحدى الأسباب الرئيسية التي تجعل اختراع السلع الجديدة مُمكنا هو وجود هيكل حوافز مُجسد في الفرق الموجود بين السعر والتكلفة الحدية.

هذا يعني أن الأسواق لا يجب أن تتميز بخاصية المنافسة الكاملة إذا أردنا وجود ابتكار وهي إحدى المبررات الأساسية لفرض "براءات الاختراع **Patents**" وأنظمة حقوق النسخ التي تمنح المبتكرين سلطة احتكارية لعشرين عاما مقابل إتاحة المعرفة للاكتشاف العام. تمنح هذه السلطة الاحتكارية فصلا مؤقتا بين السعر والتكلفة الحدية تقود الأرباح، في المقابل تُوفر هذه الأرباح حوافز للمبتكرين للسعي وراء الأفكار الجديدة في المقام الأول.

إن السمة الرئيسية لحالة التكنولوجيا (A) أنها مُدخل غير مُتنافس عليه في دالة الإنتاج، ومن ثم فإن الحجة المُكررة التي استخدمناها سابقا لتبرير فرضية عوائد الحجم الثابتة تُشير أن المقياس الصحيح هو وجود مُدخلي إنتاج مُتنافس عليهما: رأس المال والعمل، وعليه مصطلح عوائد الحجم الثابتة الذي استخدم "مُتجانس من الدرجة الأولى" في (K) و (L):

$$F\left(\lambda K, \lambda L, A\right) = \lambda F\left(K, L, A\right)$$

وفق نظرية Euler يُمكن تقسيم دالة متجانسة من الدرجة الأولى:

$$F\left(K,L,A\right)=F_K K+F_L L$$

حتى اللحظة، افترضنا تكنولوجيا (A) متاحة بحرية لجميع الشركات (من الناحية التقنية هذا مُمكن نظرا للطبيعة غير المتنافس عليها التي تُميز التكنولوجيا)، لكن مع ذلك قد تكون (A) مُستَبعدة جزئيا: على سبيل المثال تسمح حماية براءة الاختراع، السرية أو التجربة لبعض المنتجين الوصول لتقنيات تفوق تلك المتاحة للآخرين. في الوقت الراهن، نفترض تكنولوجيا غير مُستَبعدة بحيث يتمتع جميع المنتجين بنفس إمكانية الوصول أي أن التقدم التكنولوجي متاح على الفور لجميع المنتجين.

نعلم من نظرية Euler أن الشركات التي تعمل في إطار المنافسة الكاملة تأخذ أسعار المدخلات (R) و (w) كما هي معطاة وفق السوق و تُساوي النواتج الحدية في التوازن أي $(F_K=R)$ و $(F_L=w)$، ويُستنتج من المعادلة أن مجموع مدفوعات كل عامل إنتاج تستنفد الناتج حيث يُساوي ربح كل شركة قيمة الصفر عند كل نقطة زمنية.

نفترض الآن أن شركة ما أمام خيار دفع تكلفة ثابتة (κ) لتحسين التكنولوجيا من مستوى (A) إلى (A')؟ لأن التكنولوجيا الجديدة (حسب الافتراض) تكون متاحة مجانا لكل المنتجين، نعلم أن القيم التوازنية لـ (R) و (w) تجعل تدفق الربح كل شركة مُساويا الصفر، لذلك سينتهي الأمر بالشركة التي دفعت التكلفة الثابتة (κ)

لخسارة الأموال بشكل عام لأن التكلفة الثابتة لا تُعوَض بأرباح إيجابية في أي تاريخ مستقبلي، و يترتب على ذلك أن النموذج التنافسي الكلاسيكي لا يستوعب الاستثمار الهادف للتغيير التقني إذا كانت التكنولوجيا غير قابلة للاستبعاد.

تتمثل الخطوة المقبلة أن نسمح باستبعاد التكنولوجيا جزئيًا على الأقل: نفترض عددا لا حصر له من الطرق يُمكن للشركات خلالها تحسين المعرفة من (A) إلى (A') عبر دفع التكلفة الثابتة (κ)، بمعنى آخر هناك دخول مجاني لقطاع خلق التصاميم التقنية. نفترض أن جميع الشركات تبدأ بمستوى تكنولوجيا (A)، هل هناك حافز لدى كل شركة لدفع (κ) من أجل تحسين التكنولوجيا إلى (A')؟ في الواقع يبدو أن هناك حافز هائل: بدلالة أسعار المدخلات الحالية (R) و (w)، تُحقق الشركة تعمل في إطار التكنولوجيا المتفوقة ربحا خالصا لكل وحدة مُنتجة، وبسبب افتراض عوائد الحجم الثابتة سيكون لدى الشركة دافع قوي لتوظيف حجم رأس المال والعمالة المتاح في الاقتصاد، وفي هذه الحالة ستحصل الشركة على المزيد من السلطة الاحتكارية ومن المُحتمل ألا تعمل كمنافس كامل في أسواق السلع والعوامل، ونتيجة لذلك تنهار افتراضات النموذج التنافسي.

إن المشكلة الأساسية لهذه النتيجة أن الشركات الأخرى ستُدرك نفس فرصة الربح وستدفع أيضًا التكلفة الثابتة للحصول على تلك التقنية المتفوقة (A')، لكن عندما تقوم تلك الشركات بتحسين تقنيتها بنفس المقدار، تدفع المنافسة أسعار

العوامل (R) و (w) نحو الأعلى بحيث يُصبح تدفق الأرباح صفريا مرة أخرى. في هذه الحالة، لا تستطيع الشركات تغطية تكلفتها الثابتة (κ) تماما كالنموذج الذي كانت فيه التكنولوجيا غير قابلة للاستبعاد، لذا ليس توازنيا أن يحدث التقدم التكنولوجي (لأن جميع المبتكرين يتسببون في خسائر) كما أنه ليس توازنيا عدم حدوث هذا التقدم (لأن الربح المحتمل لمبتكر واحد هائل).

حفزت هذه الصعوبات المفاهيمية عدد من الباحثين على تقديم بعض جوانب المنافسة غير الكاملة لبناء نماذج مرضية يُمكن خلالها تطوير مستوى التكنولوجيا عن طريق نشاط هادف كنفقات البحث والتطوير. أخيرا، تسمح إمكانية نمذجة التقدم التكنولوجي الداخلي والنمو الداخلي بالهروب من فرضية عوائد الحجم المتناقصة على المستوى الكلي.

2. نموذج معدات المختبر (Romer 1987)

يُعتبر نموذج "معدات المختبر Lab-Equipements" استنادا لعمل Paul Romer (1987) "النمو القائم على العوائد المتزايدة بسبب التخصص Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization" أبسط نموذج ضمن فئة النماذج التي تُركز على "الابتكارات الأفقية" أو اختراع أنواع جديدة من السلع أو التصاميم التقنية الجديدة (بلغة Romer). يُشار لهذا النموذج للنمو الداخلي باسم "معدات المختبر" لأنه يفترض اعتماد إجراء الأبحاث على الاستثمار في المعدات أو المخابر فقط بدلا من توظيف العمال المهرة (العلماء والمهندسين) أو العمال غير المهرة.

2.1. نظرة عامة حول اقتصاد Romer

لدينا اقتصاد السوق مغلق تُقسم الأنشطة فيه إلى ثلاثة قطاعات:

1. قطاع السلع الأساسية (أو النهائية) يعمل في إطار المنافسة الكاملة والدخول فيه يتم بحرية.
2. قطاع السلع الوسيطية مُتخصص يعمل في إطار المنافسة الاحتكارية.
3. قطاع R&D يخترع تصاميم تقنية جديدة ويعمل في إطار المنافسة الكاملة والدخول فيه يتم بحرية.

جميع السلع المنتجة في هذه القطاعات هي سلع غير مُعمرة، ولا يُوجد رأس مال مادي (وسيلة إنتاج معمرة) في الاقتصاد.

السبب وراء وجود ثلاثة قطاعات في اقتصاد Romer واضح جدا: لابد من وجود قطاع تتخصص فيه الشركات في إنتاج السلع الاستهلاكية وقطاع آخر تتخصص فيه شركات أخرى في إنتاج الأفكار (التصاميم)، ويرتبط سبب وجود قطاع السلع الوسيطة بخاصية عوائد الحجم المتزايدة التي تم مناقشتها في القسم السابق. باختصار، يخلق قطاع الأبحاث أفكارًا جديدة تتخذ شكل أصناف جديدة من السلع الوسيطية كرقائق كمبيوتر جديدة، روبوتات صناعية أو آلات طباعة. يبيع قطاع الأبحاث الحق الحصري في إنتاج سلعة رأسمالية جديدة لشركة إنتاج السلعة الوسيطية، ثم بعد ذلك تقوم شركة السلعة الوسيطة بصفتها محتكرًا بتصنيع سلعة رأسمالية جديدة وبيعها لقطاع السلع النهائية الذي يُنتج سلعة استهلاكية.

2.1.1. دوال الإنتاج القطاعية

في قطاع إنتاج السلع الأساسية (القطاع الأول) و في ظل المنافسة الكاملة، تقوم الشركات بدمج العمال (L) و (N_t) عدد من مدخلات السلع الوسيطية (x) من صنف (i) لإنتاج مُخرج متجانس نهائي. نتبع تحليل Spence (1976)، Dixit and Stiglitz

(1977)، Ethier (1982) وRomer (1987,1990) في كتابة دالة إنتاج السلعة الأساسية عند الزمن (t):[4]

$$Y_t = A\left(\sum_{i=1}^{N_t} x_i^{\alpha}\right)L^{1-\alpha} \qquad (11.\ 1)$$

مع $(0 \prec \alpha \prec 1)$؛ (Y_t)ناتج القطاع، (A) معلمة موجبة، (x_i) كمية مدخل السلع الوسيطية صنف $(i=1,2,...,N_t)$ المستخدمة كمدخل في دالة الإنتاج ؛ (N_t) عدد الأصناف المختلفة من السلع الوسيطية المتاحة عند الزمن (t) و (L) مدخل العمل ثابت (لا يُوجد نمو سكاني في النموذج) يُستخدم فقط في قطاع إنتاج السلعة الأساسية.[5]

---

[4] - يعود أصل نهج الأصناف لعمل Michael Spence (1976) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2001) رغم أنه تعامل مع تفضيلات المستهلك وقام بكتابة المنفعة كتكامل أنواع مختلفة (المعادلة 45 في ورقته) بدل كونها جمعا. في حين قام Dixit and Stiglitz (1977) بتطوير تحليل Spence واستخدما نموذجا مُشابها للمعادلة (1. 11) للتعبير عن تفضيلات المستهلك بمجموعة متنوعة من السلع. لكن Ethier (1982) كان أول من طبق نهج الأصناف لوصف مدخلات الإنتاج، والذي مكن Romer (1987,1990) بناء نموذج أصناف المدخلات المنتجة في سياق التغير التكنولوجي والنمو الاقتصادي. يرى Ethier (1982) إمكانية زيادة الإنتاجية الكلية للعوامل TFP عبر الزمن عندما تنمو المدخلات المختلفة لعدد التشكيلات الرأسمالية المتاحة التي يتم إنتاجها في قطاع السلع الوسيطية والذي يستخدم براءات الاختراع كمُدخل إنتاج متأتي من قطاع البحث والتطوير.

[5] - نضيف عامل الزمن (t) لـ (N_t) و (Y_t) نظرا لنمو عدد الأصناف و الناتج معا عبر الزمن في الحالة المستقرة. مع ذلك، نترك (x_i) دون عامل الزمن لأن إنتاج كل وحدة وسيطية يكون ثابتا عبر الزمن (كما سنرى لاحقا). كما نفترض

يُمكن كتابة دالة الإنتاج كالآتي:

$$Y = AL^{1-\alpha}x_1^{\alpha} + AL^{1-\alpha}x_2^{\alpha} + ... + AL^{1-\alpha}x_N^{\alpha}$$

وفق (N) معطى، تُظهر دالة الإنتاج (11 .1) تناقص الإنتاجية الحدية لمُدخل إنتاج (L) و (x_i) على حدا و ثبات عوائد الحجم هذين المُدخلين معا: يكون الناتج الحدي لكل سلعة وسيطية $(\partial Y_t / \partial x_i)$ لانهائيا عند $(x_i = 0)$ ثم يتناقص مع تزايد كمية (x_i).

تُستخدم السلع الأساسية بطريقة إحلالية لثلاث أغراض رئيسية: للاستهلاك (C_t) وكمدخل (X_t) تتحول لسلع وسيطية متخصصة (x_i) وكاستثمار (Z_t) لتمويل أنشطة R&D المطلوبة لاختراع أنواع جديدة من السلع الوسيطية (لتوسيع N):

$$Y_t = C_t + X_t + Z_t \qquad (11.\ 2)$$

في قطاع السلع الوسيطية المتخصص (القطاع الثاني) عند الزمن (t) تُوجد شركات محتكرة تُوفر كل منها سلعة وسيطية مخترعة خاصة، وبمجرد اختراع التصميم التقني للسلعة الوسيطية (i) في القطاع الثالث، يأخذ المخترع (مجانا) براءة اختراع

اعتماد الناتج على مجموع مساهمات عدد منقطع كبير (N) من السلع الوسيطية يُسهم كل منها بشكل بسيط، على عكس النماذج التي تفترض عددا متصلا من السلع الوسيطية، ما يعني أن دالة الإنتاج تُصبح (بالتكامل):

$$Y_t = L^{1-\alpha}\int_{i}^{N_t} x_i^{\alpha}\, di$$

دائمة تسمح له بالاستخدام التجاري لهذا التصميم ويدخل القطاع الثاني كمبتكر. يُمكن للمبتكر أن يُحول عددا معينا من السلع النهائية إلى عدد تناسبي من السلع الوسيطية من النوع المتخصص الذي تم اختراعه: عند كل نقطة زمنية (t) يتطلب إنتاج وحدة من سلعة وسيطية (i) وحدة واحدة من السلعة الأساسية، أي أن التكلفة الحدية والمتوسطة لإنتاج سلعة وسيطية (i) تُساوي الواحد. ليكن (X_t) من المعادلة (11.2) تلك الكمية الكلية للسلع النهائية المستخدمة في إنتاج السلع الوسيطية، وبناءا على تكنولوجيا وحدة بوحدة يُساوي (X_t) إجمالي إنتاج كميات السلع الوسيطية (Q_t):

$$X_t \equiv \sum_{i=1}^{N_t} x_i \equiv Q_t \qquad (11.3)$$

في نموذج Romer (1987)، يُقدم قطاع R&D (القطاع 3) بشكل "مختصر" أنه مجموع المخابر البحثية الخيالية التي تُحول السلع النهائية الواردة (التي تُمثل معدات R&D) إلى تدفق عشوائي من النجاحات البحثية كاختراع تصميم تقني لصنع سلعة وسيطية جديدة متخصصة. هناك دخول حر ومجاني في نشاط R&D (في ظل المنافسة الكاملة) مع افتراض غياب عدم اليقين المرتبط بهذا النشاط. في المتوسط، يُطلب حجم تدفق $(1/\eta)$ من مُدخل السلعة النهائية (ولا شيء غيره) للحصول على مُخرج من نشاط R&D (على شكل اختراع) بدلالة وحدة زمنية، وعليه العدد الإجمالي للتصاميم

التقنية الجديدة (الاختراعات) في الاقتصاد (مُخرج قطاع الأبحاث) بدلالة وحدة الزمن يُساوي تدفق التصاميم الجديدة الذي يتبعه تطوير منتج جديد $\left(\dot{N}_t\right)$:

$$\dot{N}_t \equiv \frac{dN_t}{dt} = \eta Z_t \qquad (11.\ 4)$$

حيث $\left(Z_t\right)$ إجمالي مدخلات السلعة الأساسية المستخدمة في قطاع الأبحاث و (η) معلمة موجبة تُشير لإنتاجية قطاع الأبحاث (مدى كفاءة المعدات في إنتاج الأفكار). لاحظ نظرا لوجود مكافأة مقابل الانفاق على R&D في المستقبل $\left(Z_t\right)$، تُشكل هذه النفقات "استثمارا".[6]

للوهلة الأولى، يبدو نظام الإنتاج المقدم هنا بأكمله "غريبا": في القطاع الثاني والثالث، يتم استخدام أجزاء من مُخرج القطاع الأول كمُدخل يُحول إلى سلع وسيطية وتصاميم تقنية جديدة على الترتيب، ولا يُوجد مدخل العمل لا في القطاع الثاني ولا الثالث (الافتقار للعمال في قطاع الأبحاث هو الذي يجعل النموذج يحمل اسم "معدات المختبر"، كما أن الاستخدام متعدد الأوجه لإنتاج القطاع الأول جعلنا نستخدم مصطلح "السلع الأساسية Basic Goods"). لكن الوصف الأكثر واقعية

[6] - يُشبه قطاع الأبحاث في نموذج Romer قطاع "تعدين الذهب" في الغرب المتوحش منتصف القرن التاسع عشر: أي شخص حر في "التنقيب" عن الأفكار ومكافأة هذا التنقيب هو اكتشاف "كتلة ذهبية" يُمكن بيعها. تُعتبر الأفكار في هذا النموذج تصاميم جديدة لسلع وسيطية جديدة كشريحة كمبيوتر جديدة، دواء أكثر فعالية لمعالجة الأمراض أو طريقة جديدة لتنظيم عمليات البيع بالتجزئة. يُمكن اعتبار هذه التصاميم كإرشادات تشرح كيفية تحويل وحدة من الإنفاق (الناتج) إلى وحدة سلعة وسيطية جديدة، ويتم اكتشاف الأفكار وفق المعادلة (4 .11).

للهيكل الإنتاجي لدالة الإنتاج لابد أن يتضمن العمالة والسلع الوسيطية على حد سواء كمُدخلات إنتاج كل قطاع، مع افتراض عمل كل القطاعات في إطار نفس دالة الإنتاج بصرف النظر عن تباين الإنتاجية الكلية للعوامل، لكن وضع النموذج كما هو عليه يُساعدنا على تبسيط التحليل دون المساس بجوهر النتائج.

قبل التطرق لسلوك الأعوان الاقتصاديين، من المهم اللجوء لطريقة محاسبة الدخل الوطني.

2.1.2. محاسبة الدخل الوطني

جانب الإنتاج: باستخدام السلعة الأساسية كوحدة حساب، تُسَعر كل السلع الوسيطية المتخصصة بنفس السعر (p_t) في التوازن، وتُعطى القيمة المضافة $(AV(\bullet))$ لكل قطاع:

$$
\begin{aligned}
AV(1) &= Y_t - p_t Q_t \\
AV(2) &= p_t Q_t - X_t \\
AV(3) &= V_t \dot{N}_t - Z_t
\end{aligned}
\tag{11. 5}
$$

حيث (V_t) هي القيمة السوقية للشركة المبتكرة.

يُساوي إجمالي القيمة المضافة للقطاعات الثلاثة "GDP الاقتصاد" (أو صافي GDP على افتراض عدم وجود رأس مال يُهتلك في الاقتصاد):

$$
\begin{aligned}
GDP &= Y_t - p_t Q_t + p_t Q_t - X_t + V_t \dot{N}_t - Z_t \\
&= Y_t - Q_t + V_t \dot{N}_t - Z_t \\
&= Y_t - Q_t
\end{aligned}
\tag{11. 6}
$$

حصلنا على التعادل الأخير من افتراض $\left(V_t \dot{N}_t - Z_t = 0\right)$ في التوازن بسبب عوائد الحجم الثابتة والمنافسة الكاملة في القطاع الثالث (نظرية Euler)، لذا يُساوي الناتج الكلي(GDP)في الاقتصاد ناتج السلعة الأساسية $\left(Y_t\right)$ ناقصا الكمية المُستخدمة لإنتاج السلعة الوسيطية $\left(Q_t\right)$.

لاحظ أن دالة إنتاج $\left(Y_t\right)$ ليست دالة إنتاج الناتج الكلي في الاقتصاد ولا حتى القيمة المضافة للقطاع الأول، إنما هي دالة إنتاج كمية السلعة المنتجة في ذلك القطاع: معتاد في النماذج متعددة القطاعات ذات سلع وسيطية غير معمرة أن تصف دالة الإنتاج تلك الكمية المنتجة في مختلف القطاعات وليس القيمة المضافة.

جانب الدخل: هناك نوعان من الدخل في الاقتصاد (دخل الأجور و دخل الأرباح): ليكن $\left(w_t\right)$ نصيب وحدة العمل من الأجر الحقيقي عند الزمن (t)، و $\left(\pi_t\right)$ نصيب كل شركة مُحتكرة في القطاع الثاني من الأرباح بدلالة كل وحدة زمنية (في التوازن تُصبح متساوية في الشركات المُحتكرة). يتم دفع الأرباح على الفور لمالكي الأسهم، ونظرا لإطار المنافسة الكاملة وفرضية عوائد الحجم الثابتة في القطاع الأول والثالث، لا تُوجد أرباح مُتولدة في هذه القطاعات (أرباح صفرية وفق نظرية Euler)، إذن يُصبح جانب الدخل للناتج الكلي في الاقتصاد:

$$GDP = w_t L + \pi_t N_t$$

لأن عدد الشركات المُحتكرة يُساوي $\left(N_t\right)$.

يُوجه الناتج الكلي نحو الاستهلاك والادخار في ظل اقتصاد مغلق:

$$w_t L + \pi_t N_t = C_t + S_t$$

وفق المعادلات (2. 11)، (3. 11) و (6. 11) يُمكن كتابة الناتج الكلي:

$$GDP = Y_t - Q_t = Y_t - X_t = C_t + Z_t \quad (11.\ 7)$$

الذي يُساوي مجموع الاستهلاك الكلي والاستثمار. يُساوي الادخار الكلي:

$$S_t = w_t L + \pi_t N_t - C_t = GDP - C_t = Z_t$$

الادخار الكلي في اقتصاد مغلق يُعادل الاستثمار الكلي أو الانفاق على R&D (Z_t).

2.1.3. إمكانية توليد نمو مستديم للإنتاجية

تُظهر دالة الإنتاج (1. 11) الفكرة الأساسية لنموذج "توسيع الأصناف": نفترض سلع وسيطية تُقاس بوحدات مادية مُشتركة أو تُنتج بنفس الكمية $(x_i = x)$ (يتحقق بالفعل عند وضع التوازن كما سنراه لاحقا) وعليه تُصبح المعادلة (1. 11):

$$Y_t = AN_t x^{\alpha} L^{1-\alpha} = A\left(N_t x\right)^{\alpha} N_t^{1-\alpha} L^{1-\alpha} = F\left(N_t x, N_t, L\right) \quad (11.\ 8)$$

وفق (N_t) معطى، تُظهر المعادلة (8. 11) أن إنتاج القطاع الأول يحمل خاصية عوائد الحجم الثابتة في (L) و $(N_t x)$ (الكميات الإجمالية لمدخلات السلع الوسيطية $Q_t = N_t x$) و تكون (Y_t) متزايدة في (N_t) لكميات معطاة من (L) و $(N_t x)$ بدلالة $(N_t^{1-\alpha})$: نشير أن التقدم التكنولوجي يأخذ شكل توسع عدد أصناف السلع الوسيطية

المتخصصة المتاحة (N)، لذا يعكس تأثير $\left(N_t^{1-\alpha}\right)$ فوائد نشر الكميات الإجمالية للسلع الوسيطية $(N_t x)$ عبر $\left(N_t^{1-\alpha}\right)$ نطاق أوسع.[7]

لقيمة (L) ثابتة، تعني المعادلة (8. 11) أن توسيع أصناف السلع الوسيطية $(N_t x)$ تُواجه عوائد حجم متناقصة إذا زادت كمية (x) وفق عدد (N_t) معطى، ولا يظهر ميل تناقص عوائد الحجم إذا أخذت زيادة $(N_t x)$ شكل زيادة عدد الأصناف (N_t) لكل (x) معطى، لذا يمنع التقدم التكنولوجي في شكل زيادة مستمرة في عدد الأصناف (N_t) ميل عوائد الحجم المتناقصة: أصبحت دالة الإنتاج تحمل خاصية عوائد الحجم المتزايدة بناءا على ثلاث مدخلات: السلع الوسيطية $(N_t x)$، عدد الأصناف (N_t) و العمال (L)، و تُمثل ميزة دالة الإنتاج أساس توليد نمو داخلي في النموذج. أخيرا، يُنظر لـ (N) كتقريب يُمثل التعقيد التكنولوجي (مقياس مستوى المعرفة المُعززة للإنتاجية) لعملية إنتاج شركة ما أو متوسط درجة تخصص العوامل المستخدمة في الشركة.

بالنسبة للاقتصاد ككل، يتناسب GDP الاقتصاد أيضا مع درجة تنوع المنتجات:

$$Y_t = AN_t x^{\alpha} L^{1-\alpha}$$
$$GDP_t = N_t\left(Ax^{\alpha}L^{1-\alpha} - x\right)$$

[7] - لاحظ أن $\partial Y_t / \partial N_t = \alpha(1-\alpha) Y_t / N_t \succ 0$، ما يعني وفق كميات $(N_t x)$ و (L) معطاة، كلما ارتفع عدد الاصناف (N_t) كانت مدخلات السلع الوسيطية أكثر إنتاجية، أي خلق مكاسب من تقسيم العمل و التخصص في المجتمع.

2.2.سلوك الأسر

تعمل الأسر على اختيار حجم أمثل لنصيب الفرد من الاستهلاك $(c \equiv C/L)$ من أجل تعظيم المنفعة خلال الأفق الزمني اللانهائي (النمو السكاني (n) يُساوي الصفر في هذا النموذج):

$$U = \int_0^{\infty} \frac{c_t^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \ell^{-\rho t} dt \tag{11. 9}$$

تحت قيد،

$$\begin{aligned} \dot{a}_t &= r_t a_t + w_t - c_t \\ \lim_{t \to \infty} a_t \ell^{-\int_0^t r_s ds} &= 0 \end{aligned} \tag{11. 10}$$

حيث (a) يُساوي نصيب الفرد من الثروة المالية. في التوازن:

$$a_t = \frac{V_t N_t}{L}$$

لأن الأصول الوحيدة ذو القيمة السوقية في الاقتصاد هي حصص أسهم الشركات الاحتكارية التي تُساوي قيمتها القيمة السوقية لكل التصاميم التقنية (الاختراعات) مضروبة بعدد التصاميم التقنية المتاحة.

تستوفي الأسر معادلة Euler (قاعدة Keynes- Ramsey):

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}\left(r_t - \rho\right) \tag{11. 11}$$

2.3.سلوك الشركات

2.3.1. المنتجون المتنافسون في قطاع السلع الأساسية

تعمل الشركة النموذجية في قطاع السلعة النهائية على تعظيم الأرباح في ظل المنافسة الكاملة بطرح التكاليف الإجمالية (تكاليف استخدام الآلات وتكاليف العمالة) من قيمة الإنتاج:

$$Y - wL - \sum_{i=1}^{N} p_i x_i \tag{11. 12}$$

ولأن الشركة النموذجية تعمل في إطار المنافسة الكاملة، ستأخذ (p_i) و (w) على النحو المعطى من قبل السوق، وعليه نستخدم معادلة Euler المعتادة التي تُعادل أسعار عوامل الإنتاج فيها النواتج الحدية وتتحقق الأرباح الصفرية:

يُعطى الناتج الحدي للسلعة الوسيطية (i) وفق:

$$\frac{\partial Y}{\partial x_i} = A\alpha L^{1-\alpha} x_i^{\alpha-1} \tag{11. 13}$$

بمُعَادلة الناتج الحدي بالسعر (p_i) نحصل على:

$$x_i = L\left(\frac{A\alpha}{p_i}\right)^{1/1-\alpha} \tag{11. 14}$$

التي تُحدد كمية (i) من مدخل السلعة الوسيطية المطلوبة (x_i) في قطاع السلع الأساسية كدالة تابعة للسعر (p_i)، مع العلم أن المرونة السعرية للطلب على كل صنف للسلع الوسيطية يُساوي $(-1/1-\alpha)$ وهو ثابت.

من جانب آخر، التعادل بين (w) والناتج الحدي للعمل يعني أن:

$$w=(1-\alpha)\frac{Y}{L} \tag{11. 15}$$

2.3.2. الموردون المحتكرون للسلعة الوسيطية

بافتراض أن مخترع التصميم التقني (i) هو نفسه منتج السلعة الوسيطية من الصنف (i)، يُواجه المخترع قرار الانخراط في أنشطة R&D و إنتاج السلع الوسيطية في مرحلتين: في المرحلة الأولى، يُقرر إمكانية تخصيص الموارد و توسيعها لاختراع تصميم جديد شرط أن يكون صافي القيمة الحالية من الأرباح المستقبلية المتوقعة على الأقل أكبر من حجم الإنفاق على R&D، أما في المرحلة الثانية يُحدد المخترع السعر الأمثل الذي تُباع به السلع المخترعة الجديدة لمنتجي السلع الأساسية و الذي يُحدد تدفق الربح عند كل فترة و القيمة الحالية لأرباح المرحلة الأولى.

نمضي في حل النموذج بالرجوع للوراء: أولا، نشتق الكمية الأمثلية للسلع الوسيطية بافتراض اختراع تصميم جديد بالفعل. ثانيا، نقوم بحساب القيمة الحالية للأرباح ومقارنتها بتكاليف R&D-إذا كانت القيمة الحالية أكبر من تكاليف R&D سيتحمل المخترع نفقات R&D. أخيرا، ننظر للتوازن عندما يكون هناك دخول حر في مجال R&D.

بهدف تحفيز الأبحاث يجب تحفيز المبتكرين الناجحين بطريقة ما، لكن المشكلة الأساسية تتمثل في أن خلق فكرة أو تصميم جديد وتحويله إلى سلعة وسيطية

صنف (i) مُكلف وفي نفس الوقت يتم استخدامها بطريقة غير مُتنافس عليها (مجانا) من قبل منتجين محتملين للسلعة (i). تفشل هذه الممارسة في توفير حوافز مُسبقة لإجراء المزيد من الاختراعات، لذا نفترض بيئة مؤسساتية يحتفظ فيها المخترع للسلعة (i) بحق احتكار دائم (تُفرض عن طريق حماية براءة الاختراع أو عن طريق السرية) لإنتاج وبيع السلعة (x_i) التي يُستخدم تصميمها (كل سلعة وسيطية تكون مُحتكرة من قبل الشخص الذي قام بخلقها). بدلالة دالة الطلب (11.14)، يسعى هذا الشخص المحتكر لاختيار المسار الزمني الأمثلي لكمية السلع الوسيطية (x_i) وسعر بيعها (p_i) لمنتجي السلع الأساسية التي تُعظم قيمة الشركة (القيمة الحالية لتدفق السيولة المستقبلية أو القيمة الحالية للعائد من اكتشاف السلعة الوسيطية (i)) كحافز للاختراع:

$$V_t = \int_0^{\infty} \pi_{i\tau} \ell^{-\int_t^{\tau} r_s ds} d\tau \qquad (11.16)$$

حيث $(\pi_{i\tau})$ تدفق الربح عند الزمن (τ) و (r) متوسط معدل الفائدة الثابت عند التوازن.

يُساوي دخل (إيراد) هذا المُحتكر عند كل نقطة زمنية السعر (p_i) مضروبا بكمية السلع المباعة، أما تدفق الأرباح يُساوي الإيرادات ناقص تكاليف الإنتاج. بمجرد اختراعه، يُكلف إنتاج سلعة وسيطية من النوع (i) وحدة واحدة من (Y)

(وفق تكنولوجيا وحدة مقابل وحدة، تُساوي التكلفة الحدية والمتوسطة للإنتاج قيمة الواحد)، وبالتالي يُساوي تدفق الأرباح:

$$\pi_{i\tau} = \left(p_{i\tau} - 1 \right) x_{i\tau} \qquad (11.\ 17)$$

حيث:

$$x_{i\tau} = L\left(\frac{A\alpha}{p_{i\tau}} \right)^{1/1-\alpha}$$

يُساوي سعر مدخل السلعة الوسيطية في إطار المنافسة الكاملة ناتجها الحدي:

$$p_{i\tau} = \frac{\partial Y_\tau}{\partial x_{i\tau}} = A\alpha L^{1-\alpha} x_{i\tau}^{\alpha-1}$$

وعليه يعتمد ربح المُحتكر على إنتاجه السلع الوسيطية وفق:

$$\pi_{i\tau} = \alpha A L^{1-\alpha} x_{i\tau}^{\alpha} - x_{i\tau}$$

سيختار $\left(x_{i\tau} \right)$ الذي يُعظم هذه الصيغة، ما يعني تطبيق شرط الدرجة الأولى:

$$\frac{\partial \pi_{i\tau}}{\partial x_{i\tau}} = \alpha^2 A L^{1-\alpha} x_{i\tau}^{\alpha-1} - 1 = 0$$

تكون الكمية التوازنية نفسها وثابتة عبر الزمن $\left(x = x_{i\tau} \right)$ في كل قطاع $\left(i \right)$:

$$x = A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2/(1-\alpha)} L \qquad (11.\ 18)$$

معدل الربح الاحتكاري التوازني أيضا ثابت عبر الزمن وعبر السلع $\left(\pi = \pi_{i\tau} \right)$:

$$\pi = A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{2/(1-\alpha)} L \qquad (11.\ 19)$$

أخيرا، يُمكن استبدال قيمة (π) في المعادلة ليحصل المحتكر على صافي القيمة الحالية للأرباح عند الزمن (τ):

$$V_\tau = \pi \int_0^\infty \ell^{-\int_0^s r_\tau d\tau} ds = A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \alpha^{2/(1-\alpha)} L \int_0^\infty \ell^{-\int_0^s r_\tau d\tau} ds \equiv V \quad (11.20)$$

من المعادلات (18. 11) (19. 11) و (20. 11) يتبين أن الشركات المحتكرة تبيع نفس الكمية من السلع الوسيطية (x) وتحصل على نفس القدر من الأرباح (π) ولديها نفس القيمة السوقية (V)، إضافة لذلك تُظهر المعادلتان (18. 11) و (19. 11) ثبات (x) و (π) عبر الزمن و كذا (V).

باستبدال المعادلة (18. 11) في دالة إنتاج قطاع السلع الأساسية نحصل على:

$$\begin{aligned} Y_t &= AN_t x^\alpha L^{1-\alpha} = AN_t \left(A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2/(1-\alpha)} L \right)^\alpha L^{1-\alpha} \\ &= \widehat{A} N_t L \end{aligned} \quad (11.21)$$

مع $\widehat{A} \equiv A\left(A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2/(1-\alpha)}\right)^\alpha$، وعليه تُساوي القيمة المضافة هذا القطاع:

$$Y_t - pQ_t = \widehat{A} N_t L - pN_t x = \left(\widehat{A} L - px \right) N_t$$

و لأن (x) و (p) ثابتين عبر الزمن،[8] يتزايد الناتج الخام و الصافي في قطاع السلع الأساسية مع زيادة عدد أصناف السلع الوسيطية (الذي يُمثل مؤشر المعرفة

---

[8] - لإظهار ثبات السعر، نقوم بتعويض المعادلة (14. 11) في المعادلة (17. 11)، ثم بمفاضلتها بدلالة السعر ومُساواتها للصفر، نحصل على السعر التوازني:

التقنية في المجتمع). هناك تناسب مماثل مع الناتج الكلي للاقتصاد وفق المعادلة (18. 11):

$$GDP_t = \hat{A}N_tL - Nx = \left(\hat{A}L - x\right)N_t \qquad (11.\ 22)$$

ويتناسب معدل نمو GDP مع معدل نمو أصناف المنتجات:

$$\gamma = \frac{\dot{N}_t}{N_t}$$

لاحظ أن هذا النموذج يُشبه الصيغة المركزة لنماذج AK مع اعتبار $\left(N_t\right)$ (رأس المال المعرفي) بمثابة متغير رأس المال.

2.3.3. شركات الأبحاث

عند كل نقطة زمنية، تُوجد تكنولوجيا لإنتاج $\left(N_t\right)$ صنف من السلع الوسيطية. يتطلب توسيع عدد الأصناف تقدما تكنولوجيا أو اختراعات تسمح بإنتاج نوع جديد من السلعة الوسيطية...هذا التقدم يتطلب جهدا هادفا ومُتعمدا على شكل أنشطة R&D.

$$p_i \equiv p = \frac{1}{\alpha} \succ 1$$

لاحظ أن $\left(p_i\right)$ثابت عبر الزمن ونفسه لكل السلع الوسيطية $\left(i\right)$.يُساوي السعر الاحتكاري هامش $\left(1/\alpha\right)$على التكلفة الحدية للإنتاج (التي تُساوي الواحد)، ولأن تكلفة الإنتاج هي نفسها لكل السلع فإن السعر أيضا نفسه لكل السلع، وكل سلعة تدخل بكمية متساوية في دالة الإنتاج (1. 11). بشكل بديهي، للحصول على تدفق أرباح موجب في إطار المنافسة الاحتكارية، لابد أن يكون السعر أكبر من التكلفة الحدية للإنتاج.

تنمو أصناف المُنتج عند معدل يعتمد على كمية (Z_t) من السلع النهائية المستخدمة في قطاع الأبحاث، ما يعني أن العدد الإجمالي للتصاميم الجديدة (الاختراعات) لكل وحدة زمنية (المعادلة (4. 11)) يُساوي:[9]

$$\dot{N}_t \equiv \frac{dN_t}{dt} = \eta Z_t$$

يعمل قطاع الأبحاث في الاقتصاد في إطار المنافسة الكاملة ما يعني دخولا حرا في مجال R&D، ولابد أن يُساوي تدفق الأرباح في قطاع الأبحاث قيمة الصفر (نظرية Euler). بمجرد اختراع سلعة ما، يتحصل المخترع (مجانا) على براءة اختراع دائمة تُتيح له الاستخدام التجاري للاختراع ما يسمح له بجمع قيمة سوقية حالية (V_t) (سعر براءة اختراع التصميم الجديد) وفق المعادلة (20. 11): يُمكن للمخترع الحصول على هذه القيمة السوقية إما عن طريق ترخيص حقوق استخدام الاختراع تجاريا أو الدخول مباشرة للقطاع الثاني كمُورد مُحتكر للسلع الجديدة الذي أصبح ممكنا بموجب الاختراع (اعتمدنا الفكرة الثانية). سيجد الباحث الاستثمار في R&D

[9] - أنظر الملحق 10 لمعرفة كيفية الحصول على المعادلة (4. 11).

جذابا إذا كانت القيمة الحالية على الأقل أكبر من تكلفة R&D، لذا يعتمد الاستثمار في R&D على طبيعة تكاليف R&D.[10]

كل تصميم جديد يجني المخترع من خلاله قيمة (V_t) تُمثل القيمة الحالية لتدفق الأرباح (π) مخصومة بسعر الفائدة السوقية (r)، وعليه يُساوي إجمالي تدفق ايرادات في قطاع الأبحاث $(V_t\dot{N}_t)$، أما التكاليف تُساوي كمية السلع النهائية المستخدمة في قطاع الأبحاث (Z_t). إذن، يُعطى تدفق الأرباح في قطاع الأبحاث:

$$V_t\dot{N}_t - Z_t \qquad (11.\ 23)$$

في ظل المنافسة الكاملة، تكون هذه القيمة مُساوية الصفر:

$$\left(V_t\eta - 1\right)Z_t = 0$$

نذكر أن إنفاق وحدة واحدة من السلعة النهائية على نشاط R&D يُؤدي لاختراع (η)وحدة من الآلات الجديدة لكل وحدة بقيمة صافي الخصم الحالي للأرباح وفق المعادلة (20. 11)، ومادام التركيز منصبا على مسار التوازن بحجم R&D موجب$(Z_t \succ 0)$ونمو اقتصادي موجب (تقدم تكنولوجي$(\dot{N}_t \succ 0)$)، يُكتب شرط الدخول الحر أو قرار المخترع تخصيص الموارد للقيام بـ R&D (من المعادلة أعلاه):

---

[10] - إن الوصف الحقيقي لعملية البحث يتضمن حالة عدم اليقين حول كمية الموارد المطلوبة لخلق اختراع ما وحول نجاح هذا الاختراع، مع ذلك يتم تبسيط التحليل بافتراض كمية مُحددة من الجهود لتوليد منتج جديد ناجح في السوق. في الفصل المقبل، نضع نموذجا تخضع عملية البحث فيه لعدم اليقين.

$$\eta V_t = 1 \Rightarrow V_t = \frac{1}{\eta} \quad (11.24)$$

وفق هذه المعادلة، سيجد الباحث الاستثمار في R&D جذابا إذا كانت القيمة الحالية تُغطي تكلفة القيام بـ R&D. [11]

ما هو حجم سعر الفائدة التوازني المترتب على ذلك؟ ليتحقق شرط الدخول الحر لابد أن يستوفي سعر الفائدة الشرط التالي:

$$r_t = \frac{\pi}{V_t} + \frac{\dot{V}_t}{V_t} \quad (11.25)$$

قمنا بمفاضلة شرط الدخول الحر (المعادلة 24. 11) بدلالة الزمن واعتمدنا صيغة (V_t) من المعادلة (20. 11) مع استخدام قاعدة Leibnitz أين (π) تُمثل التدفق الثابت للأرباح وفق المعادلة (19. 11).[12] تُشير المعادلة (25. 11) في التوازن لابد أن يُساوي معدل العائد على السندات (r_t) معدل عائد الاستثمار (π / V_t) في R&D زائدا معدل مكاسب أو خسائر رأس المال المشتقة عن تغير قيمة الشركة الباحثة

---

[11] - إذا كان $(V\eta \succ 1)$ يكون إيراد R&D المتوقع أعلى من تكلفة R&D (المساوية للواحد) والربح الصافي المتوقع للقيام بـ R&D موجبا، وبدوره يكون تدفق الطلب غير محدود على الموارد التي تُنقل نحو قطاع R&D مقابل تدفق العرض المحدود يتأتى من الادخار الكلي (برهنا سابقا أن الادخار الكلي يُساوي الانفاق على R&D) وبالتالي هناك طلب زائد على الأموال ولا يُوجد توازن. أما إذا كان $(V\eta \prec 1)$ لا يُوجد هناك موارد مخصصة للقيام بـ R&D ولا يتغير عدد الأصناف N عبر الزمن، ما يجعل المعادلة (24. 11) الحل الوحيد للتوازن.

[12] - أنظر الملحق 11.

$\left(\dot{V}_t / V_t\right)$(تغير سعر براءة الاختراع)، ثبات القيمة السوقية أي اختراع $\left(V_t = 1/\eta \equiv V\right)$وفق شرط الدخول الحر (11 .24) يعني $\left(\dot{V}_t = 0\right)$، والذي وفق (11 .25) يُشير لثبات معدل الفائدة عبر الزمن ويُساوي:

$$r_t = \frac{\pi}{V_t} = \frac{\pi}{1/\eta} = \eta\pi \equiv r \qquad (11.\ 26)$$

تعني هذه المعادلة أن المُحتكر يحصد تدفقا ربحيا (π)على طول مسار النمو المتوازن، ويتم خصم هذا الربح بمعدل فائدة ثابت (r).

باستبدال (π) من المعادلة (11 .19)، نجد:

$$r = \eta A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \alpha^{2/(1-\alpha)} L \qquad (11.\ 27)$$

تربط تكنولوجيا الإنتاج وهيكل السوق معدل العائد بالقيمة الموضحة بالمعادلة (11 .27) (على افتراض أن معدل نمو (N) موجب)، لذا فالوضع أشبه بنموذج **AK** في الفصل الثامن، حيث تُربط التكنولوجيا وحوافز الاستثمار بمعدل العائد عند قيمة $(A-\delta)$.

2.4. التوازن العام في الاقتصاد

يتطلب مسار النمو المتوازن نمو الاستهلاك بمعدل ثابت ليكن (γ_c). يكون هذا ممكنا فقط إذا كان سعر الفائدة ثابتا: من المعادلة (11.26) يكون سعر الفائدة (r) ثابتا على مسار التوازن مع $(Z_t \succ 0)$و $(\dot{N}_t \succ 0)$، إذن يُساوي معدل نمو الاستهلاك في التوازن:

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \frac{1}{\theta}(\eta\pi - \rho) \equiv \gamma_c \quad (11.28)$$

حيث (π) معطاة وفق المعادلة (19. 11). لضمان أن يقع مسار $(\dot{N}_t \succ 0)$ في المسار التوازني، نفرض القيدين التاليين:

$$\eta\pi \succ \rho \quad (A1)$$

$$(1-\theta)\eta\pi \prec \rho \quad (A2)$$

يضمن الشرط (A1) أن يُحقق الاقتصاد نموا موجبا $(\gamma_c \succ 0)$،[13] في حين يضمن الشرط (A2) استيفاء شرط العرضية.

من المعادلتين (21. 11) و (22. 11) نعلم أن الناتج الكلي والصافي في قطاع السلع الأساسية على مسار النمو التوازني يتناسب مع مخزون "رأس المال المعرفي (N_t)". كذلك، وفق المعادلة (22. 11) يتناسب الناتج الكلي في الاقتصاد مع (N_t):

$$GDP_t = Y_t - Q_t = \widehat{A} N_t L - N_t x$$
$$= (\widehat{A} L - x) N_t \equiv \overline{A} N_t$$

وعليه يقع هذا النموذج ضمن فئة نماذج **AK** المركزة.

[13] - إذا تحقق $(\gamma_c \prec 0)$ لن يكون لدى المخترعين المحتملين حافز كاف لتوسيع الموارد على **R&D** وسيكون (N) ثابتا عبر الزمن، وبالتالي سيتجه معدل النمو (γ_c) نحو الصفر.

2.4.1. مسار النمو المتوازن

بناءا على النظرية العامة لنماذج AK مع تحليل من نوع RCK، نعلم أن مُتغير رأس المال في هذا النموذج "رأس المال المعرفي (N_t)" ينمو بالمعدل الثابت نفسه لنصيب الفرد من الاستهلاك منذ البداية (المعادلة 11.28).

لاحظ أن:

$$\dot{N}_t = \eta Z_t = \eta\left(GDP_t - C_t\right) = \eta\left(\overline{A}N_t - c_t L\right) \qquad (11.\ 29)$$

وعليه:

$$\gamma_N = \frac{\dot{N}_t}{N_t} = \eta\left(\overline{A} - \frac{c_t L}{N_t}\right)$$

ولأن $(\gamma_N = \gamma_c)$ فإن:

$$c_t L = \left(\overline{A} - \frac{\gamma_c}{\eta}\right) N_t \quad \text{لكل} \quad t \geq 0$$

في المقابل، يُعطى المستوى الأولي لنصيب الفرد من الاستهلاك:

$$c_0 = \left(\overline{A} - \frac{\gamma_c}{\eta}\right)\frac{N_0}{L}$$

إذن ينمو نصيب الفرد من الاستهلاك منذ البداية وفق معدل مُعطى بالمعادلة (11.28).

تنطلق عدد أصناف السلع (N) عند قيمة أولية (N_0) وتنمو بمعدل ثابت (γ_c) وفق المعادلة (28. 11). و لأن الناتج الكلي تناسبي مع (N)، ينمو (Y) و (N) عند نفس المعدل الثابت.

تُساوي إنتاجية العامل في الاقتصاد ككل:

$$\breve{y}_t \equiv \frac{GDP_t}{L} = \frac{\bar{A}N_t}{L}$$

وبالتالي:

$$\gamma_{\breve{y}} = \gamma_c = \gamma_N = \gamma^*$$
$$\gamma^* = \frac{1}{\theta}\left(\eta A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}L - \rho\right) \quad (11.\ 30)$$

يُولد هذا النموذج نموا داخليا متوازنا بالكامل، وتماما كنموذج **AK** ينمو الاقتصاد (وفق متغيرات عدد التصاميم، الناتج والاستهلاك) بمعدل ثابت منذ البداية ولا تُوجد ديناميكية انتقالية، لكن في المقابل يختلف هذا النموذج عن **AK** في إدراجه تقدما تكنولوجيا بشكل داخلي: تعمل شركات الأبحاث على إنفاق الموارد لاختراع آلات جديدة بوجود حافز براءات اختراع لأنها ستستفيد من بيع تلك الآلات لمنتجي السلع النهائية. إذن بالنظر لوجود حوافز الأرباح التي تقود أنشطة **R&D** والتي بدورها تقود النمو الاقتصادي، وصلنا لنموذج تُحدد حوافز السوق فيه المعدل الذي يتطور فيه إمكانيات التكنولوجيا في الاقتصاد عبر الزمن.

2.4.2. محددات معدل النمو

من خلال المعادلة (30. 11) يُمكن الكشف عن محددات النمو وفق نموذج "معدات المختبر": معدلات التفضيل الزمني (ρ) و (θ)، مستوى تكنولوجيا الإنتاج (A) تماما كما رأينا في نموذج **AK** (الفصل الثامن)، ويعني هذا أن وجود رغبة أكبر في الادخار (قيم (ρ) و (θ) منخفضة) وتكنولوجيا أفضل (قيمة (A) مرتفعة) سترفع قيمة معدل النمو.

يُضيف هذا النموذج تأثيرا آخر يتمثل في إنتاجية الأبحاث مقاسة بـ (η): يُؤدي زيادة (η) لرفع معدل العائد (r) في المعادلة (27. 11) وسيرفع معدل النمو (γ^*) في المعادلة (11.30).

يتضمن النموذج أيضا تأثيرات حجم وفرة اليد العاملة (L) التي ترفع معدل النمو (γ^*) في المعادلة (30. 11): وهي تأثيرات مُشابهة لنموذج Romer (1986) للتعلم بالممارسة. في الوهلة الأولى سيُنظر لهذه الميزة أنها "فضيلة" من فضائل النموذج وتُوحي أن البلدان الكبيرة أو مناطق التجارة الحرة الكبرى يجب أن تنمو بشكل أسرع، لكن كما رأينا سابقا لن يميل الاقتصاد نحو حالة مستقرة بمعدل نمو ثابت لنصيب الفرد إذا سمحنا بمعدل نمو موجب لليد العاملة (النمو السكاني $(n \succ 0)$). يُظهر هذا النموذج الحالي تأثيرات الحجم بسبب طبيعة التكنولوجيا (يُمكن استخدام التصميم التقني الجديد بطريقة غير مُتنافس عليها عبر الاقتصاد ككل) المسؤولة عن

الشكل القوي جدا لتأثير حجم السوق و تأثير الحجم: كلما كان الاقتصاد كبيرا (عدد سكان مرتفع ممثلا بـ(L)) ترتفع إنتاجية الأبحاث بدلالة وحدات (L)أو(Y)(أو تنخفض تكلفة نصيب الفرد من إنتاج كمية معطاة من المعرفة الجديدة(η / L)) و يزيد(L)ويرتفع(γ^{*})بدوره. في مجتمع كبير بأسواق كبيرة تكون الحوافز كبيرة للقيام بأنشطة R&D والتي وفق نموذج R&D الحالي تُؤدي لنمو عال باستمرار، ويُمثل هذا مظهرا من مظاهر تأثير الحجم القوي (تأثيرات الحجم على النمو) لنماذج النمو القائم على الابتكار مع نمو داخلي بالكامل.[14]مع ذلك، رأينا سابقا أن الأدلة التجريبية لا تُدعم وجود تأثيرات الحجم بدلالة حجم السكان في الاقتصاد أو حجم النشاط الاقتصادي.

2.5. أمثلية Pareto

وجود منافسة احتكارية يعني أن التوازن ليس بالضرورة من نوع Pareto وذلك لسببين أساسيين: أولا هناك قيمة سعر أعلى من التكلفة الحدية لإنتاج الآلات، وثانيا قد لا يكون عدد الآلات المُنتجة عند أي نقطة زمنية أمثليا.

[14] - يرجع تأثير الحجم القوي فضلا عن خاصية النمو الاقتصادي الداخلي بالكامل لحالة "حافة السكين" في تحديد طبيعة "محرك النمو" في دالة إنتاج السلع الأساسية.

لإظهار عدم أمثلية نتائج الاقتصاد اللامركزي من نوع Pareto نقوم بتقدير أمثلية Pareto بمقارنة النتائج السابقة (معدل النمو $\left(\gamma^*\right)$ في المعادلة (30 .11)) بنتائج مشكلة المخطط الاجتماعي الافتراضي.

يسعى المخطط الاجتماعي لتعظيم منفعة الأسرة النموذجية وفق المعادلة (9. 11) تحت قيد ميزانية الاقتصاد:[15]

$$Y = AL^{1-\alpha}N^{1-\alpha}X^{\alpha} = C + \dot{N}/\eta + X \qquad (11.\ 31)$$

حيث $\left(X \equiv Nx\right)$. يُمكن الآن إظهار عن طريق الأمثلية بدلالة كل $\left(x_i\right)$ استيفاء المخطط الاجتماعي شرط تساوي كميات السلع الوسيطية صنف $\left(i\right)$ لكل الشركات من أجل تحقيق الإنتاج الكفء. يتضمن الجانب الأيمن من المعادلة (31 .11) ثلاثة استخدامات محتملة للناتج: الاستهلاك، نشاط R&D والسلع الوسيطية.

يُعطى حل Hamilton لمشكلة المخطط الاجتماعي كالآتي:

$$H = u\left(c\right)\ell^{-\rho t} + v\eta\left(AL^{1-\alpha}N^{1-\alpha}X^{\alpha} - cL - X\right) \qquad (11.\ 32)$$

حيث $\left(v\right)$ سعر الظل المطبق على $\left(\dot{N}\right)$، $\left(c\right)$ و $\left(X\right)$ متغيرا التحكم و $\left(N\right)$ متغير الحالة.

15 - بشكل بديل، يُكتب قيد الميزانية وفق:

$$\dot{N}_t = \eta\left[AL^{1-\alpha}N^{1-\alpha}X^{\alpha} - cL - X\right]$$

يختلف الحل المركزي عن اللامركزي في تحديد (X) كمية السلع الوسيطة و (γ) معدل نمو (N)، على هذا الأساس تُؤدي شروط الأمثلية للمخطط الاجتماعي لصياغة (X) و (γ) على النحو:

$$X_{SP} = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{1/(1-\alpha)}LN \tag{11. 33}$$

$$\gamma_{SP} = \frac{1}{\theta}\left(\eta A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{1/(1-\alpha)}L-\rho\right) \tag{11. 34}$$

اختيار مستوى (X) في المعادلة (11. 33) يعني أن مستوى الناتج هو:

$$Y_{SP} = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{\alpha/(1-\alpha)}LN \tag{11. 35}$$

مقارنة مع حل المخطط الاجتماعي (المعادلة 11. 33)، كان اختيار الحل اللامركزي لقيمة (X) في المعادلة (11. 18) مضروبا بـ $\alpha^{1/(1-\alpha)} \prec 1$، لذا يُخصص الاقتصاد اللامركزي موارد أقل من المخطط الاجتماعي لإنتاج السلع الوسيطة و ينتهي به المطاف لمستوى أقل من الناتج (المعادلة 11. 35 مقابل 11. 21).

بالنسبة لمعدل النمو، يُساوي الحل اللامركزي الحل المركزي مضروبا بـ $\alpha^{1/(1-\alpha)} \prec 1$ (بين قوسين). تُشير أن العنصر الأيسر بين القوسين في المعادلة (11. 30) يُمثل المعدل الخاص للعائد (r) وفق المعادلة (11. 27) والذي يعني أن الاقتصاد اللامركزي يشهد نموا أقل من الاقتصاد المخطط، وبدوره يُعبر معدل النمو المنخفض عن مستوى أقل لمعدل العائد الخاص إلى معدل العائد المُستخدم من قبل المخطط الاجتماعي.

معدل العائد الاجتماعي الذي يُمثل جانب الأول من قوسي المعادلة (34. 11) هو:

$$r_{SP} = \eta A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \alpha^{1/(1-\alpha)} L \tag{11. 36}$$

في نموذج التعلم بالممارسة مع الآثار الانتشارية (Romer 1986)، كان معدل العائد الخاص أقل من معدل العائد الاجتماعي بسبب الفوائد غير المكافئ عليها التي يُقدمها مُنتج ما للآخرين، أما في نموذج اختراع المنتجات الجديدة و حقوق الاحتكار، تُولد الاختراعات فجوة بين العوائد الاجتماعية (وجود قيمة اجتماعية عالية للابتكار) و الخاصة من مصدر مختلف: ينشأ التشوه الأساسي من التأثيرات الخارجية المالية الناتجة عن التسعير الاحتكاري للسلع الوسيطية (سعر (p) التوازني يُساوي $(1/\alpha)$ مضروبا بالتكلفة الحدية للإنتاج التي تُساوي الواحد) التي تُؤثر على مجموع السلع المتداولة (و معدل نمو الآلات و التكنولوجيا)، على ذلك يُمكن للحكومة أن تتدخل لتحسن أداء و إمكانيات الابتكار في الاقتصاد ككل بأن تُحفز القطاع الخاص الوصول إلى المستوى الاجتماعي الأمثلي في بيئة لامركزية عن طريق تصميم سياسات ضريبية غير تشويهية لدعم أنشطة الأبحاث و دعم الآلات و المدخلات (شكل من أشكال السياسة الصناعية) ما يُؤدي لتسعير التكلفة الحدية بشكل محفز دون إزالة الدافع الموجود لدى المخترعين لخلق أصناف جديدة من المنتجات.

3. نموذج توسيع الأصناف مع الآثار الانتشارية (Romer 1990)

في القسم السابق، تم توليد نمو داخلي بالكامل بفضل استخدام السلعة الأساسية (النهائية) كمُدخل إنتاج في قطاع R&D، ورأينا أن هذا النموذج (عند مستوى ما) يُشبه نموذج AK (أنظر الفصل الثامن) نظرا لافتراضه تكنولوجيا R&D خطية في العوامل المتراكمة.

يُوجد هناك بديل آخر يتمثل في استخدام "عوامل محدودة" في قطاع R&D: بدلا من اعتماد مواصفات معدات المختبر، يُصبح العلماء والمهندسون الآن المدخلات الأساسية الوحيدة في قطاع R&D. لقد استطاع نموذج معدات المختبر توليد نمو مستديم عبر استثمار المزيد من الموارد في قطاع R&D، لكنه يُصبح مستحيلا اعتمادا على العوامل النادرة فقط (بمعنى محدوديتها في الطبيعة) لأنه بحكم التعريف ليس مُمكنا توفير زيادة مستمرة في استخدام هذه العوامل في قطاع الأبحاث. مع هذا المقترح البديل لا يتحقق نمو داخلي ما لم تكن هناك آثار انتشارية من الأنشطة السابقة لـ R&D والتي تجعل العوامل النادرة المستخدمة في قطاع الأبحاث أكثر إنتاجية بشكل مستمر عبر الزمن: نحتاج الآن لوقوف الباحثين الحاليين على "كتف العمالقة السابقين". في الواقع، اعتمدت الصيغة الأصلية لنموذج التغير التكنولوجي الذي قدمه Romer (1990) في ورقته "التغير التكنولوجي الداخلي Endogenous Technological Change" على هذا النوع من التأثيرات الانتشارية للمعرفة. من

جانب آخر، رغم أن هذه الآثار الانتشارية للمعرفة قد تكون مُهمة في الممارسة العملية، إلا أن نموذج معدات المختبر الذي تم دراسته في القسم السابق كان نقطة انطلاق جيدة كونه حدد بوضوح دور تراكم التكنولوجيا وأظهر أن توليد النمو لا يحتاج بالضرورة لوجود التأثيرات الخارجية أو الآثار الانتشارية للمعرفة.

تلعب الآثار الانتشارية للمعرفة دورا مهما في العديد من نماذج النمو الاقتصادي، لذا من المفيد أن نرى كيف يعمل نموذج أساسي للتقدم التكنولوجي الداخلي في وجود مثل هذه الآثار الانتشارية-نُقدم في هذا الجزء أبسط نسخة من التغير التكنولوجي الداخلي مع الآثار الانتشارية للمعرفة.

ننظر الآن كيف يعمل نموذج Romer (1990) في إطار هذه الفرضية البديلة: تُوجد بيئة (مواصفات النموذج) مشابهة لتلك الموجودة في القسم السابق،[16] باستثناء أخذ تكنولوجيا قطاع الأبحاث الشكل التالي:

$$\dot{N}_t = \eta N_t L_R \quad (11.\ 37)$$

حيث (L_R) العمالة المنخرطة في قطاع R&D، يلتقط (N_t) في الجانب الأيمن الآثار الانتشارية من مخزون الأفكار الموجود حاليا: كلما كان (N_t) كبيرا كانت العمالة في R&D أكثر إنتاجية (η) (تُمثل مدى كفاءة العمل في إنتاج الأفكار). لاحظ أن

---

[16] - يتشابه هيكل (الطرق التحليلية) وحل هذا النموذج مع نموذج معدات المختبر المقدم في القسم السابق، لذا سنتجاوز بعض التفاصيل.

المعادلة (37. 11) لا تُظهر خاصية عوائد الحجم المتناقصة للمخزون الحالي للمعرفة بسبب خطية أو تناسبية (الأس فوق (N_t) يُساوي الواحد) هذه الآثار الانتشارية- هذه الخطية هي مصدر النمو الداخلي في النموذج: كلما تراكمت المعرفة لن يعرف العائد من المعرفة أي انخفاض، وستواصل الأفكار القديمة مساعدتنا على إنتاج الأفكار الجديدة بما يُسمى "الحلقة الفاضلة Virtuous Cycle "ويُحافظ على استدامة النمو الاقتصادي.

في المعادلة (37. 11)، يُمثل (L_R) العمالة في قطاع الأبحاث المنشقة من قوى العاملة في الاقتصاد، لكن بشكل بديل يفترض Romer (1990) في الأصل أن العمال المهرة أو العلماء فقط يُمكنهم العمل في قطاع إنتاج المعرفة (R&D): نستخدم هنا الافتراض القائل بأن قوة عاملة متجانسة تُوظف في قطاع R&D وقطاع السلع الأساسية على حد سواء، و بوجود تنافس بين قطاع الإنتاج و قطاع R&D على العمال، سيضمن هذا تحديد تكلفة توظيف العمال في قطاع الأبحاث وفق معدل الأجر السائد في قطاع السلع الأساسية، لكن الفرق الوحيد أن إجمالي مدخلات العمالة المستخدمة في قطاع السلع الأساسية ممثلة في دالة الإنتاج (1. 11) أصبحت الآن (L_E) بدلا من (L) لأن بعض العمال (L_R) يعملون في قطاع R&D، وعليه يُساوي مجموع استخدام العمالة في هذين النشاطين اجمالي عرض العمالة (L) في الاقتصاد ويُفترض مرة أخرى أنه ثابت:

$$L = L_E + L_R$$

يُعطى ناتج قطاع السلع الأساسية:

$$Y_t = AL_E^{1-\alpha}\left(N_t x\right)^{\alpha} \tag{11. 38}$$

تُعطى (x) الكمية التوازنية للسلع الوسيطة:

$$x = A^{1/(1-\alpha)}\alpha^{2/(1-\alpha)}L_E \tag{11. 39}$$

أما أرباح المحتكرين من بيع السلع الوسيطية في التوازن (π) تُساوي:

$$\pi = A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}L_E \tag{11. 40}$$

وعليه تعتمد كمية وأرباح السلع الوسيطية التوازنية على حجم العمالة المستخدمة في قطاع السلع النهائية.

تُعطى القيمة الحالية المخصومة لمحتكر تصميم ما في التوازن $(V_t = \pi / r)$:

$$V_t = A^{1/(1-\alpha)}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\alpha^{2/(1-\alpha)}L_E\left(\frac{1}{r}\right) \tag{11. 41}$$

الآن يُصبح شرط الدخول الحر تبع المعادلة (11. 37) مُساويا:

$$\eta N_t V_t = w_t \tag{11. 42}$$

يُمثل الجانب الأيسر من المعادلة $(\eta N_t V_t)$ عائد توظيف وحدة إضافية من العمال في قطاع R&D، أما الجانب الأيمن (w_t) يُمثل تدفق تكلفة توظيف وحدة إضافية من العمال في قطاع R&D أو معدل الأجر الواجب دفعه للباحثين. لاحظ أن

العنصر (N_t) موجود في الجانب الأيسر لأن عدد (N_t) كبير يعني إنتاجية مرتفعة للعمال في R&D.

معدل الأجر التوازني يُساوي الناتج الحدي للعمل لأن قطاع السلعة الأساسية يعمل في إطار المنافسة الكاملة:

$$w_t = \frac{\partial Y_t}{\partial L_E} = (1-\alpha) A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} N_t \tag{11. 43}$$

يتطلب تحقق النمو المتوازن ثبات سعر الفائدة عبر الزمن: باستبدال (V_t) بما يُساويها (المعادلة 41 .11) و (w_t) بما يُساويها (المعادلة 43 .11) في شرط الدخول الحر (المعادلة 42 .11)، نحصل على سعر الفائدة التوازني الثابت عبر الزمن:

$$r = \alpha \eta L_E \tag{11. 44}$$

ولأن معدل نمو الاقتصاد يُساوي معدل التقدم التكنولوجي:

$$\gamma^* = \frac{\dot{N}_t}{N_t} = \eta L_R = \eta (L - L_E)$$

فإن:

$$r = \alpha(\eta L - \gamma^*) = \alpha \frac{\theta \eta L + \rho}{\alpha + \theta}$$

بتعويض (r) في معادلة Euler $(\dot{c}_t / c_t = 1/\theta(r-\rho))$ نجد معدل نمو نصيب الفرد في مسار النمو المتوازن:

$$\gamma^* = \frac{\alpha \eta L - \rho}{\alpha + \theta} \tag{11. 45}$$

حصلنا على معدل النمو $\left(\gamma^*\right)$ (المعادلة 11.45) شبيه من نواحي عديدة لمعدل النمو المتحصل عليه وفق المعادلة (30. 11) في اقتصاد لامركزي: أولا، يكون $\left(\gamma^*\right)$ مرتفعا إذا كان لدى الأسر رغبة أكبر في الادخار(قيم $\left(\rho\right)$ و $\left(\theta\right)$ منخفضة). ثانيا، يزيد النمو مع زيادة إنتاجية أنشطة الأبحاث $\left(\eta\right)$ وثالثا هناك تأثيرات الحجم عندما يزيد عدد العمالة $\left(L\right)$، لكن في المقابل الفرق الوحيد في النتائج أن $\left(\gamma^*\right)$ في المعادلة (45. 11) أصبح مستقلا عن معلمة إنتاجية قطاع السلع الأساسية ($\left(A\right)$ في دالة الإنتاج 1. 11) وذلك بسبب افتراض عدم استخدام قطاع الأبحاث للسلع الوسيطية كمدخلات مُنتجة في هذا القطاع (إذا تم إدراجها كمدخلات في هذا القطاع ولو بكثافة أقل من قطاع السلع الأساسية سيُؤدي زيادة $\left(A\right)$ إلى رفع $\left(\gamma^*\right)$).

لاستكمال خصائص مسار النمو المتوازن، لابد من تحديد حجم العمالة المستخدمة في إنتاج السلع الأساسية في التوازن (ليكن $\left(L_E^*\right)$): بناء على المعادلة (45. 11) والمعادلة $\gamma^* = \eta\left(L - L_E^*\right)$ نجد:

$$L_E^* = \frac{\theta L + \rho}{\eta\left(\alpha + \theta\right)} \qquad (11.\ 46)$$

بقية التحليل نفسه كالنموذج السابق فيما يتعلق بغياب ديناميكية انتقالية في التوازن اللامركزي، ومثل نموذج معدات المختبر لا يكون التخصيص التوازني أمثليا من نوع Pareto في نموذج Romer (1990) عبر النظر في مشكلة المخطط الاجتماعي:

يسعى المخطط الاجتماعي لتعظيم منفعة الأسر النموذجية مع مراعاة القيود:

$$Y = AL_E^{1-\alpha} N^{1-\alpha} X^{\alpha} = C + X$$
$$\dot{N} = \eta L_R N \qquad (11.47)$$

حيث (C) و (X) و (η) هي متغيرات التحكم و (N) متغير الحالة. مع تطبيق شروط الأمثلية، نجد الحلول التالية:

$$X_{SP} = A^{1/(1-\alpha)} \alpha^{1/(1-\alpha)} L_E N \qquad (11.48)$$

$$\gamma_{SP} = \frac{1}{\theta}(\eta L - \rho) \qquad (11.49)$$

$$L_{E_{SP}} = \frac{1}{\theta}(L - \rho / \eta) \qquad (11.50)$$

يتحدد اختيار (γ_{SP}) في المعادلة (49. 11) بالمعدل العائد الاجتماعي (ηL)، ويتجاوز معدل نمو المخطط الاجتماعي في المعادلة (49. 11) معدل النمو اللامركزي في المعادلة (45. 11)، ما يعني أن تخصيص النمو الأمثل (مشكلة المخطط الاجتماعي) ينطوي على معدل أعلى مقارنة بنمو الناتج والاستهلاك في التخصيص التوازني (الاقتصاد اللامركزي)، وتعكس الفجوة بين معدلي النمو فائض خيار المخطط الاجتماعي للعمالة المنخرطة في قطاع الأبحاث (L_R) على تلك القيمة المعتمدة من قبل الخواص. بشكل منطقي، في الوقت الذي تتجاهل فيه الشركات تلك الزيادات المستقبلية في إنتاجية البحوث الناجمة عن إنفاقها على أنشطة R&D، يعمل المخطط الاجتماعي (تخصيص النمو الأمثل) على استيعاب هذا التأثير الانتشاري للأبحاث في حين يفشل الاقتصاد اللامركزي في تعويض الباحثين للاستفادة من هذه الآثار

الانتشارية بالإضافة للتأثيرات الخارجية الناتجة عن التسعير الاحتكاري للسلع الوسيطية.

4. نموذج النمو شبه الداخلي (Jones 1995)

تحمل نماذج التغير التكنولوجي الداخلي (المذكورة أعلاه) ضمنيا نتيجة مهمة جدا مفادها **"أن أي زيادة في حجم الاقتصاد، حجم قطاع البحث والتطوير وحجم الأسواق لن يُؤثر على مستوى الدخل أو الرفاهية فحسب بل سيؤدي كذلك لزيادة معدل نمو الاقتصاد"**(Romer1990: S73). هذه التأثيرات المسماة بـ"تأثيرات حجم (وفورات) أنشطة البحث والتطوير Scale Effects of R&D" يُمكن تأكيدها من خلال المعادلتين (30 .11) و (45. 11) التي تُظهر "أي زيادة في مستوى الموارد (العمالة أو المعدات) في قطاع البحوث سيُؤدي لزيادة معدل نمو الاقتصاد".

أي زيادة في حجم السكان ينبغي عليها رفع حجم العمالة وتوفير سوق كبير للابتكار الناجح (التكنولوجيا الجديدة) وتحفيزا أعلى لمعدل الابتكار: زيادة حجم السكان يسمح بتوفير عرض كبير للعمال المحتمل انخراطهم في قطاع R&D، ومع زيادة العمال إجمالا في الاقتصاد يكون هناك طلب كبير على المنتجات الوسيطية التي يستخدمها العمال وزيادة أرباح المبتكر الناجح الذي يحتكر قطاع السلع الوسيطية ... كل هذا سينعكس إيجابا على وتيرة الابتكار ومعدلات النمو الاقتصادي على المدى الطويل.

وجود تأثيرات الحجم لأنشطة البحث والتطوير تتأتى من فكرة أن وجود قاعدة كبيرة للمعرفة وموارد ضخمة مخصصة للأبحاث تعكس ثلاث ميزات أساسية للمعرفة: أولا، وجود تأثيرات انتشارية زمنية للمعرفة تسمح بتراكم المعرفة في الاقتصاد وتُدعم عملية النمو الاقتصادي. ثانيا، تتميز المعرفة بخاصية عدم التنافس عليها أو إمكانية استعمال المعرفة من طرف العديد من الأفراد في نفس الوقت دون تكاليف إضافية ودون إضرار بمصلحة الأفراد جراء استخدام هذه المعرفة.[17] ثالثا، وفي كثير من الحالات تتميز المعرفة بخاصية عدم الاستبعاد، وعليه تضمن هذه الخصائص الثلاثة للمعرفة أنه "بتقديم المُبتكر (فرد، شركة، قطاع...) معرفة جديدة، لن يكون الوحيد الذي يرفع مستوى تنافسيته بل يتعداه ليرفع قاعدة المعرفة في الاقتصاد ككل، كما أنه يُساعد على إثراء جهود شركات أخرى أو مستقبلية في مجال البحث والتطوير"، لذا يُمكن القول أن أي سياسة حكومية تُشجع زيادة حجم العمالة في قطاع البحث و التطوير ستمارس تأثيرات إيجابية على معدل نمو الاقتصاد.

---

[17] - تعني طبيعة الأفكار غير المتنافس عليها أن الابتكار الذي يُمكن استخدامه عبر الاقتصاد لا يحتاج إنتاجه المزيد من الموارد في اقتصاد صغير منه في اقتصاد كبير، لذا من الطبيعي توقع مزيد من الابتكارات في اقتصاد كبير حيث تكون التكلفة نفسها لكن بمردود أكبر مقارنة باقتصاد صغير.

رغم القوة التفسيرية التي تُميز الإطار النظري لنماذج Romer حول التغير التكنولوجي الداخلي، إلا أنها تعرضت لجملة من الانتقادات بسبب عدم مقدرة البيانات المشاهدة تحمل انعكاسات تأثيرات الحجم التي تُميز هذه النماذج.[18]

في سلسلة من الأوراق البحثية، يُظهر Charles Jones (1999,1995) ثلاث أسباب لتعارض الأدلة التجريبية مع التوقعات النظرية لنماذج Romer:

1. لا تنمو الاقتصاديات الكبرى بالضرورة بشكل أسرع (رغم استفادة السوق الأمريكية الكبيرة والاقتصاديات الأوروبية من هذه الميزة خلال المراحل الأولى من الثورة الصناعية).
2. لا يشهد عدد السكان نمطا ثابتا في معظم البلدان: إذا وُجد نمو سكاني كما تدعيه نماذج النمو النيوكلاسيكي $\left(L_t = \ell^{nt} L_0\right)$ لا تُحقق نماذج النمو الداخلي ميزة النمو المتوازن بل سيشهد معدل النمو زيادة مستمرة عبر الزمن وسيبلغ نصيب الفرد من الناتج مستوى لانهائي في الزمن النهائي (حالة الانفجار).

[18] - على سبيل المثال، كشف Backus et al. (1992) أدلة ضعيفة لعلاقة معنوية بين معدل نمو نصيب الفرد من الناتج ومتغيرات الحجم ذات الصلة المذكورة في النظرية، في حين يُشير Jones (1995) أن معدلات نمو الولايات المتحدة وبلدان منظمة التعاون والتنمية الاقتصادية OECD لا تُظهر أي تغيرات مستمرة كبيرة (بل تميل للثبات أو الانعدام) رغم وجود تغير دائم في السياسات الحكومية والتي حسب نظرية النمو الداخلي ينبغي أن تمارس تأثيرا على عملية النمو.

3. تُظهر البيانات أن جزء الموارد (العمالة أو المعدات) المخصص في أنشطة R&D يزيد بشكل مستمر دون أن يُرافقه زيادة مماثلة في معدل النمو.[19]

كل هذه الحجج ضد تأثيرات الحجم يُمكن مناقشتها (على سبيل المثال الادعاء أن البلدان لا تُمثل القاعدة الصحيحة للتحليل بسبب روابط التجارة الدولية، أو أن معدل نمو الاقتصاد العالمي تزايد بالفعل خلال 200 سنة الماضية مقارنة بفترة 100 سنة الماضية)، مع ذلك تُشير هذه الملاحظات أن نماذج التغير التكنولوجي الداخلي التي تحمل تأثيرات الحجم القوية لا يجعلها "تقريبا جيدا" للواقع ما دفع Jones (1995) لتقديم نُسخة مُعَدلة لنموذج التغير التكنولوجي الداخلي لإلغاء تأثيرات الحجم تُعرف بنموذج "النمو شبه الداخلي Semi-Endogenous Growth". ورغم أن هذا التعديل لإلغاء تأثيرات الحجم يُمكن صياغته في نموذج معدات المختبر، إلا أنه سيكون من الأفضل والأسهل تعديل إطار نموذج النمو مع الآثار الانتشارية المقترح في القسم السابق-يُمكن إلغاء تأثيرات الحجم بتقليص حجم الآثار الانتشارية للمعرفة (محدودية الآثار الانتشارية).

---

[19]- **"رغم تزايد عدد العلماء والمهندسين في قطاع البحوث 5 مرات (من أقل 200 ألف إلى مليون نسمة) في الفترة ما بين 1950-1988، إلا أن نمو الإنتاجية الكلية للعوامل في نفس الفترة بقي ثابتا أو حتى سلبيا في بعض الأحيان** "(Jones 1995:762). تُخالف هذه النتيجة المعتقد السائد في نماذج النمو الداخلي (نموذج Romer (1990) و Grossman and Helpman (1991)) التي تتوقع أن أي زيادة في حجم السكان يُؤدي لرفع حجم العمالة (خمسة أضعاف) وزيادة مماثلة (خمسة أضعاف) في معدلات النمو الاقتصادي.

نظر للنموذج السابق لكن بوجود اختلافين أساسيين:

أولا، ينمو السكان بمعدل ثابت (n) وعليه $\left(\dot{L}_t = nL_t\right)$، ويضم هذا الاقتصاد أسرة نموذجية مع تفضيلات من نوع CRRA:

$$U = \int_0^\infty \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} \ell^{-(\rho-n)t} dt \qquad (11.51)$$

حيث (c) نصيب الفرد من استهلاك السلعة الأساسية في الاقتصاد، وتُعطى دالة إنتاج السلع الأساسية وفق المعادلة (11.38).

ثانيا، عكس نموذج الآثار الانتشارية الذي درسناه في القسم السابق، قام **Jones (1995)** بتعديل معادلة تكنولوجيا **R&D** (المعادلة 11.37) بافتراض أن المعرفة الحالية لا تُسهم بالقدر الكافي في خلق المعرفة الجديدة (من الصعب تطوير أفكار جديدة اعتمادا على المخزون السابق من الأفكار عبر الزمن)، أي أن قطاع **R&D** الذي يضم تأثيرات انتشارية محدودة للمعرفة يحمل خاصية عوائد الحجم المتناقصة بدلا من عوائد الحجم الثابتة الذي افترضه **Romer (1990)**، لذا نستبدل المعادلة (11.37) بـ:

$$\dot{N}_t = \eta N_t^{\phi} L_{R_t} \qquad (11.52)$$

حيث $(\phi \prec 1)$ و $\left(L_{R_t}\right)$ مستوى العمالة المخصصة في قطاع **R&D** عند الزمن (t). يُعطى إجمالي عدد السكان $\left(L_t\right)$ في الاقتصاد:

$$L_t = L_{E_t} + L_{R_t} \qquad (11.53)$$

مع $\left(L_{R_t}\right)$ مستوى العمالة في قطاع السلع الأساسية.

يتمثل الافتراض الأساسي في النموذج في وضع $(\phi \prec 1)$، لأنه في حالة $(\phi = 1)$ سنتعامل مع تحليل النموذج السابق، وبوجود نمو سكاني سيُؤدي لمسار نمو منفجر ومنفعة لانهائية للأسر النموذجية.[20]

يُعطى الناتج الكلي والأرباح وفق المعادلتان (38 .11) و (40 .11)، ويتم تعريف التوازن بشكل مماثل لما سبق. نركز الآن على مسار النمو المتوازن مع جزء ثابت من العمالة المُخصصة لـ R&D وبسعر فائدة ومعدل نمو ثابتين عبر الزمن. لتحقق شرط العرضية نفترض أن $(r \succ n)$، وعليه يُمكن كتابة شرط الدخول الحر في مسار النمو المتوازن (مع نمو موجب):

$$\eta N_t^{\phi} \frac{\pi}{r-n} = w_t \quad (11.\ 54)$$

كما قمنا سابقا، يتحدد معدل الأجر التوازني وفق جانب الإنتاج ومُعطى وفق المعادلة (43 .11). بدمج المعادلتين (43 .11) و (40 .11) في المعادلة (54 .11)، نجد شرط الدخول الحر:

$$\eta N_t^{\phi-1} \alpha \frac{L_{E_t}}{r-n} = 1$$

بمفاضلة هذه الصيغة بدلالة الزمن، نجد:

[20] - في حالة $(\phi \succ 1)$ تزيد إنتاجية مخزون الأفكار ما يعني حمل قطاع R&D خاصية تزايد عوائد الحجم بسبب طبيعة الأفكار غير المُتنافس عليها، أما في حالة $(\phi = 0)$ يُصبح مخزون الأفكار مستقلا عن مخزون الأفكار السابق ولا ترتفع الإنتاجية نتيجة ذلك.

$$\left(1-\phi\right)\frac{\dot{N}_t}{N_t}+\frac{\dot{L}_{E_t}}{L_{E_t}}=0$$

في مسار النمو المتوازن يكون جزء العمالة المخصص للأبحاث ثابتا $\left(\dot{L}_{E_t}/L_{E_t}=n\right)$، و يُصبح معدل نمو التكنولوجيا في مسار النمو المتوازن:

$$\gamma_N \equiv \frac{\dot{N}_t}{N_t}=\frac{n}{1-\phi} \qquad (11.\ 55)$$

باستخدام (11.38) و (11.55) ينمو الناتج الكلي بمعدل $\left(\gamma_N+n\right)$، وبوجود نمو سكاني في هذا النموذج ينمو نصيب الفرد من الاستهلاك عند معدل التقدم التكنولوجي:

$$\gamma_c=\gamma_N=\frac{n}{1-\phi} \qquad (11.\ 56)$$

بدلالة معادلة Euler يُمكن تحديد سعر الفائدة التوازني:

$$r=\theta\gamma_N+\rho=\frac{\theta n}{1-\phi}+\rho$$

يُظهر هذا التحليل إمكانية الحفاظ على خاصية النمو المتوازن المستديم (المستقر) لنصيب الفرد من الدخل في اقتصاد يشهد نموا سكانيا. بشكل بديهي، بدل اعتماد تأثيرات انتشارية خطية (تناسبية) في نموذج Romer، يسمح هذا النموذج بأحجام مُحددة من الآثار الانتشارية لن تكون قادرة للمحافظة على النمو المستديم طويل المدى دون نمو سكاني موجب. يتم تفسير هذه النتيجة من المنطق القائل أن النمو السكاني المستمر سيعمل على زيادة حجم سوق التكنولوجيا الجديدة و يُولد نموا من خلال

تدعيم هذه التأثيرات الانتشارية المحدودة (هذا التحليل مُشابه لنموذج Arrow مع التعلم بالممارسة كما رأيناه في الفصل التاسع).

في نموذج النمو شبه الداخلي، يتحدد معدل نمو نصيب الفرد (المعادلة 56. 11) وفق النمو السكاني والتكنولوجيا (معلمة إنتاجية مخزون الأفكار) ولا يستجيب للسياسة الضريبية أو سياسات أخرى، لكن مع ذلك ظهرت نماذج النمو الداخلي أخرى تُلغي تأثيرات الحجم بحيث يستجيب النمو التوازني للسياسات الاقتصادية، رغم أن الأمر يتطلب وضع بعض الافتراضات التقييدية.[21]

[21] - أنظر على سبيل المثال، Young (1998)، Aghion and Howitt (1998)، Dinoporlous and Thompson (1998)، Howitt (1999) و Paretto (1998).

5. النمو الداخلي وموجات التغير التكنولوجي

يؤيد التاريخ الحديث نتائج نموذج Romer في أن انطلاق العصر الجديد للنمو الاقتصادي الحديث فعليا مع أوائل القرن التاسع عشر تم دفعه أساسا بفضل الأسواق والتقدم التكنولوجي، لكن على ما يبدو تلك الانطلاقة لم تشمل جميع أجزاء العالم: زاد نصيب الفرد من الدخل بشكل مستمر منذ أكثر من 200 عام لكن بشكل غير متكافئ في مختلف مناطق العالم، بل لم يصل عدد قليل من أفقر البلدان في العالم بعد لمرحلة إقلاع النمو الاقتصادي الحديث التي شهدتها بلدان أخرى قبل قرنين من الزمن.

يتميز "رواد التكنولوجيا Technological Leaders"بتوليد نوع خاص من النمو الاقتصادي المدفوع بالتقدم التكنولوجي القوي أو كالذي تحدث عنه Romer، حيث يميل التقدم المحرز في إحدى التكنولوجيات لتحفيز تحسينات تكنولوجيات أخرى أيضا عن طريق خلق ابتكارات جديدة وتوليفة من العمليات الجديدة. على سبيل المثال، بعد أن اخترع James Watt مُحرك البخار المُحَسن عام 1776، عرفت قطاعات النسيج والسكك الحديدية، السفن البخارية وإنتاج الصلب وعدد من قطاعات أخرى لا تُحصى توسعا وتحسنا كبيرين، وأصبح كل قطاع من هذه القطاعات مصدرا خاصا مُولدا للتقدم التكنولوجي مما حفز المزيد من التقدم التكنولوجي.

سبق أن سمينا هذا النوع من النمو بـ"النمو الداخلي" و يعني مصطلح "داخلي" أي شيء ينشئ داخل النظام و ليس خارجه، أما النمو الداخلي يُعبر عن التقدم التكنولوجي الذي ينبثق عن أعمال داخلية في الاقتصاد. في أبسط وصف له يُؤدي التقدم التكنولوجي لرفع GDP والذي بدوره يخلق حوافز القيام بالمزيد من الابتكار لأن مستوى GDP المرتفع سيتيح إمكانية أكبر لتحقيق أرباح عالية من بيع المنتجات والعمليات الجديدة، بدورها ترفع هذه الابتكارات الجديدة مستوى GDP أكثر ما يحفز الابتكارات مرة أخرى، وتلك الابتكارات تتجمع بطرق جديدة تُؤدي لظهور أنواع جديدة من المعدات والآلات والصناعات وتقنيات التصنيع.

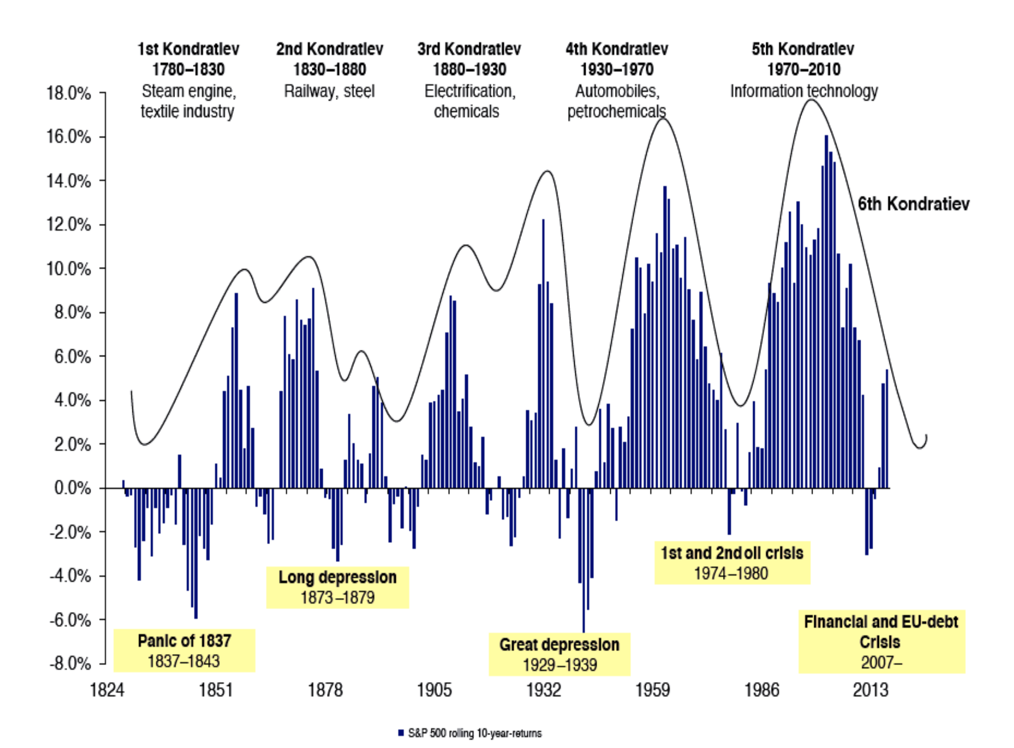
يرى الاقتصاديون أن النمو الداخلي "عملية ديناميكية متزايدة وواسعة النطاق في اقتصاد مكون من سلسلة ردود أفعال": تُحفز الابتكارات المزيد من الابتكارات وتُحافظ على حيوية عملية النمو تماما كما هو الحال في تفاعل سلسلة نووية. تمثل الآلية الأساسية أن خلق ابتكارات جديدة يُؤدي لنمو GDP والذي بدوره يزيد قدرة السوق على شراء المزيد من الابتكارات، ثم سيسعى المخترعون المحتملون الآخرون لتوسيع أنشطتهم في مجال R&D بحثا عن ابتكارات مربحة، وبعد أن تُثبت بعض جهود R&D نجاحها سيرتفع مستوى GDP أكثر وتُحفز أنشطة R&D بشكل أكبر...تستمر هذه العملية في سلسلة من ردود الأفعال المُكونة من الابتكار، النمو الاقتصادي ومن ثم مزيد من الابتكار. من جانب آخر، تستند عملية الابتكار على

إمكانية دمج مختلف الابتكارات لإنتاج ابتكارات جديدة: بدأت الثورة الصناعية بالمحرك البخاري وتقدم إنتاج الحديد اللذان سمحا بانفجار ابتكار أنواع أخرى للآلات الثقيلة بما في ذلك السكك الحديدية، بواخر المحيط وفي نهاية المطاف تكنولوجيا السيارات على أساس مُحرك الاحراق الداخلي.

منذ بداية الثورة الصناعية كانت هناك موجات من التغير التكنولوجي غالبا ما تتجمع معا بسبب الحوافز الناجمة عن تزايد حجم السوق وإمكانية أنشطة R&D للجمع بين التكنولوجيات الجديدة: نتكلم هنا عن عصر البخار والكهرباء، عصر السيارات والطائرات وما إلى ذلك. هناك عدد من النظريات بحثت حول موجات التغير التكنولوجي لكن أهمها بدون أدنى شك والأكثر تأثيرا في التاريخ الاقتصادي هي نظرية المفكر الاقتصادي الروسي Nikdai Kondratiev الذي عمل أثناء الثورة الروسية على أعظم أعماله "الدورات الاقتصادية الرئيسية" المنشورة عام 1925. تمثل فكرة Kondratiev الرئيسية في اعتبار التنمية الاقتصادية عملية مدفوعة بموجات كبيرة من التغير التكنولوجي الكبير والتي يعود تاريخها للثورة الصناعية، واعتبر Kondratiev هذه الموجات الطويلة من التغير التكنولوجي إحدى المحركات الرئيسية للتقدم التكنولوجي ومصدرا للأزمات الاقتصادية أيضا خاصة عندما تصل ديناميكية نمو دورة أعمال واحدة إلى نهايتها دون أن تجمع الموجة التكنولوجية المقبلة قواها بعد.

حاليا، يُحدد أنصار Kondratiev بشكل عام أربعة إلى ستة موجات طويلة من التغيير التكنولوجي يتم تسليط الضوء على إحداها من خلال الشكل (1. 11). في هذا الجانب، نؤكد أن اختلاف الباحثين حول توقعات Kondratiev ينبع من اختلاف توقيت وتسمية تلك الموجات التكنولوجية.

تتمثل أول موجات Kondratiev في فترة اختراع واستخدام "المحرك البخاري" على نطاق واسع بين عامي 1780 إلى 1830...نعم لا جدال حول هذا التصنيف لأن الُمحرك البخاري يُعد أول تقدم حقيقي للنمو الاقتصادي الحديث. وتتمثل الموجة الثانية للطفرة التكنولوجية في الانفجار الكبير لقطاع بناء السكك الحديدية وإنتاج الصلب ويرجع تاريخها لحوالي 1830 وبنيت أساسا على مُحرك البخار وصناعة المعادن المتنامية وتطور الدقة الهندسية. استطاعت هذه التكنولوجيات تحويل الاقتصاديات الوطنية والاقتصاد العالمي عن طريق خفض تكاليف النقل بشكل كبير وقدرتها على ربط الأسواق البعيدة، كما أصبح بالإمكان الآن شحن السلع الأولية (كإمدادات الفحم أو إنتاج الحبوب والأخشاب عبر البحار) بصورة مُربحة وتداولها في الأسواق الدولية.



الشكل (1. 11). موجات Kondratiev للتغير التكنولوجي.

ثالث موجة للتكنولوجيا هي عصر الكهرباء والذي مر بحد ذاته بمراحل فرعية عديدة: من الاكتشافات الرئيسية لفيزياء الكهرباء تعود لنهاية القرن الثامن عشر ونصف الأول من القرن التاسع عشر على يد Benjamin Franklin وMichael Faraday، إلى الفهم الأولي للمبادئ الكهرومغناطيسية، بعد ذلك قام Thomas Edison وGeorge Westinghouse وآخرون بتطبيق تلك المعرفة العلمية المتنامية في مجال الكهرباء وقدموا لنا الإضاءة الكهربائية والمصابيح المتوهجة في شوارع

المدينة ثم الكهرباء في المنازل والمصانع، كما أدى توليد الكهرباء عن طريق التوربينات البخارية التي تعمل بالفحم والطاقة الكهرومائية لخلق صناعة جديدة لتوليد الطاقة الكهربائية.

حدثت الموجة التكنولوجية الرابعة خلال الفترة 1880 إلى 1930 أو ما يعرف بعصر السيارات التي وسعت بشكل كبير النقل الجماعي للأفراد وسمحت بنمو المدن الكبرى والصناعات الكيميائية عن طريق جلب المواد الجديدة بما في ذلك المتفجرات، الأسمدة الكيميائية، الأصباغ ومركبات كيميائية كالبلاستيك مثلا. يٌمكن للمرء أن يضيف لهذه الموجة عصر الطيران الحديث خلال النصف الأول من القرن العشرين: ففي الوقت الذي تطورت فيه تكنولوجيا السيارات بما في ذلك مٌحرك الاحراق الداخلي بداية النصف الثاني من القرن التاسع عشر، بدأ التوسع الحقيقي الهائل في أوائل القرن العشرين بفضل نموذج T عام 1908 الذي بُني بتكلفة منخفضة مع ابتكار Henry Ford لخط التجميع الحديث التي أثرت على قدرة الصناعات في الإنتاج الضخم للسيارات و الشاحنات، و بدوره أحدث تغييرا عميقا في الطريقة التي نعيش بها، أين نعيش و كيف نُنتج السلع و بطبيعة الحال كيف نقوم بشحن السلع و تداولها في الاقتصاد.

الموجة الخامسة في هذا التصنيف تٌعود لحوالي عام 1970 لكن بجذور تعود إلى أبعد من ذلك: إنها موجة تكنولوجيا المعلومات والاتصال (ICT) التي ظهرت بفضل

الثورة الرقمية. في الأساس، بنيت الثورة الرقمية على فكرة إمكانية تخزين المعلومات المعقدة على شكل 0 و1 bits (فتات) وأن هذا الفتات من المعلومات يُمكن معالجتها ونقلها بسرعة ودقة لا يُمكن تخيلها عبر اختراعات جديدة كـ "ترانزستورات Transistors" (لمعالجة وتخزين المعلومات) والألياف البصرية (لإرسال كميات هائلة من المعلومات). وقد أدى عصر ICT لظُهور "اقتصاد المعرفة Knowledge Economy" الجديد الذي يُمكنه تخزين كمية البيانات ومعالجتها ونقلها على المستوى العالمي، ليتم استخدامها في كل قطاع من قطاعات الاقتصاد (التعليم، الصحة، التمويل، الترفيه، الإنتاج، الخدمات اللوجستية، الزراعة والكثير من المجالات الأخرى).

مكن اختراع وانتشار الهواتف المحمولة (الآن الهواتف الذكية والأجهزة المحمولة الأخرى) من جعل ICT ثورة متنقلة يُمكن للمعلومة فيها أن تصل بسهولة إلى كل زاوية وركن من كوكب الأرض. وبربطها مع التقدم المحرز في علوم الفضاء (لاسيما نظم الأقمار الصناعية) أصبحت ICT تتيح تقدما أكبر في تحديد المواقع الجغرافية، رسم الخرائط، التخطيط المكاني وعدد لا يُحصى من التطبيقات الأخرى حول المعلومات الجغرافية، إضافة للقدرة على نقل تلك المعلومات عبر الأقمار الصناعية، الألياف البصرية وأجهزة الميكروويف...نعيش حاليا عصر ثورة المعلومات المتنقلة. في الثمانينات، كانت جميع الهواتف ترتبط بخطوط أرضية ثابتة وأغلب سكان

العالم لا يملكون هاتفا، لكن بدءا من عام 1990 كان هناك حوالي 50 مليون مشترك في الهاتف الخلوي كلهم يعيشون في البلدان ذات الدخل المرتفع، واعتبارا من عام 2014 هناك ما يقرب من 7 مليار مشترك في الهاتف النقال وحوالي مليار مستخدم للهاتف الذكي وبالإمكان حاليا أن تصل الهواتف المتنقلة للقرى النائية في العالم. من المتوقع بحلول عام 2025 أن تقع معظم مناطق العالم ضمن نطاق اللاسلكي العريض للإنترنت-تلك الأعجوبة التكنولوجية التي مكنت تداول المعلومات بشكل فوري ومتاح (أو على الأقل يُمكن الوصول إليها) في جميع أجزاء المجتمع العالمي تقريبا.

هل ستكون هناك موجة Kondratiev أخرى للتغير التكنولوجي قريبا؟ نعم نحتاج الآن لموجة "التكنولوجيا المستدامة Sustainable Technology"(طرق جديدة لإنتاج وتعبئة الطاقة ونقل الأشخاص والسلع) لتخفيض الضغوط البشرية الضخمة والتدمير الذي يُسببه الإنسان على النظام البيئي للأرض. إن تحفيز هذه الموجة السادسة (موجة التكنولوجيا المستدامة) تُعتبر عنصرا أساسيا لتحقيق التنمية المستدامة ونحن بحاجة اليوم قبل أي وقت مضى لتعزيز هذه الموجة العظيمة القادمة، ولحسن الحظ من شأن التغييرات والتطورات الحاصلة في الموجة الخامسة أن تكون مفيدة لتفعيل هذه الموجة المقبلة: تقدم كفاءة الطاقة، المواد المستدامة، تكنولوجيا النانو، مجال الكيمياء المستدامة وإنتاج الغذاء سيستفيد منه الجميع بشكل هائل بفضل التقدم المحرز في علوم الحاسوب وتكنولوجيا المعلومات.

6. حدود نماذج توسيع الأصناف

قدمنا في هذا الفصل نماذج نمو داخلي من نوع توسيع أصناف المنتجات يتم قيادة النمو فيها عن طريق الابتكارات التي تخلق أصنافا (مدخلات) جديدة في عملية الإنتاج، ما يعني تحديد نمو الإنتاجية عبر زيادة تخصص العمال الذين يعملون بعدد متزايد من المدخلات الوسيطية إلى جانب الآثار الانتشارية للأبحاث التي من خلالها يستفيد مبتكر جديد من مخزون الحالي للابتكارات في المجتمع. استطاعت هذه النماذج نمذجة التقدم التكنولوجي داخليا (كيف تتطور تكنولوجيا الاقتصاد عبر الزمن) كتوسيع لأصناف متنوعة من السلع الوسيطية المستخدمة من قبل المنتجين و ربطها بحوافز الأرباح الاحتكارية التي تُشكل قرارات الباحثين (المخترعين)حول الإنفاق و الاستثمار في مجال R&D- صحيح أن الأفكار غير مُتنافس عليها لأن المخترعين الجدد يُمكنهم استخدامها بحرية في أنشطتهم البحثية، لكنها في نفس الوقت قد تكون مُستبعَدة لأن كل مبتكر جديد يُكَافَئ بسلطة (أرباح) احتكارية تُحفز الأنشطة البحثية الهادفة لاكتشاف أنواع جديدة.

تُظهر نماذج Romer لتوسيع الأصناف نقطة أساسية في التحليل تتمثل في طريقة تخصيص السوق للموارد، حيث يكون هذا التخصيص مرتبطا بالقرار المتعلق بحجم الاستثمار (الإنفاق والعمالة) الواجب تخصيصه للبحوث مقابل الإنتاج. كما أوضحنا، مثلت الأرباح المرتبطة بشركات السلع الوسيطة الجديدة الدافع الرئيسي

وراء ظهور قيمة براءات الاختراع لأنواع (تصاميم) جديدة من السلع الوسيطة وبدورها حفزت القيام بنشاط R&D، وعليه تُوفر الأرباح (في إطار المنافسة الاحتكارية) العائد من الأبحاث وتُعد ضرورية لتحقيق النمو الاقتصادي المُطرد.

عند مستويات عديدة، هناك تشابه كبير بين النماذج المدروسة في هذا الفصل و نموذج Romer (1986) ذو الآثار الانتشارية في الفصل التاسع: يشترك النموذجان بنية رياضية مشابهة لنماذج AK النيوكلاسيكية (ثبات معدل نمو نصيب الفرد و عدم وجود ديناميكية انتقالية)، و كلاهما يُولد نموا داخليا كدالة تابعة للتفضيلات و السياسات بما في ذلك الاستعداد للادخار، مستوى دالة الانتاج (التكنولوجيا)، تكلفة R&D و حجم الاقتصاد (مقاسا بكمية عامل إنتاج ما ثابت كالعمالة أو رأس المال البشري)، و تعمل التأثيرات الخارجية (المالية و التكنولوجية) على جعل معدل النمو التوازني(و الخيارات ذات الصلة حول كميات السلع الوسيطية المستخدمة في الإنتاج) أقل من معدل النمو الأمثل من نوع Pareto.

في المقابل، هناك مظاهر عديدة لأوجه الاختلاف بين نموذج Romer (1986) ونموذج التغير التكنولوجي الداخلي المقدم في هذا الفصل: رغم أن نموذج Romer (1986) ينطوي على "تراكم المعرفة" إلا أن هذا التراكم ليس نتاج نشاط اقتصادي هادف، بل نتاج ثانوي لقرارات أخرى (متعلقة بتراكم نصيب الفرد من رأس المال المادي). صحيح أن هذا النموذج يقوم بتدخيل التكنولوجيا إلا أنه يقوم بذلك دون

تحديد تكاليف وفوائد الاستثمار في التقنيات الجديدة. رأينا في الفصل الثالث أن الاختلافات التكنولوجية بين البلدان تُمثل عاملا حاسما في تقدير حجم فروق مستويات الدخل عبر البلدان، لذا يُمثل فهم مصادر تلك الاختلافات التكنولوجية جزءا أساسيا من جهودنا لفهم آليات النمو الاقتصادي، لذلك في الوقت الذي عجزت فيه نماذج النمو النيوكلاسيكي (Solow-Swan و RCK) شرح مصادر هذه الاختلافات التكنولوجية، استطاعت النماذج المقدمة في هذا الفصل تدخيل معدل التغير التكنولوجي و سد الفجوة الكبيرة الموجودة في النظريات، إلى جانب أنها تُشكل تقدما كبيرا للأمام مقارنة بنماذج النمو الداخلي من الجيل الأول.

لكن مع ذلك، تمثل إحدى القيود أمام هذا النموذج في محدودية تأثير هيكل السوق على معدل النمو التوازني ومعدلات الابتكار لحد ما، لأن إطار تحليل Spence-Dixit-Stiglitz وأصناف المدخلات يَحُدان مدى قدرة الشركات على منافسة بعضها البعض. من جانب آخر، لا تأخذ هذه النماذج بعين الاعتبار دور الخروج والدوران في عملية النمو الذي يُشير إليها Schumpeter بمصطلح "التدمير الخلاق"-يضر خروج الأصناف بالنمو في هذا النموذج لأنه يُقلل تخصص المدخلات، مع ذلك تُشير الأعمال التجريبية لوجود علاقة ارتباط قوية بين نمو الإنتاجية وخروج ودوران الشركات والمُدخلات. في الفصل المقبل، نقدم نموذجا

بديلا للتغير التكنولوجي الداخلي يُظهر خاصية الخروج والتدمير الخلاق ويُسلط الضوء على التفاعل بين هيكل السوق والنمو التوازني.

هناك عيوب هامة أخرى في هذه النماذج (ونموذج الفصل المقبل) تتمثل في تحديدها لمخزون تكنولوجيا مجتمع ما فقط بأنشطة R&D الخاصة بها، وتنتج الاختلافات التكنولوجية ببساطة عن اختلاف حجم أنشطة R&D فقط. لكن في عالمنا الواقعي الذي يتسم بتدفقات المعرفة الحرة نسبيا، لا تقوم العديد من البلدان فقط بتوليد المعرفة التكنولوجية من أنشطة R&D الخاصة بها (محليا) بل تستفيد أيضا من حدود التكنولوجيا العالمية عن طريق تبني وتقليد التكنولوجيا من الخارج، وبالتالي قد تكون قرارات تبني التكنولوجيا وأنماط نشر التكنولوجيا مهمة في الممارسة العملية بنفس القدر أو حتى أكثر أهمية من تبني قرارات R&D لاختراع تكنولوجيات جديدة. لا يتمثل الاسهام الرئيسي للنهج الذي تم دراسته في هذا الفصل في التحديد الدقيق للاختلافات التكنولوجية عبر البلدان، بل في تأكيده على الطبيعة الداخلية للتكنولوجيا واسهامها في توفير إطار نظري لنمذجة قرارات الاستثمار في مجال التكنولوجيا. إضافة لذلك، حتى لو كان تبني التكنولوجيا وتقليدها أكثر أهمية من الابتكار المحلي من أجل نمو بعض البلدان، تُصبح نماذج التغير التكنولوجي الداخلي ضرورية لفهم النمو الاقتصادي العالمي حيث تتقدم حدود التكنولوجيا العالمية (لحد كبير) بسبب أنشطة R&D.

الفصل الثاني عشر

التغير التكنولوجي الداخلي (II):

النماذج الشومبترية

قدمنا في الفصل السابق نماذج التغير التكنولوجي الداخلي القائم على توسيع أصناف المدخلات أو الآلات التي تُظهر جوانب معينة و هامة لاقتصاديات الابتكار: نظر Romer للتقدم التكنولوجي أنها زيادة عدد أصناف السلع الوسيطة، و أظهر كيف تحدث هذه الزيادة نتيجة سلوك تعظيم الأرباح من قبل المبتكرين و الشركات، لكن معظم الابتكارات في الممارسات العملية إما أنها تزيد من جودة (نوعية) المنتوج الموجود حاليا أو تُقلل تكاليف الإنتاج ما يدل أن ابتكارات الممارسات العملية تتميز بعدد من الخصائص المُميزة عن تلك الابتكارات الأفقية التي رأيناها في الفصل السابق. ما يجب مُلاحظته حول نماذج توسيع الأصناف أنه بمجرد اختراع صنف سلعة وسيطة سيبقى هذا الصنف قيد الاستخدام للأبد: إذا طبقنا هذه الفكرة سنتوقع استخدام المحركات البخارية جنبا لجنب مع المحركات الكهربائية، ونتوقع

أيضا استخدام جهاز كمبيوتر تم اختراعه حديثا جنبا لجنب مع جميع النسخ السابقة لأجهزة الكمبيوتر، لكن ما نراه في الواقع أن المحركات البخارية استُبدلت بالمحركات الكهربائية في عملية الإنتاج وغالبا ما يحل جهاز الكمبيوتر تم اختراعه حديثا محل النُسخ الموجودة. وعلى هذا الأساس، قد لا تُوفر نماذج توسيع الأصناف وصفا جيدا لديناميكية الابتكار في الممارسات العملية لأنها لا تلتقط جوانب الابتكار التنافسية.

يُطور هذا الفصل نموذجا بديلا ومُكملا للنمو الداخلي يتم فيه تحديد النمو عبر سلسلة عشوائية من الابتكارات (العمودية) المُحسنة لنوعية أو إنتاجية كل صنف من المدخلات الحالية المستخدمة في عملية الإنتاج.[1] هذا النموذج مستوحى من نظرية التنظيم الصناعي الحديثة التي تُصور الابتكار كبعد مهم للمنافسة الصناعية، وتنقلنا هذه الجوانب التنافسية لعالم "التدمير الخلاق الشومبتيري" أين: (1) يتم فيه توليد النمو الاقتصادي عن طريق الابتكارات، (2) خلق الابتكارات نتيجة تبني المقاول (المُحَفز بأفاق الريع الاحتكاري المحتمل) قرارات الاستثمار في الأبحاث و (3) تحل الابتكارات الجديدة (الشركات الجديدة) محل التقنيات القديمة في السوق. لاحظ أن البُعد الأخير ربما يُمثل نقطة الاختلاف بين هذا النهج ونهج توسيع الأصناف لأنه

---

[1] - في الفصل السابق قمنا بنمذجة التقدم التكنولوجي كزيادة (N) عدد أصناف المنتجات: فكر في هذه الزيادة أنها ابتكارات قاعدية يُساوي مجموعها أنواعا جديدة من السلع أو طرق الإنتاج، في المقابل تنطوي زيادة نوعية المنتجات الحالية على سلسلة مستمرة من التحسينات والتصفيات للسلع والتقنيات، لذا يُكمل تحليل هذا الفصل مناقشة الفصل الحادي عشر.

يُجسد القوة التي أطلق عليها Joseph Schumpeter (1942) اسم "التدمير الخلاق": أي ابتكار يدفع النمو عبر خلق تكنولوجيا جديدة يُدمر أيضا نتائج الابتكارات السابقة بجعلها متقادمة، ما يعني أن النوعيات المختلفة لصنف معين من المدخلات الوسيطية هي بدائل كاملة (قابلية إحلال تام) بالمعنى الذي يُؤدي فيه اكتشاف درجة أعلى من النوعية لإخراج الدرجات السفلية بشكل تام من عملية الإنتاج. لهذا السبب، يميل الباحثون الناجحون على طول بُعد النوعية للقضاء أو تدمير القوة (الأرباح) الاحتكارية لأسلافهم أو منافسيهم في السوق.[2] على هذا الأساس، يُشار للنماذج التي تتم مناقشتها في هذا الفصل باسم "نماذج النمو الشومبترية"-هدفنا في هذا الفصل تقديم هذا النوع من نماذج النمو بشكل مبسط.

على مدار ثلاثين سنة الماضية،[3] تطورت نظرية النمو الشومبترية إلى إطار متكامل لا يهتم فقط بفهم هيكل الاقتصاد الكلي للنمو فحسب بل أيضا تفسير عدد من قضايا الاقتصاد الجزئي المتعلقة بالحوافز، السياسات والمنظمات التي تتفاعل مع

---

[2] - على عكس ذلك، في تحليلنا لنماذج توسيع الأصناف افترضنا أن الأنواع الجديدة من السلع الوسيطية لا تتفاعل مباشرة مع القديمة (استخدمنا صيغة الدالة الوظيفية المقترحة من قبل Spence (1976) أين تدخل المدخلات الوسيطية بطريقة منفصلة وبشكل إضافي) لذا إدخال نوع جديد من السلع لا يجعل أي سلعة قديمة بالية (متقادمة).

[3] - يُعتبر عمل Segerstrom et al. (1990) أول محاولة لإدراج النهج الشومبتري في نظرية النمو الداخلي يهدف لنمذجة النمو المستديم أنها زيادة تحسين نوعية المُنتجات المتتابعة لعدد ثابت من القطاعات، لكن دون إدراج عدم اليقين في عملية الابتكار.

النمو الاقتصادي: من يكسب ويخسر جراء الابتكارات. تعتمد هذه العوامل على خصائص كحماية حقوق الملكية، المنافسة، الانفتاح، التعليم والديمقراطية وما إلى ذلك، وبدرجات متفاوتة على المراحل المختلفة لمستويات التنمية عبر البلدان أو القطاعات. شهدت السنوات الأخيرة جيلا جديدا من نماذج النمو الشومبترية تُركز على ديناميكية الشركة وعملية إعادة تخصيص الموارد بين الأعوان الحاليين والوافدين الجدد،[4] ويُمكن تقدير هذه النماذج بسهولة باستخدام البيانات الجزئية على مستوى الشركة التي تُوفر أيضا مجموعة غنية من أدوات المجالات التجريبية أخرى نحو الاقتصاد الكلي والنمو الداخلي.

تُشير نماذج الابتكار العمودي لعدد من الجوانب الوضعية والمعيارية ذات الصلة بخاصية التدمير الخلاق: فمن الجانب الوضعي، تنطوي على علاقة سلبية بين الأبحاث الحالية والمستقبلية ما يُؤدي لوجود توازن وحيد للحالة المستقرة (أو النمو المتوازن). أما من الجانب المعياري، رغم خلق الابتكارات الحالية آثارا خارجية موجبة (الوقوف على الأكتاف) للأبحاث المستقبلية، إلا أنها أيضا تُمارس تأثيرات خارجية سلبية (الدوس على الأقدام) على المنتجين الحاليين أو تأثير "سرقة الأعمال Business Stealing" الذي يدفع الشركات لإجراء المزيد من البحوث أكثر مما هو

[4] -أنظر على سبيل المثال: Klette and Kortum (2004) , Lentz and Mortensen (2008), Akcigit and Kerr (2010) , Acemoglu et al.(2013).

عليه عند المستوى الأمثل اجتماعيا، ما يعني إمكانية الإفراط في الابتكار والنمو في ظل اقتصاد السوق، وهو احتمال لم يتم إدراجه في نماذج النمو التي تم استطلاعها في الفصل السابق.

في هذا الفصل، نقوم بوصف أساسيات الإطار الشومبتري بناءا على نماذج أساسية للابتكارات التنافسية التي اقترحها لأول مرة Aghion and Howitt (1992) في عملهم "نموذج للنمو عن طريق التدمير الخلاق A Model of Growth Through Creative Destruction" وتم تطويرها أيضا من قبل Grossman and Helpman (1991) ولاحقا Aghion and Howitt (1998) من بين آخرين.

1. التدمير الخلاق

في عام 1942، أشار Joseph Schumpeter في كتابه "الرأسمالية، الاشتراكية والديمقراطية Capitalism, Socialism and Democracy" أن العملية الاقتصادية تحدث عبر ما سماها عملية "التدمير الخلاق Creative destruction". وفق Schumpeter، يُعتبر المُقاول (المنظم Entrepreneur) الذي يملك فكرة حول مُنتج جديد، طريقة جديدة لإنتاج مُنتج قديم أو بعض الابتكارات الأخرى "القوة المُحركة" لهذه العملية، وعندما تدخل شركة المُقاول السوق فإنها تتميز بدرجة معينة من القوة الاحتكارية بفضل ابتكارها. حقيقة، إن ميزة الأرباح الاحتكارية لدخول الشركة الجديدة للسوق تُعتبر أمرا جيدا بالنسبة للمستهلكين الذين يستمتعون

بأصناف متنوعة من التفضيلات، لكنها في المقابل أيضا سيئة بالنسبة للمنتجين المنافسين الحاليين الذين يجدون صعوبة في منافسة هذا الوافد الجديد: إذا كان المُنتج الجديد أكثر كفاءة من القديم فمن الممكن أن يخرج المنتجون الحاليون من مجال الأعمال عبر الزمن، و تبقى هذه العملية تُجدد نفسها كل دورة.[5]و بالتالي، يُصبح المُقاول صاحب الشركة مُنتجا حاليا محتكرا بربحية عالية حتى يتم استبدال منتوجه بمُقاول آخر يملك جيلا آخر من الابتكارات. ويخلص Schumpeter أن استمرار عملية "التدمير الخلاق" يسمح بزيادة ناتج شركة المقاول كما أن إمكانية التمتع بالأرباح الاحتكارية سيخلق حافزا لدى شركات منافسة للاستثمار في أنشطة R&D والابتكار لتستمر العملية عبر الزمن. على ذلك، تُؤدي زيادة أنشطة R&D في الاقتصاد لخلق تأثيرات خارجية إيجابية وتقليص تكاليف أنشطة R&D الشركة الفردية. ونتيجة لذلك، يُحقق الاقتصاد نموا سريعا نتيجة زيادة رأس المال المعرفي وأنشطة R&D.

" تقوم هذه الثورات بإعادة تشكيل الهيكل الحالي للصناعة عبر إدخال طرق جديدة للإنتاج– المصنع الميكانيكي، المصنع الكهربائي، التوليف الكيميائي و ما شابه ذلك؛ سلع

---

[5] - كتب Schumpeter (1942: 82-83) **" [رأسمالية السوق] هي بطبيعتها شكل أو وسيلة للتغيير الاقتصادي و لا يمُكنها أبدا أن تبقى ثابتة إلى الأبد.....الحافز الأساسي الذي يدفع المحرك الرأسمالي و يُبقي عليه يتأتى من السلع الاستهلاكية الجديدة، طرق جديدة للإنتاج أو النقل، الأسواق الجديدة و الأشكال الجديدة للتنظيم الصناعي الذي تخلقه المؤسسة الرأسمالية". إن نشاط السوق " يُحدث ثورة مستمرة في الهيكل الاقتصادي من الداخل، ويدمر بلا هوادة الهيكل القديم وتخلق هيكلا جديدا. إن عملية التدمير الخلاق هي الحقيقة الأساسية حول الرأسمالية".**

جديدة كخدمة السكك الحديدية، السيارات، الأجهزة الكهربائية؛ أشكال جديدة من التنظيم كحركة الاتحاد؛ مصادر جديدة للتوريد- صوف La Plata، القطن الأمريكي، نحاس Katanga؛ طرق و أسواق تجارية جديدة للبيع و ما إلى ذلك...و بالتالي، هناك فترات طويلة من ارتفاع و انخفاض الأسعار، أسعار الفائدة، العمالة و ما إلى ذلك و التي تُشكل هذه الظواهر جزءا من آلية هذه العملية للتجديد المتكرر للجهاز الإنتاجي.

الآن هذه النتائج في كل مرة تتكون في انهيار السلع الاستهلاكية التي تعمل على تعميق وتوسيع تيار الدخل الحقيقي بشكل دائم رغم أنها في المقام الأول تُحدث اضطرابات، خسائر وبطالة. العملية الرأسمالية، ليس عن طريق الصدفة ولكن بحكم آليتها، ترفع تدريجيا مستوى حياة الجماهير. وهي تقوم بذلك عبر سلسلة من التقلبات التي تتناسب شدتها مع سرعة التقدم، لكنها تفعل ذلك بشكل فعال" (Schumpeter 1942: 68).

إن التدمير الخلاق (تلك العبارة المتناقضة) هي التي تولد النمو الاقتصادي والنمو الاقتصادي هو الكأس المقدسة (Holy Grail) للنشاط الاقتصادي: يحدث النمو كما أشار إليه Schumpeter عن طريق الإنتاج من قبل أشخاص جدد، أو في أماكن جديدة أو بطرق جديدة أو بأشياء جديدة تماما-أو من خلال بعض هذه الأشياء أو كلها. هذا يخلق المزيد والمزيد من الطعام، المأوى، الملابس، الأدوات وجميع الأشياء الأخرى التي يحتاجها البشر ويريدونها. لكن في المقابل، التدمير الخلاق له عواقب سياسة وخيمة – التدمير الخلاق يعني خلق لكن أيضا تدمير وظائف، شركات وقطاعات اقتصادية بأكملها والعادات التي تصاحبها...هذا يعني أنه لا ينبغي حماية الصناعات المتدهورة، بل على عكس ذلك ينبغي تشجيع استبدال

الشركات والصناعات الحالية بالقادمين الجدد كمحرك للابتكار والنمو الاقتصادي.[6] ويبدو أن أطروحة Schumpeter أن هناك فائزون وخاسرون جراء التقدم التكنولوجي مدعومة بعدد من الحقائق التاريخية: على سبيل المثال، في إنجلترا أوائل القرن التاسع عشر كان اختراع الآلات التي تُنتج المنسوجات أهم ابتكار آنذاك استخدمت عمالا غير ماهرين بأسعار منخفضة. صحيح أن هذا التقدم التكنولوجي كان مفيدا للمستهلكين الذين أصبح بإمكانهم الحصول على الملابس بأخفض الأسعار، لكن في المقابل هددت هذه التكنولوجيا الجديدة ازدهار أعمال الخياطين الماهرين في إنجلترا آنذاك حتى وصل بهم الأمر القيام بتنظيم ثورات عنيفة وقام العمال المشاغبون أو "اللاضيون Luddites" بتحطيم آلات النسيج المُستخدمة للصوف ومطاحن القطن وحرق منازل أصحاب المطاحن. اليوم، يُطلق مصطلح "لاضي" على كل من يُعارض التقدم التكنولوجي.

[6] - أثبت تطبيق هذه الفلسفة أنه أمر صعب، لأنه يعتمد على آلية التعديل التي من خلالها سيجد الموظفون المسرحون من الصناعات المتدهورة وظائف في الصناعات الجديدة. في أوروبا، تعد حركة تنقل العمالة (جغرافيا وقطاعيا) محدودة ويُصاحب إعادة تخصيص القوى العاملة عموما خسائر كبيرة في الأجور. علاوة على ذلك، يكون تدمير الوظائف فوريا في حين أن "خلق الوظائف" تتم بوتيرة بطيئا. هذا يجعل مثل هذا التعديل مؤلما اجتماعيا ومثيرا للجدل سياسيا. في الواقع، الجزء الإبداعي من التدمير الخلاق يخلق سلعًا جديدة وعمليات مبتكرة ووظائف أفضل؛ في حين يقضي الجزء المدمر من التدمير الخلاق على بعض السلع والعمليات والوظائف القديمة. إحدى الاستنتاجات الرئيسية هو أن الآثار الجيدة للجزء "الإبداعي" من التدمير الخلاق قد تم الاستهانة بها، وأن الآثار السيئة للجزء "المدمر" من التدمير الخلاق تم تقديرها (Diamond 2019).

إحدى الأمثلة المفيدة حول عملية التدمير الخلاق تُعبر عنه تجارة التجزئة للعملاق الأمريكي "شركة Walmart": قد تبدو تجارة التجزئة نشاطا ساكنا نسبيا لكنها حقيقة شهدت معدلات كبيرة من التقدم التكنولوجي على مدى العقود الماضية. على سبيل المثال، عبر تحسين مراقبة المخزون، أساليب التسويق وأداء موظفي الإدارة والتقنيات استطاعت Walmart خلق طرق جديدة لجلب السلع للمستهلكين بأقل تكلفة مقارنة بتجار التجزئة التقليديين. حتما ستصب هذه التغييرات في مصلحة المستهلكين الذي أصبح بإمكانهم شراء السلع بأسعار منخفضة، وكذا مصلحة المُساهمين في الشركة أيضا الذين يتقاسمون الربحية، لكنه في المقابل سيُؤثر عكسيا على المخازن الصغيرة التي تجد صعوبة في منافسة Walmart عندما يفتح في مكان قريب.

لمواجهة مشكلة كونك ضحية التدمير الخلاق، عادة ما يلجأ المُنتجون المحليون للسلطة السياسية لوقف دخول المنافسين الجدد الأكثر كفاءة (شركة Huawei الصينية في السوق الأمريكية): لأن النمو الاقتصادي الذي يقوده السوق يخلق فائزين و خاسرين، يُدافع الخاسرون عن أنفسهم عن طريق تصعيد المقاومة السياسية كلما اعتقدوا أن هذا النمو سيؤذيهم بنفس الطريقة التي يُنتج فيها نظام جهاز المناعة البشري الأجسام المضادة استجابة لدخول البكتيريا و الفيروسات- هذا الرد العنيف ضد قوة تدمير السوق هو أمر طبيعي و عادي ولا مفر منه، لكن قوته تختلف من وقت لآخر و من مكان لآخر. تاريخيا، طالب اللاضيون الأصليون الحكومة البريطانية

الحفاظ على وظائفهم عبر تقييد انتشار تكنولوجيا النسيج الجديدة، لكن بدلا من ذلك أرسل البرلمان قوات لقمع أعمال الشغب الذي أحدثها اللاضيون. وبشكل مماثل، حاول تجار التجزئة في الولايات المتحدة في السنوات الأخيرة استخدام نظام الأراضي المحلية لوقف زحف Walmart نحو أسواقها. مع ذلك، تُؤدي تكاليف مثل هذه القيود على الدخول لخفض وتيرة التقدم التكنولوجي. في أوروبا، أين قيود الدخول جد صارمة مقارنة مع الولايات المتحدة لم يظهر في تلك الاقتصاديات تُجار تجزئة كبار مثل Walmart، وكنتيجة لذلك لازال نمو إنتاجية تجارة التجزئة منخفضا.

تُثير هذه المسألة قضية هامة تتعامل معها النماذج الشومبترية هو ما إذا تميل–من وجهة نظر المجتمع ككل–الشركات الساعية وراء تعظيم الأرباح الخاصة للانخراط (بشكل قوي أو ضعيف) في الأبحاث، أو بعبارة أخرى هل العائد الاجتماعي Social return من الأبحاث (والذي يهم المجتمع) أكبر أو أصغر من العائد الخاص Private return (والذي يحفز الشركات الفردية)؟ كما تُشير إليه النظريات، هناك تأثيرات في كلا الجانبين: من الجانب الأول، عندما تقوم شركة ما بخلق تكنولوجيا جديدة ستضع شركات أخرى في أفضل وضعية عبر تقديم قاعدة معرفية لهم كحجر أساس لأبحاثها المستقبلية، هذا ما يُسمى بتأثيرات "الوقوف على الأكتاف Standing on shoulders" تيمنا برسالة Issac Newton للفيزيائي الألماني Johannes Kepler **"إن كنت أرى أبعد من الناس، فلأني كنت جالسا فوق كتف عملاق"**. من الجانب الثاني،

عندما تقوم شركة ما الاستثمار في الأبحاث يُمكنها أن تضع شركات أخرى في أسوأ حال ما لم تُحاول أن تُصبح أول مكتشف للتكنولوجيا التي قامت شركة أخرى باختراعها أثناء دورة الأعمال، وتُسمى هذه الازدواجية لجهود الأبحاث أيضا بتأثير "الدوس على أصابع القدم Stepping on toes". في هذه الحالة، سواءا قامت الشركات بتوجيه جهود قليلة أو كبيرة نحو الأبحاث فإنها تعتمد على الأوزان النسبية للتأثير الإيجابي لـ " الوقوف على الأكتاف" أو التأثير السلبي الخارجي لـ " الدوس على الأقدام".

تُعتبر نظرية Schumpeter حول كيفية عمل الاقتصاديات الرأسمالية عملا متميزا ومهما للتاريخ الاقتصادي، وألهمت بعض الأعمال مؤخرا في نظرية النمو الاقتصادي: إحدى خطوط نظرية النمو الداخلي المطورة من قبل Aghion and Howitt وآخرون بُنيت على أُسس أفكار Schumpeter عن طريق نمذجة التقدم التكنولوجي أنها عملية ابتكار مقاولتي والتدمير الخلاق.

2. نموذج النمو الشومبتري في الزمن المنفصل

2.1.نموذج أُحادي القطاع

في هذا القسم، نقوم بتطوير صيغة مبسطة لنموذج النمو الشومبتري أُحادي القطاع يضم مُنتجا وسيطيا واحدا يتم تحسين نوعيته بشكل دائم عن طريق الابتكار في الزمن المنفصل أين يعيش الأفراد والشركات فترة زمنية واحدة. هناك سلعة وحيدة في الاقتصاد (Y_t) تُوجه نحو الاستهلاك (C_t)، إنتاج السلعة الوسيطية (X_t) و (Z_t) الاستثمار في أنشطة R&D. يُعطى قيد الموارد في الاقتصاد:

$$Y_t = C_t + X_t + Z_t$$

2.1.1.تكنولوجيا الإنتاج

هناك سلسلة من فترات زمنية منفصلة $(t = 1, 2, ...)$، في كل فترة هناك عدد ثابت (L) من السكان تُوفر وحدة واحدة من خدمة العمل بشكل غير مرن. تعتمد منفعة الفرد على حجم استهلاكه ويتميز هذا الفرد بالنفور من المخاطرة، ما يعني أنه يهدف لزيادة الاستهلاك المتوقع لأقصى حد.

يستهلك الأفراد سلعة واحدة تُسمى "سلعة نهائية" تُنتج من قبل الشركات تعمل في إطار المنافسة الكاملة وتستخدم مُدخلي الإنتاج العمالة وسلعة وسيطية واحدة وفق دالة إنتاج من نوع Cobb-Douglas التالية:

$$Y_t = \left(A_t L\right)^{1-\alpha} x_t^{\alpha} \qquad (12.\ 1)$$

مع $(0 \prec \alpha \prec 1)$، (Y_t) ناتج السلعة النهائية في الزمن (t)، (A_t) معلمة تقيس إنتاجية مُدخل السلعة الوسيطية المستخدمة. يتم استخدام العرض الكلي للعمالة (L) في الاقتصاد لإنتاج السلعة النهائية فقط، وكما هو الحال في نموذج النمو النيوكلاسيكي تُشير (A_tL) لعرض العمالة الفعلية في الاقتصاد.

يتم إنتاج السلعة الوسيطية من قبل مُحتكر ما[7] كل فترة باستخدام السلعة النهائية كمُدخل إنتاج وفق تكنولوجيا وحدة بوحدة: للحصول على وحدة واحدة من السلعة الوسيطية، يجب على المُحتكر استخدام وحدة واحدة من السلعة النهائية كمُدخل. ليكن (X_t) كمية السلعة النهائية المستخدمة لإنتاج السلعة الوسيطية (x_t)، وعليه دالة إنتاج السلعة الوسيطية هي:

$$X_t = x_t \qquad (12.\ 2)$$

على مستوى الاقتصاد ككل، يُعطى GDP الاقتصاد وفق المعادلة التالية:

$$GDP_t = Y_t - X_t = Y_t - x_t \qquad (12.\ 3)$$

يتم توليد النمو الاقتصادي عن طريق الابتكارات التي تُحسن نوعية السلعة الوسيطية عبر رفع إنتاجية المعلمة (A_t). في كل فترة زمنية، هناك شخص واحد (رائد أعمال) لديه فرصة خلق ابتكار جديد ما: إذا نجح سيعمل الابتكار الجديد على خلق نسخة جديدة من السلعة الوسيطية بحيث تكون أكثر إنتاجية مقارنة بنسختها

[7] - تكون شركة إنتاج السلعة وسيطية مُحتكرة لهذا السوق لأنها تحصلت على براءة اختراع من قطاع الأبحاث يمنحها الحق الحصري لإنتاج النسخة الأحدث من هذه السلعة دون غيرها.

السابقة- ترتفع إنتاجية السلعة الوسيطية المُستخدمة من قيمة الفترة السابقة (A_{t-1}) نحو الأعلى $(A_t = \lambda A_{t-1})$ حيث $(\lambda \succ 1)$ هو الحجم الذي ترتفع به الإنتاجية بمجرد حدوث ابتكار، لذا تعمل الابتكارات على الارتقاء بالمعرفة التقنية في إنتاج السلعة الوسيطية لدرجة جديدة في سلم النوعية (الإنتاجية) بمقدار $(\lambda \succ 1)$ ما يخلق آلة بإنتاجية (λA_{t-1}). لكن إذا فشل الباحث لن يكون هناك ابتكار جديد في الفترة (t)، في هذه الحالة سيكون هناك مُحتكر آخر مُختار بشكل عشوائي لإنتاج السلعة الوسيطية ذات إنتاجية الفترة السابقة $(t-1)$ ما يعني أن $(A_t = A_{t-1})$، وبالتالي:

$$A_t = \begin{cases} \lambda A_{t-1} & \text{إذا نجح المخترع} \\ A_{t-1} & \text{إذا فشل} \end{cases} \qquad (12.\ 4)$$

من أجل ابتكار سلعة وسيطية ذات إنتاجية (A_t) في الزمن (t)، يحتاج المخترع الانخراط في مجال الأبحاث (R&D) كنشاط مُكلف لتحسين نوعية الآلة السابقة باستخدام السلعة النهائية كمُدخل إنتاج وحيد. كما أشرنا سابقا، تتميز الأبحاث بـ"عدم اليقين" لأنه ليس مُؤكدا ما إذا كان هناك نجاح أو فشل في خلق أي ابتكارات جديدة في المستقبل، لكن كلما أنفق المخترع المزيد على الأبحاث زاد احتمال نجاح وصول ابتكار جديد: إذا قام مخترع ما بإنفاق (Z_t) وحدة من السلعة النهائية على الأبحاث في خط إنتاج هذه السلعة الوسيطية، فإن احتمال نجاح أبحاث (معدل تدفق

الابتكارات الجديدة)عند الزمن (t)ترفع الإنتاجية من (A_{t-1}) إلى $(A_t = \lambda A_{t-1})$ (ليكن μ_t)هو:

$$\mu_t = \eta\left(\frac{Z_t}{\lambda A_{t-1}}\right)^b = \phi\left(\frac{Z_t}{A_t}\right) \in (0,1) \quad (12.\ 5)$$

حيث $(0 \prec b \prec 1)$ و (η) معلمة تعكس إنتاجية قطاع الأبحاث. لاحظ أن احتمال نجاح الأبحاث هي دالة تابعة تعتمد ايجابا على جهود الاستثمار في مجال R&D (بدلالة عدد الوحدات المستثمرة في الأبحاث (Z_t)) وعكسيا على مستوى الإنتاجية (λA_{t-1}) لأنه بديهيا تُصبح الابتكارات مع تقدم التكنولوجيا أكثر تعقيدا ويصعب بذلك تحسين نوعيتها أو إنتاجيتها، لذا نتوقع زيادة صعوبة البحث عن آلات أكثر تطورا. على هذا الأساس، لا يُعتبر الحجم المُطلق للإنفاق المخصص للأبحاث أهم عنصر لإنجاح وصول الابتكار، بل الإنفاق المُعَدل بالإنتاجية $(Z_t / \lambda A_{t-1})$ الذي نرمز له بالرمز (z_t). لاحظ أن الناتج الحدي (المُعَدل بالإنتاجية) للأبحاث الموجهة لخلق الابتكارات مُوجب لكنه مُتناقص:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial z_t} = \phi'(z) = b\eta z_t^{b-1} \succ 0; \frac{\partial^2 \mu_t}{\partial z_t^2} = \phi''(z) = b(b-1)\eta z_t^{b-2} \prec 0$$

ما يعني تقلص التأثيرات الحدية لـ (z_t) على (μ_t) مع زيادة (z_t)، والذي يُشير أن الاستثمار في R&D يُواجه عوائد حجم متناقصة عند نقطة زمنية معينة.

هناك دخول حر في مجال الأبحاث يُمَكن كل شخص أو شركة للانخراط في هذا النوع من الأبحاث على أي خط من خطوط إنتاج السلعة الوسيطية، وكما رأينا في نماذج توسيع الأصناف، تحصل الشركة التي تخلق ابتكارات على براءة اختراع دائمة للآلة الجديدة التي اخترعتها، لكن في المقابل لا يمنع هذا النظام شركات أخرى من إجراء البحوث على الآلة المخترعة من قبل هذه الشركة.

2.1.2. حل النموذج

الآن، نلخص النموذج في الخطوات التالية:

الخطوة 0: تبدأ الفترة (t) بإنتاجية أولية (A_{t-1}) موروثة من الفترة السابقة،

الخطوة 1: يستثمر مخترع مُختار بشكل عشوائي في نشاط R&D باختيار (μ_t, Z_t)،

الخطوة 2: يتحقق (نجاح/ فشل) الابتكار وتتطور الإنتاجية (A_t) وفق المعادلة (4. 12)،

الخطوة 3: يتم إنتاج السلعة الوسيطية (x_t)،

الخطوة 4: يتم إنتاج السلعة النهائية (Y_t)،

الخطوة 5: يتم استهلاك السلعة النهائية (C_t) وتنتهي الفترة (t).

نحل النموذج بالرجوع للوراء: في كل فترة (t)، نبدأ بحساب الإنتاج والربح التوازني للمخترع الناجح (والسعر الذي تُباع عنده السلعة المخترعة لمنتجي السلعة

النهائية)، ثم نرجع خطوة للوراء لحساب كثافة الابتكار الأمثل من قبل الشركة المُختارة لتكون مبتكرة (وتحديد حجم الاستثمار في نشاط الأبحاث).

2.1.2.1. الإنتاج والأرباح التوازنية

نبدأ من الخطوة الرابعة: يعمل منتج السلعة النهائية على تعظيم دالة الهدف (الربح) التالية:

$$\max_{x_t, L}\left\{\left(A_t L\right)^{1-\alpha} x_t^{\alpha}-w_t L-p_t x_t\right\}$$

حيث (p_t) سعر السلعة الوسيطية بالنسبة للسلعة النهائية و (w_t) نصيب العامل من الأجر الحقيقي. نذكر أن السعر التوازني لمُدخل إنتاج ما مُستخدم في صناعة تعمل في إطار المنافسة الكاملة يُساوي ناتجها الحدي (نظرية Euler)، ما يعني تساوي السعر الاحتكاري للسلع الوسيطية والأجر الحقيقي بالنواتج الحدية للسلعة الوسيطية والعمل في قطاع السلعة النهائية، على الترتيب:

$$p_t=\frac{\partial Y_t}{\partial x_t}=\alpha\left(A_t L\right)^{1-\alpha} x_t^{\alpha-1} \quad (12.\ 6)$$

$$w_t=\frac{\partial Y_t}{\partial L_t}=(1-\alpha) A_t^{1-\alpha} L^{-\alpha} x_t^{\alpha} \quad (12.\ 7)$$

ننتقل للخطوة الثالثة: لدى المخترع حافز للابتكار على أمل حصوله على أرباح احتكارية من إنتاج السلعة الوسيطية بتكنولوجيا (A_t) في الزمن (t) مُتفوقة على سابقتها (A_{t-1}). نفترض أن الباحث الذي ينجح في الابتكار عند الزمن (t) يتمتع بحقوق احتكارية لإنتاج هذه السلعة خلال تلك الفترة، ولا يُمكن لمنتجين آخرين

إنتاج هذه السلعة بهذه التكنولوجيا المُحسنة سواءا بسبب السرية أو براءة الاختراع، بعد ذلك يُمكن لأي شخص الوصول لهذه التكنولوجيا المُحسنة في إطار هيكل سوق تنافسي إلى أن ينجح باحث آخر في خلق تحسينات تكنولوجية إضافية. عند حدوث ذلك، سيكون هذا الباحث الجديد قادرا على الاستمتاع بأرباح احتكارية خلال الفترة التي يتم فيها خلق التكنولوجيا الجديدة.

خلال هذه الخطوة، نقوم بحساب الكمية والربح التوازني للمبتكر الناجح الذي يُصبح مُحتكر قطاع السلعة الوسيطية خلال الفترة (t):

يأخذ محتكر السلعة الوسيطية ذات إنتاجية (A_t) السعر وفق المعادلة (6 .12) لتعظيم أرباحه مقاسا بوحدات السلعة النهائية:

$$\pi_t = p_t x_t - x_t$$

يُساوي ربح المُحتكر دخله من بيع السلع الوسيطية لمنتجي السلعة النهائية $(p_t x_t)$ ناقص تكلفة إنتاج السلعة الوسيطية التي تُمثل مدخل السلعة النهائية مُساويا إنتاجها (x_t) (لأن التكلفة الحدية للإنتاج تُساوي الواحد). باستبدال القيد (6 .12) في دالة الهدف يسعى المُحتكر لاختيار الكمية (x_t) من أجل تعظيم:

$$\pi_t = \alpha \left(A_t L \right)^{1-\alpha} x_t^{\alpha} - x_t \qquad (12.\ 8)$$

ما يعني أن الكمية التوازنية (بعد تطبيق شرط الدرجة الأولى للتعظيم):

$$x_t = \alpha^{2/(1-\alpha)} A_t L \qquad (12.\ 9)$$

والسعر التوازني:

$$p_t = p = \frac{1}{\alpha}$$

السعر التوازني أكبر من التكلفة الحدية المُساوي للواحد لأن $\alpha \in (0,1)$: يُسمى هذا الفارق أو الهامش فوق التكلفة الحدية بـ "الهامش الاحتكاري". أخيرا، يُعطى الربح الاحتكاري التوازني:

$$\pi = \tilde{\pi} A_t L, \tilde{\pi} \equiv (1-\alpha)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)} \quad (12.\ 10)$$

تتناسب (تتزايد)الكمية والربح التوازني للمُحتكر مع عرض العمالة الفعلية $(A_t L)$.[8] باستبدال المعادلة (12 .9) في دالة الإنتاج (12 .1) نجد أن الناتج النهائي وGDP الاقتصاد تتزايد مع $(A_t L)$:

$$\begin{aligned} Y_t &= \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} A_t L \\ GDP_t &= \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} (1-\alpha^2) A_t L \end{aligned} \quad (12.\ 11)$$

بقيمة (A_t) مُعطاة، تُظهر دوال الإنتاج (12 .11) عوائد حجم ثابتة في (L) لكنها تكون متزايدة مع (A_t) لكل قيمة (L) معطاة: نشير أن التقدم التكنولوجي (A_t) يأخذ شكل تحسين نوعية (إنتاجية) السلعة الوسيطية المتاحة، ما يعني أن مصدر

[8] - رأينا في الفصل السابق أن كمية السلع الوسيطية ثابتة عبر الزمن (أنظر المعادلة 18 .11)، لكن في هذا النموذج يتطور (A_t) عبر الزمن ويُؤدي لتغيير (x_t) أيضا عبر الزمن. ولأن المُخترع يكون قادرا على فرض سعر توازني وبيع كميات السلعة الوسيطية، يظهر تدفق الأرباح في المعادلة (12 .10) كدالة متزايدة في (A_t)، ما يعني أن الأرباح التي يتلقاها المخترع لمنتجات أعلى من ناحية الإنتاجية ستكون كبيرة.

النمو الكلي في الاقتصاد يُساوي معدل نمو الإنتاجية (A_t)أو توسيع سُلم نوعية السلع الوسيطية.

2.1.2.2. كثافة الابتكار التوازنية

ننتقل للخطوة الثانية: يتبع مستوى الإنتاجية (A_t)توزيع Bernoulli بدلالة معدل تدفق الابتكار (μ_t) :

$$A_t = \begin{cases} \lambda A_{t-1} & \text{مع احتمال } (\mu_t) \\ A_{t-1} & \text{مع احتمال } (1-\mu_t) \end{cases}$$

ننظر الآن للخطوة الأولى أو قرار المخترع الاستثمار في نشاطR&D لديه فرصة الابتكار عند الزمن (t) : إذا نجح المخترع في الابتكار عند الزمن (t)، يُصبح مُحتكرا السلعة الوسيطية عند تلك الفترة لأنه يكون قادرا على إنتاج سلعة بتكنولوجيا متفوقة على غيره ويحصد مكافأة (الربح) على لذلك، على العكس تنتقل القوة الاحتكارية لشخص آخر يتم اختياره عشوائيا يكون قادرا على إنتاج سلعة الفترة السابقة (كما أشرنا سابقا).

ينجح المخترع في الابتكار باحتمال (μ_t)لذا تُساوي قيمة العائد المُتوقع $(\mu_t \pi)$، في المقابل ستُكلفه الأبحاث قيمة (Z_t)سواءا نجح أم لا، وعليه يُصبح صافي الأرباح في قطاع الأبحاث:

$$\mu_t \pi - Z_t$$

حيث (μ_t) معطاة وفق المعادلة (12.5) و (π) وفق المعادلة (12.10).

يختار المخترع حجم الإنفاق على الأبحاث (Z_t) الذي يُعظم صافي الأرباح أو:

$$\max_{Z_t}\{\phi(z_t)\pi - Z_t\}$$

ما يعني أن (Z_t) لابد أن تستوفي شرط الدرجة الأولى:[9]

$$\phi'(z_t)\frac{\pi}{A_t} - 1 = 0$$

والتي يُمكن كتابتها باستخدام المعادلة (10. 12) ونحصل على شرط الدخول الحر (أو معادلة موازنة الأبحاث):

$$\phi'(z_t)\tilde{\pi}L = 1 \qquad (12.\ 12)$$

وفق هذه المعادلة، سيجد الباحث الاستثمار في R&D جذابا إذا غطت القيمة المتوقعة تكلفة القيام بـ R&D. لاحظ أن الجانب الأيمن من المعادلة يُمثل التكلفة الحدية للأبحاث، أما الجانب الأيسر يُعبر عن الربح الحدي للأبحاث أو الاحتمال الاضافي للابتكار مضروبا بقيمة الابتكار الناجح: الربح الحدي للأبحاث هو دالة متناقصة في (z_t) لأن الناتج الحدي لدالة الابتكار (ϕ) مُتناقص في (z_t)، لذا أي معلمة تتغير بالشكل الذي يزيد الربح الحدي أو تُخفض التكلفة الحدية ستعمل على رفع كثافة الأبحاث التوازنية (z_t).

---

[9] - مع $\phi(z_t) = \eta(Z_t / A_t)^b$ يُعطى شرط الدرجة الأولى كاشتقاق العائد المتوقع بالنسبة إلى (Z_t):

$$b\eta(Z_t / A_t)^{b-1}(1/A_t)\pi - 1 = 0$$

بدلالة معادلة شرط الدخول الحر، يكون مستوى الأبحاث المُعَدل بالإنتاجية (z_t) ثابتا عند (z)، ما يعني ثبات معدل تدفق الابتكار (μ_t) مع (z) $\mu = \phi(z)$. بدمج المعادلة (12 .5) في معادلة شرط الدخول الحر نحصل على معدل (كثافة) الابتكار التوازني[10] وكثافة الأبحاث التوازني:

$$\mu_t = \mu = \left(\eta\left(b\tilde{\pi}L\right)^b\right)^{1/(1-b)}$$
$$z_t = z = \left(b\eta\tilde{\pi}L\right)^{1/(1-b)} \quad (12.\ 13)$$

2.1.2.3. معدل النمو

يتناسب معدل النمو الاقتصادي مع معدل نمو نصيب الفرد من الناتج النهائي (Y_t / L) وGDP الاقتصاد والذي وفق المعادلة (12 .11) يتناسب مع معدل نمو إنتاجية المعلمة (A_t) من ابتكار لآخر:

$$\gamma_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}}$$

ولأن الإنتاجية تخضع لعدم اليقين، سيخضع النمو أيضا لعملية عشوائية. في كل فترة مع احتمال (μ) نجاح وصول ابتكار، يعني ذلك:

$$\gamma_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}} = (\lambda - 1)$$

ومع احتمال $(1-\mu)$ الفشل:

10 - نفترض أن (η) و $(\tilde{\pi})$ صغيرة بما فيه الكفاية لضمان تدفق الابتكار (μ) بمعدل أقل من الواحد.

$$\gamma_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}} = 0$$

يتحدد معدل النمو بناءا على التوزيع الاحتمالي لكل فترة، وبدلالة قانون الأعداد الكبيرة يُساوي:

$$\gamma = E\left(\gamma_t\right) = \mu.\left(\lambda - 1\right)$$

الذي يُمثل أيضا مُتوسط معدل نمو الاقتصاد على المدى الطويل. لتفسير هذه الصيغة، لاحظ أن (μ) لا تُمثل فقط احتمال وصول ابتكار كل فترة بل تكرار وصول الابتكارات كل فترة: تعكس أيضا تأثير الاستبدال الذي يعني أن الداخل الجديد هو الذي يقوم بالابتكار، لذا يُشير (μ) لمعدل التدفق الذي يُستبدل به المخترع الحالي بالجديد. كذلك، تُعبر $(\lambda - 1)$ عن الزيادة التناسبية في الإنتاجية الناتجة عن كل ابتكار، وعليه تُعبر هذه الصيغة عن أهم نتيجة لنظرية النمو الشومبترية.

على المدى الطويل، يُساوي متوسط معدل نمو الاقتصاد معدل تدفق الابتكار مضروبا بحجم الابتكارات. باستخدام (13 .12) لاستبدال (μ)، نجد مُتوسط معدل النمو الاقتصادي:

$$\gamma = \left(\eta\left(b\tilde{\pi}L\right)^b\right)^{1/(1-b)}\left(\lambda - 1\right) \quad (12.\ 14)$$

وفق هذه المعادلة، يتحدد متوسط معدل نمو الاقتصاد ايجابا مع إنتاجية الابتكار (η) التي تُؤكد على أهمية التعليم خصوصا التعليم العالي كأداة لتعزيز النمو: البلدان التي تستثمر أكثر في التعليم العالي تبلغ مستوى أعلى من إنتاجية الأبحاث

وتُخفض تكلفة الفرصة البديلة للأبحاث عن طريق رفع معروض القوى العاملة. يزيد النمو أيضا مع زيادة حجم الابتكارات مُقاسا بمعامل تحسين الإنتاجية (λ) المستقل عن تدفق الابتكار وفق المعادلة (13. 12): تُشير النتيجة بدورها لميزة تُصبح مهمة عند مناقشة مسألة التقارب عبر البلدان-يتمتع البلد الذي يتخلف عن حدود التكنولوجيا العالمية بما أسماه Gerschenkron (1962) بـ "ميزة التخلف Backwardness Advantage": كلما تخلف البلد عن الحدود تحسنت إنتاجيته بشكل أكبر إذا تمكن من تطبيق تقنية الحدود عند ابتكارها، وبالتالي زادت سرعة نموه. أخيرا، زيادة حجم العمالة (السكان) (L) يُؤدي لزيادة معدل النمو ما يعني ظهور تأثير الحجم تماما كنماذج توسيع الأصناف (يتم إلغاء هذا التأثير في النموذج المعروض في القسم 4).

لاحظ أيضا أن هذه النتيجة تُشبه نموذج توسيع الأصناف فيما يتعلق بغياب ديناميكية انتقالية لأن معدل النمو ثابت منذ البداية (يعتمد على معلمات لا تتغير منذ البداية).

3 .1 .2. أمثلية Pareto

في هذا الإطار المبسط، نطرح السؤال التالي: ما هو المستوى الأمثلي اجتماعيا للإنتاج والاستثمار في R&D لهذا النوع من الاقتصاد؟ للإجابة على هذا السؤال، نحتاج إدراج دالة الهدف المخطط الاجتماعي ومقارنتها بنتائج التوازن التنافسي. ننظر الآن لمخطط اجتماعي يعمل على تعظيم منفعة أسرة نموذجية كل فترة عن طريق تعظيم مستوى الاستهلاك (نتبع مرة أخرى طريقة الحل بالرجوع للوراء).

يُساوي مستوى الاستهلاك من قيد المورد:

$$C_t = Y_t - X_t - Z_t$$

وفق الخطوة الرابعة يعمل المخطط الاجتماعي على تعظيم الاستهلاك تحت قيد تكنولوجيا إنتاج السلعة النهائية (1. 12) والوسيطية (2. 12). لاحظ وفق الخطوة الرابعة أن الاستثمار في R&D تم اتخاذه، ويُؤخذ (Z_t) ثابتا في هذه المرحلة. ليكن $(\tilde{C})$ أقصى حجم استهلاك للأسرة عند أي مستوى إنتاجية (A_t) وحجم استثمار R&D، وعليه يُمكن كتابة شرط تعظيم المخطط الاجتماعي:

$$\tilde{C} = \max_{x_t}\left\{\left(A_t L\right)^{1-\alpha} x_t^{\alpha} - x_t - Z_t\right\}$$

من هذا الشرط، نحصل على المستوى الأمثلي اجتماعيا لإنتاج السلعة الوسيطية:

$$x_{tSP} = \alpha^{1/(1-\alpha)} A_t L \qquad (12.\ 15)$$

ما يعني أن حجم الاستهلاك الأقصى يُساوي:

$$\tilde{C} \equiv \alpha^{1/(1-\alpha)} A_t L\left(1-\alpha\right) - Z_t \qquad (12.\ 16)$$

الآن ندمج المعادلة (12.15) بـ (12.1) لنجد الناتج النهائي الأمثل اجتماعيا:

$$Y_{tSP} = \alpha^{\alpha/(1-\alpha)} A_t L \qquad (12.17)$$

نلاحظ وُجود تشوهات في هذا الاقتصاد بمقارنة المعادلة (12.15) بـ (12.9) و (12.17) بـ (12.11)، ما يعني:

$$x_{tSP} \succ x_t$$

و

$$Y_{tSP} \succ Y_t$$

تُشير هذه النتيجة بشكل صريح أن الاقتصاد اللامركزي يُنتج أقل من الاقتصاد المخطط بسبب التشوهات الاحتكارية (المعلمة (α) التي تُحدد الهامش الاحتكاري)، أي أن التوازن التنافسي ليس أمثليا من نوع Pareto (نفس التحليل تجده في نموذج توسيع الأصناف).

2.2. نموذج متعدد القطاعات

2.2.1. الإنتاج والأرباح

في هذا القسم، نسمح بوجود قطاعات مبتكرة متعددة في الاقتصاد: لا تُوجد سلعة وسيطية واحدة بل سلسلة متصلة من سلع وسيطية مستخدمة في إنتاج سلعة نهائية واحدة. وطالما لا يُوجد هناك توسع في أصناف الآلات، يُمكن صياغة مقياس السلع الوسيطية إلى الواحد دون فقدان التعميم: كل خط إنتاج سلعة وسيطية صنف (i) يقع في المجال $[0,1]$، وعليه تُعطى دالة إنتاج السلعة النهائية:

$$Y_t = L^{1-\alpha} \int_0^1 A_{it}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} di \qquad (12.\ 18)$$

حيث (x_{it}) تدفق سلعة وسيطية صنف (i) مستخدمة عند الزمن (t) و (A_{it}) معلمة الإنتاجية تعكس نوعية هذه السلعة. عند أي فترة زمنية، تتغير معلمة إنتاجية السلع الوسيطية بسبب عشوائية عملية الابتكار.

بدلالة المعادلة (12. 18)، تُحدد دالة إنتاج السلعة النهائية لكل سلعة وسيطية وفق دالة الإنتاج:

$$Y_{it} = \left(A_{it} L\right)^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} \qquad (12.\ 19)$$

التي تُشبه دالة الإنتاج (12. 1) في نموذج أحادي القطاع. لاحظ أن الافتراض الضمني للمعادلة (12. 19) يُشير أنه في أي وقت من الأوقات يتم استخدام نوعية واحدة لأي صنف من السلعة الوسيطية لتَميز النوعيات المختلفة لنفس السلعة بخاصية الإحلال التام، وفي التوازن فقط يتم استخدام الآلة ذات الإنتاجية الأعلى (النوعية الرائدة) لكل خط إنتاج هذه الآلة (تُمثل هذه الميزة مصدر التدمير الخلاق): عندما يتم اختراع آلة ذات نوعية أعلى ستحل محل (ستدمر) النسخة السابقة من نفس الآلة.

يعمل مُنتج السلعة النهائية على حل مشكل التعظيم:

$$\max_{x_{it}, L} \left\{ L^{1-\alpha} \int_0^1 A_{it}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} di - w_t L - \int_0^1 p_{it} x_{it} di \right\}$$

كل سلعة وسيطية مملوكة من قبل مُحتكر ما وسعر بيعها يُساوي الناتج الحدي في القطاع النهائي وفق المعادلة (12.19):

$$p_{it} = \frac{\partial Y_{it}}{\partial x_{it}} = \alpha \left(A_{it} L \right)^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha-1} \quad (12.20)$$

الآن، يختار مُحتكر القطاع (i) كمية (x_{it}) التي تُعظم أرباحه:

$$\pi_t = \max_{x_{it}} \left\{ p_{it} x_{it} - x_{it} \right\} = \max_{x_{it}} \left\{ \alpha \left(A_{it} L \right)^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} - x_{it} \right\} \quad (12.21)$$

ما يعني أن الكمية التوازنية وفق شرط الدرجة الأولى:

$$x_{it} = \alpha^{2/(1-\alpha)} A_{it} L \quad (12.22)$$

والربح التوازني:

$$\pi = \tilde{\pi} A_{it} L \quad (12.23)$$

حيث المعلمة $(\tilde{\pi})$ هي نفسها المعادلة (12.10) في النموذج أحادي القطاع.

يعتمد السلوك الكلي في الاقتصاد على مُؤشر (متوسط) الإنتاجية الكلية:

$$A_t = \int_0^1 A_{it} di$$

الذي يُمثل المتوسط غير المُرجح لمعلمات إنتاجية كل قطاع، ما يعني أن الناتج النهائي وGDP هذا الاقتصاد متعدد القطاعات تتحدد بالضبط بنفس معادلات اقتصاد أحادي القطاع الذي رأيناه في القسم السابق، لكن (A_t) أصبح الآن يُمثل متوسط الإنتاجية الكلية بدل كونه معلمة إنتاجية السلعة الوسيطية فقط في الاقتصاد. رغم عشوائية (A_{it}) (تعتمد على نجاح عملية R&D) إلا أن المتوسط (A_t) مُحدد بقانون

الأعداد الكبيرة (نظرا لاستقلالية زيادة جودة خطوط إنتاج السلع الوسيطة المستخدمة عن احتمال وصول الابتكار (μ_t))، لذا لا يخضع لعشوائية الأبحاث.

باستخدام المعادلة (12 .22) لاستبدال (x_{it}) في دالة الإنتاج (12 .18) نحصل على نفس الصيغة السابقة للناتج النهائي:

$$Y_t = \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} A_t L \tag{12. 24}$$

كما رأينا، GDP الاقتصاد يُساوي ناتج القطاع النهائي (Y_t) ناقصا الكمية المُستخدمة في إنتاج كل السلع الوسيطية، ولأن كل سلعة وسيطية يتم إنتاجها باستخدام وحدة واحدة من السلعة النهائية فإن:

$$GDP_t = Y_t - \int_0^1 x_{it} di$$

باستخدام المعادلة (12 .22) لاستبدال (x_{it}) في هذا التكامل ودمجها مع صيغة (Y_t) نجد:

$$GDP_t = \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} \left(1-\alpha^2\right) A_t L$$

التي تُشبه أيضا المعادلة (12 .17). مرة أخرى، يتناسب GDP الاقتصاد مع عرض العمالة الفعلي ($A_t L$)، ما يعني أن نمو الاقتصاد ككل يتحدد بنفس معدل نمو الإنتاجية الكلية (A_t). ولأن (A_t) غير عشوائي هذا يعني أن الناتج النهائي وGDP الاقتصاد غير عشوائي أيضا.

2.2.2. الابتكار وموازنة الأبحاث

يخضع إنتاج الابتكار في كل قطاع لنفس شروط نموذج أحادي القطاع: هناك مخترع (رائد أعمال) واحد في كل قطاع يُنفق الناتج النهائي في الأبحاث ويبتكر سلعة وسيطية بنوعية (بإنتاجية $\left(A_t = \lambda A_{t-1}\right)$) باحتمال $\mu_{it} = \phi\left(z_{it}\right) = \eta z_{it}^b$، حيث $\left(z_{it}\right)$ هو الإنفاق على الأبحاث في القطاع (i) بالنسبة للإنتاجية المُستهدفة في القطاع (i):

$$z_{it} = \frac{Z_{it}}{\lambda A_{it-1}}$$

يختار المخترع حجم إنفاق $\left(Z_{it}\right)$ لتعظيم صافي أرباحه:

$$\max_{Z_{it}} \left\{\phi\left(z_{it}\right)\pi - Z_{it}\right\}$$

حيث (π) ربح المخترع إذا نجح، وعليه يجب على $\left(Z_{it}\right)$ أن تستوفي شرط الدرجة الأولى:

$$\phi'\left(z_{it}\right)\frac{\pi}{A_{it}} - 1 = 0$$

التي يُمكن كتابتها باستخدام المعادلة (12. 23) كالآتي:

$$\phi'\left(z_{it}\right)\tilde{\pi}L = 1 \qquad (12.\ 25)$$

وهي نفسها معادلة عشوائية الأبحاث في النموذج أحادي القطاع، ونحصل على نفس مستوى الأبحاث المُعَدلة بالإنتاجية ومعدل تكرار الابتكار:

$$\mu = \left(\eta\left(b\tilde{\pi}L\right)^b\right)^{1/(1-b)}$$

$$z = \left(b\eta\tilde{\pi}L\right)^{1/(1-b)}$$

إحدى مزايا هذا النموذج أن احتمال نجاح الابتكار (μ) نفسه لكل القطاعات وهو مستقل عن المستوى الأولي للإنتاجية (A_{t-1}): قد تبدو هذه النتيجة مفاجئة لأن مكافأة وصول ابتكار ناجح $\pi = \tilde{\pi}\lambda A_{it-1}L$ ستكون أعلى في القطاعات الأكثر تقدما، لكن مع ذلك يتم تغطية هذه المكافأة بتكلفة عالية للابتكار عند أي نقطة زمنية لارتباط مستوى إنفاق الأبحاث بمستوى الإنتاجية المُستهدف (λA_{it-1})، والذي يُمثل وصفا مبسطا لمعدل النمو الكلي في الاقتصاد.

2.2.3. معدل النمو

طالما أن نصيب الفرد من الناتج النهائي وGDP يتناسب مع معلمة الإنتاجية الكلية (A_t) (المعادلة 24 .12)، فإن معدل نمو الاقتصاد مرة أخرى يتناسب مع معدل نمو المعلمة (A_t):

$$\gamma_t = \frac{A_t - A_{t-1}}{A_{t-1}} \tag{12. 26}$$

في هذه الحالة، لا يُصبح معدل النمو الكلي خاضعا للعشوائية (كما أشرنا سابقا) لأن الحظ السيء في بعض القطاعات يتم تغطيته بالحظ الجيد في قطاعات أخرى.

في كل قطاع (i) لدينا:

$$A_{it} = \begin{cases} \lambda A_{it-1} & \text{مع احتمال } (\mu) \\ A_{it-1} & \text{مع احتمال } (1-\mu) \end{cases} \tag{12. 27}$$

لاحظ أن متوسط الإنتاجية هو $A_t = \int_0^1 A_{it} di$ ، ووفق قانون الأعداد الكبيرة هناك عدد (μ) من القطاعات تبتكر في كل فترة تُؤدي لزيادة الإنتاجية بمقدار (μ)، ويُمكن الحصول على متوسط الإنتاجية الكلية في الاقتصاد (A_t) بضرب (μ) بمتوسط (A_{it}) في القطاعات المبتكرة عند الزمن (t) زائدا $(1-\mu)$ مضروبا في متوسط معلمة الإنتاجية في القطاعات غير المبتكرة:

$$A_t = \int_0^1 \mu\lambda A_{it-1} + (1-\mu) A_{it-1} di = \int_0^1 A_{it-1} + \mu(\lambda-1)\int_0^1 A_{it-1} di$$
$$= A_{t-1} + \mu(\lambda-1) A_{t-1}$$

من هذه المعادلة و (12.26) يُساوي معدل النمو في كل فترة ثابتا:

$$\gamma = \mu(\lambda-1)$$

التي تُشبه متوسط معدل النمو على المدى الطويل في النموذج أحادي القطاع. وباستبدال المعادلة (12.13) في هذه الصيغة نحصل على المعادلة (12.14) ونُطبق نفس التحليل المتصل به.

3. نموذج النمو الشومبتري في الزمن المتصل (Aghion and Howitt 1992)

تم تصميم نموذج النمو الشومبتري المقدم في القسم السابق في الزمن المنفصل وهو أشبه بتلك النماذج المبنية على توسيع الأصناف لكن بنسخة تحسين سلم النوعية. نناقش الآن نسخة من نموذج النمو الشومبتري في الزمن المتصل كالذي اقترحه Aghion and Howitt (1992) يُظهر اختلافين أساسيين عن نموذج القسم السابق: أولا، تستخدم تكنولوجيا الابتكار العمالة بدلا من المعدات كمُدخل إنتاج في قطاع R&D كنموذج Romer (1990)، وثانيا يسمح لنا هذا النموذج بالتقاط تأثيرات التدمير الخلاق أو التأثيرات السلبية التي تُمارسها الابتكارات المستقبلية على الحالية. في الواقع، كان التدمير الخلاق آليا لحد ما في نموذج الزمن المنفصل المُقدم سابقا، حيث من المفترض أن تعيش الشركات فترة واحدة فقط ما يعني استبدالها برواد أعمال حديثي الولادة. في هذا القسم، نسمح ببقاء الشركات الحالية في السوق ما لم يتم استبدالها بمبتكر جديد، وعليه يُساوي متوسط العمر المتوقع للشركة (المدة الاحتكارية) معكوس المعدل الاجمالي للابتكار الذي يتحدد بدلالة عشوائية الأبحاث وتتضمن معدل التدمير الخلاق-هذه المدة ذو طبيعة عشوائية لأنها تعتمد على النتائج غير المؤكدة لجهود المنافسين البحثية.

تعتمد الطبيعة المؤقتة لوضعية المخترع الاحتكارية على اعتبارين أساسيين تُميزان النموذج الحالي عن النموذج الذي يفترض حقوق احتكار دائم في الفصل

السابق: أولا، كلما كانت مدة الاحتكار أقصر كان المردود المتوقع من إجراء R&D أقل والذي يُمثل تشوها لأن التقدم مستمر من منظور اجتماعي. ثانيا، جزء من مكافأة البحث الناجح يُمثل تأثير التدمير الخلاق أو سرقة الأعمال ينطوي على تحويل الأرباح من المبتكر الحالي إلى الجديد، ولأن هذا التحويل ليس له قيمة اجتماعية ستُشكل هذه القوة حافزا مفرطا للقيام بـ R&D.

قبل الدخول في التفاصيل التقنية، من المهم الإشارة للفكرة الأساسية التي يقوم عليها نموذج Aghion and Howitt (1992) لفهم و تبسيط التعقيد الرياضي الذي ينطوي عليه النموذج: يستثمر رواد الأعمال في أنشطة R&D تُعزز إنتاجية (نوعية) السلع الوسيطية (الآلات) المستخدمة في إنتاج السلع النهائية (تُمثل هذه الابتكارات المُعززة للإنتاجية محركا للتقدم التكنولوجي و مصدرا رئيسيا للنمو الاقتصادي)، لكن في المقابل تجعل هذه التقنيات الجديدة التي تنتجها صناعة R&D التقنيات السابقة متقادمة حيث يُواجه المستثمرون في هذه الصناعة خطر فقدان الموقع الاحتكاري (قصر المدة الاحتكارية). من جانب آخر، و لأن رواد الأعمال أعوان اقتصاديون باحثون عن تعظيم الأرباح، يكون حجم الاستثمار الذي يقوم عليه اكتشاف الابتكارات مبنيا على قرارات اقتصادية و بذلك هو مُحدد داخليا في النظام الاقتصادي: فكر في استثمار مجال R&D كنشاط يُولد سلسلة ابتكارات تنعكس في الخصائص الخاصة للسلع الوسيطية: ابتكار نسخة $(k+1)$ يُولد سلعة وسيطية نسخة

$(k+1)$ ذات إنتاجية (A_{k+1}) تعمل على استبدل السلعة الوسيطية (k) ذات إنتاجية (A_k)، حيث تكون إنتاجية السلعة الجديدة أعلى من سابقتها بنحو $(\lambda \succ 1)$ مع (k) يُمثل عدد الابتكارات التي حدثت خلال فترة زمنية معينة.

يتم وصف نموذج Aghion and Howitt بدلالة نموذج أحادي القطاع كما رأيناه في القسم السابق.

3.1. بناء النموذج

مرة أخرى، يتكون اقتصاد Aghion and Howitt من قطاع السلعة النهائية، السلع الوسيطية وقطاع الأبحاث. في حالة نموذج أحادي القطاع، تُوجد هناك سلعة رأسمالية وحيدة تُنتج من قبل شركة واحدة مُحتكرة لسوق السلعة الوسيطية تملك براءة الاختراع وتُستخدم في قطاع السلعة النهائية لإنتاج السلعة الاستهلاكية، في المقابل يتكون قطاع الأبحاث من باحثين هادفين لخلق نسخة جديدة (أكثر إنتاجية) من تلك السلعة الوسيطية التي تُستخدم في قطاع السلعة النهائية. يُمكن لقطاع الأبحاث بيع براءة اختراع تصميمه لشركة إنتاج السلعة الوسيطية الجديدة التي تحتكر هذا السوق إلا أن يتم استبدالها بمُنتج آخر، وبهذه الطريقة يدمج النموذج فكرة التدمير الخلاق التي تنص على إمكانية وجود خطر استبدال المُوردين الحاليين للسلعة الوسيطية من قبل وافدين جدد، وبالتالي تُؤثر على القيمة التي ستدفعها شركة السلعة الوسيطية مقابل حيازة براءة الاختراع.

يعيش الاقتصاد في الزمن المتصل ويضم عدد متصلا (L) من الأفراد الخالدين يتمتعون بتفضيلات خطية مخصومة بمعدل (ρ) :

$$U=\int_{0}^{\infty} Y_t \ell^{-\rho t} dt$$

في ظل فرضية التفضيلات الخطية (حيادية الخطر)، يكون معدل الفائدة دائما مُساويا معدل التفضيل الزمني $(\rho=r)$ (أنظر الفصل الخامس).

كل فرد يُوفر وحدة واحدة من خدمة العمل، يتم تخصيصها بين قطاعي الإنتاج والأبحاث، وفي التوازن يكون الأفراد غير متحيزين للعمل في هذا القطاع أو ذاك.

هناك سلعة استهلاكية "نهائية" عند الزمن (t) يتم إنتاجها بشكل تنافسي باستخدام سلعة وسيطية واحدة، ليكن:

$$Y_t = A_{tk} x_{tk}^{\alpha} \qquad (12.\ 28)$$

حيث $(0 \prec \alpha \prec 1)$ و (x_{tk}) كمية السلعة الوسيطية المُستخدمة لإنتاج السلعة النهائية من النسخة الحالية (k)، (A_{tk}) إنتاجية السلعة الوسيطية المستخدمة حاليا لإنتاج النسخة (k) مع $(k=0,1,2,...)$ نسخة (نوعية) السلعة الوسيطية المستخدمة، و كل نسخة تتميز بمستوى إنتاجية خاصة بها: إذا كانت شركات السلعة النهائية تستخدم سلعة وسيطية (x_k)، فإنها بشكل ضمني تستخدم مستوى إنتاجية (A_k) - (x_k) عدد وحدات الآلة المُستخدمة و (A_k) مدى كفاءة تلك الآلة. على سبيل المثال، نفترض خادم جهاز كمبيوتر IBM قديم $(k=1)$ بإنتاجية (A_1)، بعد ذلك طَورت

IBM خادما حديثا $(k=2)$ بإنتاجية $(A_2 \succ A_1)$، لاحظ حتى لو استخدمت الشركة نفس عدد الخوادم $(x_1 = x_2)$، إلا أنها تُنتج مزيدا من المخرجات باستخدام الخادم الجديد بدلا من نسختها السابقة.

يتم إنتاج السلعة الوسيطية في إطار المنافسة الاحتكارية باستخدام العمالة فقط كمُدخل إنتاج بتكنولوجيا وحدة بوحدة: وحدة واحدة من تدفق العمالة في قطاع إنتاج السلعة الوسيطية يُستخدم لإنتاج وحدة واحدة من مدخل السلعة الوسيطية. ليكن (x_t) كمية الإنتاج الحالي لمدخل السلعة الوسيطية وحجم العمالة المُوظفة في قطاع إنتاجها على حد سواء:

$$L_E = x_{tk}$$

يتم توليد النمو الاقتصادي في هذا النموذج عن طريق الابتكارات التي تُحسن نوعية السلعة الوسيطية المُستخدمة في إنتاج السلعة النهائية: إذا كان هناك سلعة وسيطية بنوعية (A)، سيُدرج الابتكار الجديد سلعة وسيطية (آلة) جديدة في عملية الإنتاج بنوعية (λA) حيث $(\lambda \succ 1)$: يتضمن الابتكار اختراع نسخة جديد من السلعة الوسيطية تستبدل نسختها السابقة وتزيد من معلمة التكنولوجيا (A) بعامل ثابت $(\lambda \succ 1)$. تُشير هذه الفكرة لخاصية "التدمير الخلاق" المميزة لعملية النمو: في إطار منافسة من نوع Bertrand، يقوم المبتكر الجديد بإخراج الشركة المُنتجة للسلعة الوسيطية ذات النوعية (A) من السوق لأنه يُنتج سلعة أفضل منه وبنفس تكلفة

عنصر العمل المستخدم لإنتاجها،[11]لذا يفترض النموذج تغير هوية المبتكر (المبتكر الجديد شخص مختلف عن المبتكر السابق).

ترفع الابتكارات الناتج فقط إذا اشترت شركات السلع النهائية أحدث نسخة من السلعة الوسيطية. كما سنرى أدناه، تبيع شركات السلع الوسيطة جميع إصدارات السلعة الرأسمالية بنفس السعر، لذلك تشتري شركات السلعة النهائية أحدث نسخة فقط لأنها تُمثل أعلى مستوى من الإنتاجية، وبهذه الطريقة سيعمل الاقتصاد دائمًا بأحدث التقنيات (النوعية الرائدة).

يتم نمذجة تكنولوجيا الابتكار أو قطاع الأبحاث استنادا لأدبيات التنظيم الصناعي الحديثة و السباق نحو إمتلاك براءات الاختراع (أنظر: Tirole 1988 , Reinganum 1989): كل عامل يخلق معدل تدفق (η) من الابتكار الجديد (معلمة إنتاجية قطاع تكنولوجيا الأبحاث)، و إذا كان لدينا (L_{Rt}) وحدة من العمل

[11] - ينطوي نموذج النمو الشومبتري على تأثيرات خارجية إيجابية وسلبية، يُشار للتأثيرات الخارجية الإيجابية في ورقة Aghion and Howitt (1992) بـ " الآثار الانتشارية للمعرفة": يرفع ابتكار جديد الإنتاجية للأبد، ويكون بمثابة تكنولوجيا مرجعية لأي ابتكار لاحق، مع ذلك يتحصل المبتكر الحالي (الخاص)على مكافأة مقابل اختراعه فقط خلال مجال زمني محدد إلى أن يصل ابتكار جديد آخر. يظهر هذا التحليل أيضا في عمل Romer (1990) حيث يُشار إليه بـ" عدم التنافس على المعرفة مع استبعاد محدود". لكن إضافة لذلك، في النموذج الشومبتري أي ابتكار جديد يُمارس تأثيرات خارجية سلبية لأنه يُدمر أرباح المبتكر السابق، والذي وفق مصطلحات Jean Tirole (1988) (حائز على جائزة نوبل في الاقتصاد عام 2014) يُشار لتأثير الابتكار هذا باسم "سرقة الأعمال".

المُستخدمة في R&D سيصل الابتكار الجديد خلال الوحدة الزمنية الحالية بمعدل Poisson يُساوي (ηL_{Rt}) أي المعدل الذي يحدث فيه الابتكار في قطاع الأبحاث خلال وحدة زمنية، ما يدل أن زيادة حجم العمالة المستخدمة في قطاع R&D يزيد من معدل تدفق الابتكارات.

يظهر فرق رئيسي بين هذا النموذج الشومبتري ونموذج Romer (1990) في كيفية تصورنا للابتكار: في نموذج Romer، يسعى الباحثون وراء خلق سلعة وسيطة جديدة تصل بمعدل ثابت (المعادلة (4. 11))، لكن في نموذج Aghion and Howitt يسعى كل الباحثون وراء نفس الفكرة (النسخة $(k+1)$ من السلعة الوسيطية) باحتمال ثابت لاكتشاف هذا الإصدار الجديد يُساوي (η).

3.2.2. حل النموذج

3.2.2.1. معادلات موازنة الأبحاث وسوق العمل

نركز على مسار النمو التوازني يكون فيه تخصيص العمالة بين الإنتاج (x) والأبحاث (L_R) ثابتا عبر الزمن. يتم وصف عملية النمو الاقتصادي (ديناميكية الاقتصاد) وفق معادلتان أساسيتان تُمثلان العمود الفقري لنموذج النمو الشومبتري:

المعادلة الأولى هي معادلة توازن سوق العمل:

$$L = L_E + L_R = x_k + L_R \tag{12. 29}$$

تعكس هذه الفكرة تساوي إجمالي العمالة الكلية خلال فترة زمنية لمجموع العمالة المستخدمة في الإنتاج وأنشطة R&D (وفق الطلب الموجود في قطاع التصنيع ومجال R&D).

تعكس المعادلة الثانية عدم تحيز الأفراد في التوازن بين الانخراط في نشاط R&D أو العمل في قطاع السلعة الوسيطية، نُسميها معادلة "موازنة الأبحاث" أو شرط الدخول الحر التي تُحدد حجم العمالة المُخصصة للأبحاث في التوازن (الجزء الباقي من التحليل يُركز على هذه المعادلة الثانية).

ليكن (w_k) معدل الأجر الحالي المشروط بوصول (k) عدد من الابتكارات من الزمن 0 إلى الزمن الحالي (t) (الابتكار هو المصدر الوحيد للتغير في هذا النموذج، لذا ستبقى كل المتغيرات الاقتصادية الأخرى ثابتة خلال المجال الزمني بين ابتكارين متتابعين). ليكن (V_{k+1}) صافي القيمة الحالية لمُبتكر النسخة $(k+1)$ المقبلة.

خلال مجال زمني قصير (dt) بين ابتكار النسخة (k) و $(k+1)$،[12] يُواجه فرد ما الخيار التالي: إما يُخصص وحدة من العمل خلال الوقت الحالي في قطاع التصنيع (إنتاج الآلة) وفق معدل الأجر الحالي $(w_t dt)$، أو يُخصص وحدة العمل في قطاع R&D وفي هذه الحالة سيبتكر باحتمال (ηdt) وبعد ذلك يتلقى (V_{k+1})، أو لن يحصل

---

12 - يُدرَج المجال الزمني في النموذج كمجال زمني يقع بين ابتكاريين متتابعين، لذا نستخدم الرمز (dt) للإشارة لمجال زمني يبدأ بوصول ابتكار النسخة (k) وينتهي فور وصول ابتكار النسخة $(k+1)$.

على أي شيء إذا لم ينجح في الابتكار، في هذه الحالة تُصبح القيمة الحالية للأرباح التي يتلقاها المبتكر (V_{k+1}) متغيرا عشوائيا لأن تاريخ وصول ابتكار $(k+1)$ مُحدد باحتمال (ηL_R) لكل وحدة زمنية.

نعبر عن معادلة موازنة الأبحاث (شرط الدخول الحر):[13]

$$w_k = \eta V_{k+1} \tag{12. 30}$$

يُمثل الجانب الأيسر قيمة ساعة واحدة لإنتاج السلعة الوسيطية، بينما يُمثل الجانب الأيمن القيمة المتوقعة لساعة واحدة من الأبحاث أي احتمال تدفق ابتكار ما (η) مضروبا بقيمة (V_{k+1}). بعبارة أخرى، يتطلب شرط الدخول الحر أن يتساوى الأجر في قطاع R&D بصافي تدفق الأرباح (الذي يُساوي (ηV_{k+1})) لأنه عند نوعية الآلة الحالية (A)، يُؤدي زيادة عامل في قطاع R&D لاكتشاف آلة جديدة ذات نوعية (λA) بمعدل تدفق (η).

---

[13] - يكون الاستثمار في R&D جذابا أي $(L_R \succ 0)$ إذا كان العائد المتوقع لكل وحدة زمنية $(\eta L_R V_{k+1})$ على الأقل أكبر من التكلفة $(w_k L_R)$. وإذا وُجد دخول حر في قطاع الأبحاث كما هو مُفترض لابد أن يُساوي صافي العائد المتوقع لكل وحدة زمنية قيمة الصفر (نظرية Euler):

$$\eta L_R V_{k+1} - L_R w_k = 0 \Rightarrow L_R \left\{\eta V_{k+1} - w_k\right\} = 0$$

ولأننا نعتبر قطاعا يكون فيه عدد العمال في R&D مُوجبا $(L_R \succ 0)$، فإن العنصر الموجود بين الحاضنة لابد أن يُساوي الصفر لذا نحصل على المعادلة (12 .30).

إذا اكتشف مخترع نسخة جديدة سيحصل على براءة اختراع (من قبل الحكومة) يبيعها لشركة السلعة الوسيطية ولا تستطيع شركة السلعة الوسيطية التي تُنتج النسخة (k) شراء براءة اختراع النسخة $(k+1)$. يتم تحديد صافي القيمة الحالية للأرباح (قيمة براءة الاختراع (V_{k+1})) وفق معادلة Bellman أو معادلة الأصول التالية:[14]

$$rV_{k+1}=\pi_{k+1}-\eta L_R V_{k+1}$$

تُشير هذه المعادلة أن الدخل المتوقع (rV_{k+1}) لحيازة رخصة ابتكار آلة النسخة $(k+1)$ خلال وحدة زمنية يُساوي تدفق الأرباح الحالية (π_{k+1}) المتحصل عليها من قبل محتكر السلعة الوسيطية $(k+1)$ ناقصا الخسارة المتوقعة لرأس المال بسبب التدمير الخلاق $(\eta L_R V_{k+1})$: عندما يُستبدل المُبتكر للسلعة $(k+1)$ بمُبتكر جديد يخسر (V_{k+1}) مع احتمال تدفق الخسارة يُساوي معدل وصول الابتكار (ηL_R).

يلتقط العنصر $(\eta L_R V_{k+1})$ جوهر نموذج النمو الشومبتري: عندما يصل ابتكار جديد يخسر المحتكر الحالي موقعه الاحتكاري ويُستبدل بآلة أخرى ذات نوعية أعلى، وانطلاقا من تلك النقطة الزمنية يتلقى أرباحا وقيمة صفرية، أو بعبارة أخرى، يُساوي قيمة (V_{k+1}) لابتكار نسخة $(k+1)$ إلى صافي القيمة المتوقعة للأصول المُحقق إلى أن يختفي بمعدل متوقع (ηL_R).[15]

---

14 - أنظر الملحق 12 لمعرفة كيفية الحصول على هذه المعادلة.

15 - تذكر أن النسخة الأخيرة للسلعة الوسيطية هي التي تُستخدم في الإنتاج: إذا امتلكت شركة ما براءة اختراع النسخة $(k+1)$، وقامت شركة أخرى باختراع النسخة $(k+2)$ ستتعرض الشركة السابقة لخطر الخروج من مجال

تعكس هذه المعادلة أيضا ما يُسمى "تأثير Arrow" أو "تأثير الاستبدال Replacement Effect" الذي يعني ضمنيا أن الداخل الجديد هو الذي يقوم بالابتكار، أي أن (ηL_R) في الواقع هو معدل التدفق الذي يُستبدل به المخترع الحالي بالجديد (أو احتمال أن يخسر المبتكر الحالي أرباحه الاحتكارية). في الواقع، هناك سبب بسيط يجعل المبتكر الحالي لا ينخرط في الأبحاث لأن كل الباحثين الآخرين لديهم نفس إمكانية الوصول للتكنولوجيا الحالية (A_k) كمرجع لأبحاثهم، لذا قيمة المُبتكر الحالي في خلق الابتكار المقبل هو $(V_{k+1} - V_k)$ وأقل من قيمة (V_{k+1}) الخاصة بالباحثين الجدد.

إذا مكن الابتكار وصول المخترع الناجح لتدفق ربحي دائم (π_{k+1})، فإن القيمة الدائمة المقابلة لها ستكون (π_{k+1} / r).[16] لكن مع ذلك، هناك معدل التدمير الخلاق (ηL_R) ما يعني أن:

$$V_{k+1} = \frac{\pi_{k+1}}{r + \eta L_R} \qquad (12.\ 31)$$

الأعمال بمعدل يُساوي احتمال وصول هذه النسخة الجديدة (ηL_R)، وإذا تم استبدالها ستخسر القيمة الكلية لاختراعها (V_{k+1}).

16 - تُساوي القيمة الأبدية:

$$\int_0^\infty \pi_{k+1} \ell^{-rt} dt = \frac{\pi_{k+1}}{r}$$

أي أن قيمة الابتكار (V_{k+1})تُساوي تدفق الأرباح مقسوما على معدل الفائدة (الخصم) المُعَدل بالخطر $(r+\eta L_R)$حيث يتمثل الخطر أن يتم إخراجك بواسطة مُبتكر جديد. لاحظ أن زيادة (ηL_R)سيُخفض (V_{k+1}): كلما توقع إجراء المزيد من الأبحاث بعد الابتكار المقبل كانت المدة المحتملة لتمتع مخترع الابتكار المُقبل بالأرباح الاحتكارية أقصر، أو بعبارة أخرى وجود احتمال مرتفع لوصول ابتكار جديد يعني إمكانية استبدال السلعة الوسيطية الحالية بسرعة أكبر ويعني انخفاض قيمة براءة اختراعها.

3.2.2.2. الأرباح، R&D والنمو الاقتصادي في الحالة المستقرة

كما رأينا في القسم السابق، يُمكن ايجاد حل للربح التوازني(π_{k+1})، حجم R&D التوازني(L_R)عن طريق الحل العكسي (للوراء). أولا، بدلالة إنتاجية السلعة الوسيطية معطاة، نعمل على حل تدفق الربح التوازني للمبتكر الحالي ثم نرجع خطوة للوراء لنُحدد حجم R&D التوازني باستخدام المعادلتين (12 .29) و (12 .30).

الربح التوازني: نفترض أن نسخة(k)من الابتكارات وصلت حتى الزمن (t)، ما يعني أن السلعة الوسيطية الأعلى نوعية فقط تكون متاحة للاستخدام في قطاع السلعة النهائية: تُعطى الإنتاجية الحالية لهذه السلعة الوسيطية$\left(A_k=\lambda^k A_0\right)$. ولأن إنتاج السلعة النهائية يعمل في إطار المنافسة الكاملة، سيبيع محتكر السلعة الوسيطية هذا المدخل ذات النوعية (A_k)بسعر مُساو للناتج الحدي:

$$p_k = \frac{\partial\left(A_k x^{\alpha}\right)}{\partial x} = A_k \alpha x^{\alpha-1} \quad (12.\ 32)$$

يتم إنتاج السلعة الوسيطية باستخدام وحدة من العمل، ويختار المحتكر الكمية (x) من أجل:

$$\pi_k = \max_x \left\{ p_k x - w_k x \right\} \quad (12.\ 33)$$

تحت القيد (32. 12)، مع (w_k) تكلفة إنتاج (x) وحدة من السلعة الوسيطية.

يعني شرط الدرجة الأولى (بعد استبدال قيمة (p_k) في المعادلة 33. 12):

$$\alpha^2 A_k x^{\alpha-1} = w_k$$

بدمجها مع المعادلة (30. 12) نجد سعرا توازنيا:

$$p_k \equiv p = \frac{w_k}{\alpha}$$

يُساوي هامشا ثابتا (الهامش الاحتكاري $1/\alpha$) على التكلفة الحدية ومُستقل عن نوعية السلعة المستخدمة (k). لاحظ أن هذه المعادلة تمنحنا نظرة ثاقبة لماذا تقوم شركات السلع النهائية بشراء نسخة واحدة فقط من السلعة الرأسمالية ولماذا هي دائما النسخة الأحدث: نظرًا لأن كل شركة وسيطة تفرض نفس السعر على وحدة من السلعة الوسيطية، فإن شراء النسخة القديمة يُعد مُكلفًا بقدر شراء النسخة الأخيرة، ولأن الإنتاجية الأعلى تتجسد في النسخة الأحدث ستسعى شركات السلعة النهائية دائمًا لشرائها دون النسخ السابقة ما يعني أن الاقتصاد يعمل دائمًا عند مستوى النسخة (k) دون النسخ $(k-1)$ أو $(k-2)$ من السلعة الوسيطية.

لشراء شركات السلع النهائية أحدث نسخة من السلعة الوسيطية فقط، ستحتكر شركة سلعة وسيطة واحدة فقط (الشركة التي تملك براءة اختراع الإصدار الأول) هذا السوق. على ذلك، تحصل هذه الشركة على الربح التوازني وفق المعادلة:

$$\pi_k = \frac{1-\alpha}{\alpha} w_k x \qquad (12.34)$$

والذي يُساوي $(1-\alpha/\alpha)$ مُضروبا في فاتورة الأجور (معدل الأجر مضروبا بعدد العمال) في قطاع السلعة الوسيطية.

حجم R&D التوازني: ننظر الآن لمدى اعتماد معدل تدفق الابتكار (ηL_R) على حجم العمالة المُخصصة في قطاع الأبحاث: بدمج المعادلات (12. 31) و (12. 34) بالمعادلة (12. 30)، يُمكن كتابة معادلة الشرط الحر كالآتي:

$$w_k = \eta \frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) w_{k+1} x}{r + \eta L_R^*} \qquad (12.35)$$

على مسار النمو المتوازن، تُصبح جميع المتغيرات الكلية (الناتج، الأجور والأرباح) مُضروبة بـ (λ) عندما يصل ابتكار جديد، لدينا:

$$w_{k+1} = \lambda w_k$$

وتُصبح معادلة مُوازنة الأبحاث:

$$w_k = \eta \frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) \lambda w_k x}{r + \eta L_R^*}$$

بقسمة طرفي المعادلة على (w_k):

$$1=\eta\frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\lambda x}{r+\eta L_R^*}$$

يُمكن حل معادلة حجم R&D التوازني (35. 12)(L_R^*) كدالة تابعة لمعلمات الاقتصاد. بدمج هذه المعادلة الأخيرة مع معادلة سوق العمل (29. 12)، يستوفي المستوى التوازني للأبحاث (L_R^*) في الحالة المستقرة المعادلة التالية مع ($\rho=r$):

$$1=\eta\frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\lambda\left(L-L_R^*\right)}{\rho+\eta L_R^*} \qquad (12.\ 36)$$

أو

$$L_R^*=\frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\lambda\eta L-\rho}{\eta+\lambda\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)\eta} \qquad (12.\ 37)$$

يكفي افتراض قيد$(\lambda(1-\alpha/\alpha)\eta L\succ\rho)$لضمان R&D موجب في التوازن.

يُقدم تحليل المعادلة (37. 12) عددا من الملاحظات المهمة: يزيد المستوى التوازني للأبحاث(L_R^*)مع:

1- زيادة إنتاجية تكنولوجيا R&D (مقاسا بـη) أو حجم الابتكارات (مقاسا بـλ) أو زيادة حجم السكان(L)الذي يزيد الربح الحدي، يُقلص التكلفة الحدية للأبحاث ويُشجع القيام بأنشطة R&D.

2- مع انخفاض (α)، لأن وجود درجة عالية من (α) يُصبح قطاع السلعة الوسيطية أكثر تنافسية ما يُثبط حافز القيام بـ R&D بسبب انخفاض الأرباح الاحتكارية للمبتكر الناجح أي كلما زادت المنافسة تنخفض الأرباح الاحتكارية التي يتحصل عليها المبتكرون الناجحون وتقل حوافز الابتكار.

3- وأخيرا مع انخفاض معدل الفائدة أو معدل التفضيل الزمني $(r=\rho)$ يزيد الربح الحدي للأبحاث برفع القيمة الحالية للأرباح الاحتكارية ويُشجع بذلك القيام بـ R&D.

معدل النمو المتوقع في الحالة المستقرة: بمجرد تحديد حجم R&D التوازني، من السهل حساب معدل النمو المتوقع على المدى الطويل.

بما أن النمو الاقتصادي يحدث نتيجة الابتكارات التي ترفع معلمة الإنتاجية (A_k)، فإن معدل النمو الاقتصادي يتناسب مع معدل نمو معلمة الإنتاجية (A_k). لاحظ أن تدفق السلعة الاستهلاكية (أو الناتج النهائي) تُنتج خلال مجال زمني بين ابتكار (k) و $(k+1)$ تُساوي:

$$Y_k = A_k x^{\alpha} = A_k \left(L - L_R^*\right)^{\alpha}$$

تتناسب مع إنتاجية السلعة الوسيطية (A_k) و (L_R^*) المُحددة وفق المعادلة (37. 12)، ما يعني أن:

$$Y_{k+1} = \lambda Y_k \qquad (12.\ 38)$$

يُشير (k) لتتابع وصول الابتكار $(k=1,2,3...)$، لكن ماذا سيحدث لتطور الناتج النهائي كدالة تابعة للزمن (t)؟ نعلم بدلالة المعادلة (38 .12) أن لوغاريتم الناتج النهائي $(\log(Y_t))$ يزيد بحجم مُساو $(\log(\lambda))$ كل مرة يحدث فيها ابتكار جديد، لكن المجال الزمني الذي يقع بين ابتكاريين متتابعين يخضع للعشوائية ما يعني أن المسار الزمني للوغاريتم الناتج النهائي $(\log(Y_t))$ هو دالة ذات خطوة عشوائية، حيث يُساوي حجم كل خطوة $(\log(\lambda) \succ 0)$ والمجال الزمني بين كل خطوة يتم توزيعه بشكل أسي وفق المعلمة (ηL_R^*).

للتبسيط، بأخذ مجال زمني بين (t) و $(t+1)$ باحتمال (ηL_R^*)، تنجح الشركات البحثية في اكتشاف الابتكار رقم $(k+1)$ و عليه:

$$\log(Y_{k+1}) - \log(Y_k) = \log(\lambda) = \log(A_{k+1}) - \log(A_k)$$

مع احتمال $(1-\eta L_R^*)$، تفشل الشركات البحثية في الابتكار ما يعني أن:

$$\log(Y_{k+1}) - \log(Y_k) = 0$$

يُساوي معدل نمو الاقتصاد المُتوقع بين (k) و $(k+1)$:

$$E(\gamma) \equiv E(\log(Y_{t+1}) - \log(Y_t)) = \eta L_R^* \log(\lambda) + (1-\eta L_R^*) \times 0$$

حيث يُمثل الجانب الأيسر من المعادلة مُتوسط معدل النمو. في الحالة المستقرة، يُصبح متوسط معدل النمو الاقتصادي (وفق قانون الأعداد الكبيرة):

$$\gamma^* = \eta L_R^* \log(\lambda) \qquad (12.\ 39)$$

بدمج معادلة (37. 12) في هذه المعادلة، يُمكننا معرفة تأثير تغير المعلمات على متوسط معدل النمو: زيادة حجم سوق العمل (L) (تأثيرات الحجم موجودة في النموذج) أو انخفاض معدل الفائدة (r) أو درجة منافسة السوق (α) سيزيد من (L_R^*) و (γ^*). من جانب آخر، زيادة حجم الابتكار (λ) أو إنتاجية R&D (η) يزيد النمو مباشرة (زيادة $\eta \log(\lambda)$) وبشكل غير مباشر عبر (L_R^*).

2.2.3. أمثلية Pareto

في هذا القسم، نقوم بمقارنة الاستثمار التوازني في R&D ومتوسط معدل النمو في الاقتصاد اللامركزي مع الاستثمار في R&D ومتوسط معدل النمو الذي يختاره المخطط الاجتماعي لتعظيم القيمة الحالية المتوقعة للاستهلاك (Y_t). ولأن كل ابتكار يرفع الناتج النهائي بنفس المعامل (λ)، فإن السياسة المثلى لابد أن تضمن مستوى ثابت من الأبحاث.

تُعطى المنفعة المتوقعة:

$$U = \int_0^\infty \ell^{-\rho t} Y_t dt = \int_0^\infty \ell^{-\rho t} \left(\sum_{k=0}^{\infty} P(k,t) A_k x^\alpha \right) dt \qquad (12.\ 40)$$

حيث $P(k,t)$ احتمال وصول (k) عدد من الابتكارات حتى الزمن (t). مع افتراض خضوع عملية الابتكار لقانون Poisson مع معلمة (ηL_R): [17]

[17] - يتم إدراج تفاصيل اشتقاق هذه المعادلة في الملحق 13.

$$P(k,t)=\frac{(\eta L_R t)^k}{k!}\ell^{-\eta L_R t}$$

يختار المخطط الاجتماعي التوليفة (x,L_R) لتعظيم المنفعة المتوقعة تحت قيد مورد العمل (المعادلة 29. 12). ولأن $(A_k=\lambda^k A_0)$، يُمكن إعادة كتابة دالة المنفعة المُتوقعة من الشكل:

$$U(L_R)=\frac{A_0(L-L_R)^{\alpha}}{r-\eta L_R(\lambda-1)}$$

يستوفي مستوى الأبحاث التوازني اجتماعيا (ηL_R) شرط الدرجة الأولى $U'(L_{R_{SP}})=0$ الذي يُعادل:

$$1=\eta\frac{\left(\frac{1}{\alpha}\right)(\lambda-1)(L-L_{R_{SP}})}{\rho-\eta L_{R_{SP}}(\lambda-1)} \qquad (12.\ 41)$$

يُنتج هذا المستوى من الأبحاث متوسط معدل نمو يُساوي:

$$\gamma_{SP}=\eta L_{R_{SP}}\log(\lambda)$$

يعتمد ما إذا كان متوسط معدل نمو اقتصاد السوق (γ^*) أكبر أو أصغر من المعدل الأمثل (γ_{SP}) على ما إذا كان مستوى الأبحاث التوازني (L_R^*) أكبر أو أصغر من المستوى الأمثل اجتماعيا $(L_{R_{SP}})$.

بمقارنة المعادلة (36. 12) التي تُحدد (L_R^*) بالمعادلة (41. 12) المحددة لـ $(L_{R_{SP}})$، تظهر ثلاث اختلافات مهمة:

يظهر الاختلاف الأول عندما يكون معدل الخصم الاجتماعي $(\lambda-1)$ $\rho-\eta L_{R_{SP}}$ في المعادلة (41. 12) أقل من معدل الخصم الخاص $\rho+\eta L_R^*$ في المعادلة (36. 12)، حيث يُشير هذا الاختلاف لوجود "تأثيرات انتشارية للأبحاث": يأخذ المخطط الاجتماعي في الحسبان استمرار فوائد الابتكار المقبل للأبد، بينما تُهمل الشركات البحثية الخاصة أوزان هذه الفوائد التي تحدث مع تتابع الابتكارات، لذا يميل هذا التأثير لتوليد استثمارات غير كافية في R&D في ظل اقتصاد السوق.[18]

يرتبط الاختلاف الثاني بالعامل $(1-\alpha)$ الذي يظهر في الجانب الأيمن من المعادلة (36. 12) دون المعادلة (41. 12) ويعكس "تأثير الملائمة Appropriability Effect": أي عدم قدرة المُحتكر الخاص على ملائمة تدفق الإنتاج بالكامل، يُمكنه فقط تخصيص جزء $(1-\alpha)$ من هذا الناتج، ويميل هذا التأثير أيضا لتوليد استثمار أقل في R&D في ظل اقتصاد السوق.

الفارق الثالث هو العامل $(1-\lambda)$ في بسط المعادلة (41. 12) الذي يستبدل (λ) في الجانب الأيمن من المعادلة (36. 12) ويُمثل تأثير "سرقة الأعمال": لا تأخذ

---

[18] - يُمكن الإشارة لوجود تأثيرين انتشاريين إضافيين في النموذج: أولا، يُمكن للباحثين الاستفادة من تدفق أبحاث أشخاص آخرين، ويُصبح معدل وصول ابتكار شركة ما دالة تحمل ثبات عوائد الحجم في أبحاثها وأبحاث الآخرين. ثانيا، يُمكن أن يكون هناك معدل وصول للتقليد يتبع قانون Poisson ومُحدد خارجيا (ليكن (υ)) يكون أقل تكلفة من الابتكار ولا يخضع لقانون براءة الاختراع ويستنسخ السلعة الوسيطية الحالية. سيعمل كلا التأثيرين على خفض متوسط معدل النمو مقارنة بقيمته الأمثلية.

الشركة البحثية الخاصة بالحسبان الخسارة التي يتكبدها المبتكر السابق بسبب ابتكارها الجديد، عكس المخطط الاجتماعي الذي يأخذ في الحسبان تدمير الابتكار الجديد للعائد الاجتماعي للابتكارات السابقة، لذا يخلق هذا التأثير استثمارا أكبر بكثير في R&D في ظل اقتصاد السوق.

تميل الآثار الانتشارية وتأثيرات الملائمة لجعل متوسط معدل النمو في ظل اقتصاد السوق أقل من مستواه الأمثلي اجتماعيا (ما يعني أن التوازن التنافسي ليس أمثليا من نوع Pareto)، في المقابل تميل تأثيرات سرقة الأعمال لجعل R&D ومتوسط معدل النمو في اقتصاد السوق أعلى من المستوى الأمثلي اجتماعيا. ولأن هذه التأثيرات تتعارض مع بعضها البعض، يُمكن أن يكون متوسط معدل النمو أكبر أو أقل من معدل النمو الأمثلي في الحالات التالية:

تميل التأثيرات الانتشارية و الملائمة للهيمنة إذا كان حجم الابتكارات (λ) قريبا بما فيه الكفاية من الواحد و عليه $\left(L_{R_{SP}} \succ L_R^*\right)$، بينما تميل تأثيرات سرقة الأعمال للهيمنة إذا كانت هناك قوة احتكارية كبيرة ((α) قريبة من الصفر) و $\left(L_{R_{SP}} \prec L_R^*\right)$: يكون معدل نمو الاقتصاد اللامركزي مُفرطا (أكبر من النمو الأمثلي) عكس ما تتضمنه نماذج توسيع الأصناف- هذه الإمكانية الجديدة تُمثل أهم نتيجة لإدراج فكرة التقادم (التدمير الخلاق) في النمو الاقتصادي.

4. النمو الشومبتري بدون تأثيرات الحجم (Aghion and Howitt 1998)

تتوقع نظريات النمو القائمة على الابتكار التي رأيناها لحد الآن (نماذج توسيع الأصناف مع الابتكارات الأفقية فقط والنماذج الشومبترية مع الابتكارات العمودية فقط) أن زيادة السكان تُؤدي لزيادة النمو: هذا راجع لأن زيادة عدد السكان تُوسع حجم السوق الذي سيستفيد منه المُخترع الناجح إلى جانب ارتفاع عدد الباحثين المحتملين.

لكن كما أشرنا سابقا، تم الطعن في هذا التوقع النظري من قبل الأدلة التجريبية: أشار Jones (1995) أن عدد العلماء والمهندسين العاملين في مجال R&D نما بنحو 9 أضعاف منذ عام 1953 دون أي زيادة ملحوظة في نمو الإنتاجية.

في منتصف التسعينات عمل عدد من الإقتصاديين على إلغاء تأثيرات الحجم لأنشطة R&D.[19] على سبيل المثال، قام Jones (1995) بتعديل معادلة R&D في نموذج Romer (1990) عبر السماح بانخفاض معدل الابتكار بوجود مستوى معين من المعرفة والتأثيرات الخارجية، والتي ترجع في الأساس لافتراض أن المعرفة الحالية لا تُسهم بالقدر الكافي في خلق المعرفة الجديدة ما يعني وجود تأثيرات انتشارية ضعيفة

---

[19] - أنظر على سبيل المثال، Jones (1995)، Kortum (1997)، Segerstrom (1998) (نماذج النمو شبه الداخلي)، و Young (1998)، Aghion and Howitt (1998)، Dinoporlous and Thompson (1998)، Howitt (1999)، و Paretto (1998) (نماذج النمو الشومبترية).

في أنشطة R&D إضافة لوجود ازدواجية في عملية R&D. من جانب آخر، قام Segerstrom (1998) (تبعا لمنهج Lucas (1988)) بإدخال متغير رأس المال البشري ينمو عن طريق التعليم أو بوجود الآثار الانتشارية للمعرفة، أما Young (1998) فقدم صيغة بديلة تتضمن الابتكار العمودي (تحسين النوعية) والابتكار الأفقي (زيادة عدد التشكيلات) معا من أجل معالجة مشكلة تأثيرات الحجم يفترض فيه وجود تأثيرات انتشارية زمنية للمعرفة فقط في البُعد العمودي، حيث يُؤدي كبر حجم السوق لزيادة عدد المنتجات الأفقية التي تُؤثر على مستوى المنفعة وليس على معدل النمو.

رغم أن هذه الدراسات استطاعت تقديم نماذج للنمو الاقتصادي في غياب تأثيرات الحجم، إلا أن هذا قد يُكلف إلغاء مفهوم "داخلية النمو Endogeinty of Growth" الناتج عن طريق أنشطة R&D: لاحظ أن افتراض Jones (1995) انخفاض معدل الابتكار (افتراض تناقص عوائد مخزون المعرفة لأنشطة R&D) يُؤدي لانخفاض معدل نمو الاقتصاد حتى يصل لمستوى يتناسب فيه طرديا مع معدل نمو السكان، لذا يعتمد ثبات هذا التناسب على بعض المعلمات الخارجية. بعبارة أخرى، نستخلص من نموذج Jones (1995) أن افتراض داخلية أنشطة R&D يُؤدي لوجود نمو خارجي ما يدل أن أي سياسة حكومية تُدعم أنشطة R&D ليس لها أثر على النمو الاقتصادي (Jones 1995:773)، كما رأينا سابقا يُطلق Jones (1995) على مثل هذه

النماذج مصطلح "شبه داخلية". من جانب آخر، في ظل غياب تأثيرات الحجم، يُصبح نموذج Segerstrom (1998) ذو نمو داخلي تتأتى داخلية النمو فيه من التعليم وتراكم رأس المال البشري وليس من أنشطة R&D.

أما في نموذج Young (1998) يعني غياب تأثيرات الحجم وجود نمو خارجي رغم وجود ابتكارات أفقية وعمودية تم تحديدهما بشكل داخلي، وعليه يرى Young (1998) أن أي سياسة حكومية تُدعم أنشطة R&D لا تُمارس أي أثر على النمو حتى وإن تغير عدد التشكيلات الرأسمالية أو مستوى الرفاهية (Young 1998:61).

قامت نماذج النمو الشومبترية (من الجيل الثاني) المطورة من قبل Aghion and Howitt (1998)، Dinoporlous and Thompson (1998)، Howitt (1999) و Paretto (1998) بالحفاظ على إحدى فرضيات نماذج النمو الداخلي القائمة على الابتكار أي ثبات عوائد مخزون المعرفة لـ R&D ما يعني ضمنيا أن معدل النمو على المدى الطويل سيحكمه نفس العوامل الاقتصادية التي أشارت إليها نماذج Romer (1990) و Aghion and Howitt (1992)، لكن الاستثناء الوحيد يكمن في أن حجم عمالة بلد ما لم يعد يُمارس تأثيرا إيجابيا للحجم على المدى الطويل (أي عدم وجود تأثيرات الحجم) بل يُمارس تأثيرات السياسة على معدل النمو التوازني. لقد استطاعت نظرية النمو الشومبترية أيضا دمج نظرة Young (1998) القائلة أنه كلما نما اقتصاد ما سيُقلل انتشار أصناف المنتجات فعالية أنشطة R&D (بسبب زيادة التعقيد) التي

تهدف لتحسين النوعية (الابتكار العمودي) بسبب إنتشاره بشكل ضعيف في عدد كبير من القطاعات المختلفة، لذا عند إضافة هذا الافتراض تُصبح النظرية متسقة مع التعايش الملاحظ بين نمو TFP المستقر و ارتفاع عدد السكان لأنه في الحالة المستقرة سيُقابل تأثير الحجم المُعزز للنمو بتأثير انتشار المُنتج المُخفض للنمو. بمعنى آخر، وفق هذه النظرية يُمكن إدامة النمو بمستوى ثابت إذا تم المحافظة على أنشطة R&D بنسبة ثابتة لعدد خطوط إنتاج (أصناف المنتجات) كل قطاع والذي بدوره يتناسب طرديا مع حجم السكان على طول مسار النمو المتوازن، على هذا النحو ينبغي رفع أنشطة R&D عبر الزمن لمواجهة المجموعة المتزايدة والمعقدة من المنتجات التي تُضعف تأثيرات إنتاجية أنشطة R&D.

نسلط في هذا القسم الضوء على نموذج Aghion and Howitt المُقدم في كتابهم "نظرية النمو الداخلي Endogenous Growth Theory" (1998: Ch.12) يعمل على التخلص من تأثيرات الحجم في النظرية عن طريق دمج الابتكارات الأفقية والعمودية معا في نفس النموذج.

تتمثل طريقة التعامل مع هذه المشكلة في النظرية الشومبترية بإدراج فكرة Young (1998) تفيد أنه مع نمو السكان تُقلص عملية انتشار أصناف المنتج كفاءة الأبحاث الهادفة لتحسين النوعية بسبب زيادة التعقيد الذي يتسبب في انتشاره بشكل ضعيف على عدد كبير من القطاعات الاقتصادية المختلفة، ما يُؤدي لتبديد التأثير على

المعدل الاجمالي لنمو الإنتاجية. ويتطلب ذلك أن يتزايد عدد أصناف المنتجات بنفس نسبة زيادة عدد السكان، ما يعني بقاء حجم الجهود البحثية لكل قطاع ونموه ثابتا.

للتفصيل أكثر، يتم الغاء تأثيرات الحجم عن طريق عملية التقليد: يُحفز العدد الكبير للعمال جزءا من الطلب الكلي عبر عملية تقليد تُؤدي لتنوع أكبر لمنافذ السوق. ولأن الطلب الكلي ومنافذ السوق يتزايدان بنفس الوتيرة، يُصبح حجم طلب كل منفذ سوق ثابت ما يجعل مبيعات كل استثمار وآفاق ربح المستثمرين دون تغيير، وبالتالي لا تعتمد حصص الاستثمار ومعدلات النمو في هذا النموذج على حجم الاقتصاد.

في هذا النموذج، يتم خلق المنتجات الوسيطة المُحسنة للنوعية (العمودية) نتيجة عملية الابتكار، في حين تُخلق أصناف جديدة من المنتجات (الأفقية) نتيجة عملية التقليد:

نفترض دالة إنتاج السلعة النهائية تسمح بعدد متغير من السلع الوسيطية:

$$Y_t = \left(\frac{L}{N}\right)^{1-\alpha} \int_0^N A_{it}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} di \qquad (12.42)$$

وهي نفس دالة الإنتاج (12.18) باستثناء أن السلع الوسيطية أصبحت مؤشرة في المجال $[0,N]$ بدلا من $[0,1]$، و (N) هو مقياس أصناف السلع الوسيطية المُستخدمة في الإنتاج. لاحظ أن هذه الدالة هي نفس دالة الإنتاج المُستخدمة في

نموذج توسيع الأصناف (المعادلة 8. 11) إذا استخدمنا التكامل بدل الجمع باستثناء: (1) أن كل سلعة وسيطية لديها معلمتها الخاصة بها (A_{it}) بدلا من (A_t) لكل المنتجات و (2) نفترض أن مدخل الإنتاج الأهم ليس (L) بل كمية العمالة المخصصة في كل قطاع (L/N): لاحظ من دالة الإنتاج (42. 12) أن زيادة أصناف المنتجات لا تُؤدي لزيادة الإنتاجية لأنها تُجبر العمالة على الانتشار نحو المزيد من القطاعات الوسيطية.

تُعطى مساهمة كل سلعة وسيطية في الناتج النهائي:

$$Y_{it} = \left(A_{it}\right)^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} \left(\frac{L}{N}\right)^{1-\alpha}$$

كلما زاد عدد السلع الوسيطية انخفض عدد العمال العاملين على كل وحدة، وتُسهم كل وحدة منها بشكل أقل في الناتج النهائي إلا إذا قُوبلت بزيادة الإنتاجية (A_{it}) أو الكمية (x_{it}).[20]

الخطوة الثانية التي يتعين القيام بها هي نمذجة العملية التي تزيد تنوع المنتجات، وأبسط طريقة للقيام بذلك هو افتراض كل شخص يخترع سلعة رأسمالية جديدة باحتمال (ψ) تكون معلمة إنتاجيتها مماثلة للمنتجات الحالية دون تحمل أي نفقات بحثية (نتيجة التقليد بالمصادفة وليس عن طريق الابتكارات المتعمدة). من جانب

[20] - هذه الدالة هي حالة خاصة لدالة الإنتاج المستخدمة في دراسة Benassy (1998) تُظهر أن زيادة أصناف المنتجات لا تُؤدي بالضرورة للتأثير ايجابيا على نمو الإنتاجية.

آخر، نفترض أن (ε) جزء من المنتجات (مُحدد بشكل خارجي) يختفي كل سنة. إذا كان عدد السكان ثابتا، فإن عدد السلع الوسيطية سيتغير بمقدار:

$$\psi L - \varepsilon N_t$$

ويستقر عند قيمة الحالة المستقرة التالية:[21]

$$N_t = \left(\frac{\psi}{\varepsilon}\right) L$$

إذا زاد عدد السكان بشكل دائم ستنمو عدد المنتجات بنفس النسبة، وتُصبح دالة إنتاج السلعة النهائية على المدى الطويل من الشكل:

$$Y_t = \left(\frac{\varepsilon}{\psi}\right)^{1-\alpha} \int_0^N A_{it}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} di$$

ومُساهمة كل سلعة وسيطية في إنتاج السلعة النهائية:

$$Y_{it} = \left(A_{it}\right)^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} \left(\frac{\varepsilon}{\psi}\right)^{1-\alpha}$$

---

[21] - لدينا معادلة الفرق التالية:

$$N_{t+1} = N_t + \psi L - \varepsilon N_t$$

بداية مع N_0 يُوجد حل وحيد:

$$N_t = \left(\frac{\psi}{\varepsilon}\right) L + \left(1-\varepsilon\right)^t \left[N_0 - \left(\frac{\psi}{\varepsilon}\right) L \right]$$

والذي يقترب نحو $L\left(\psi / \varepsilon\right)$ مع $t \to \infty$ لأن $\left(1-\varepsilon\right)$ محصور بين الصفر والواحد.

التي أصبحت الآن لا تعتمد على حجم الاقتصاد مقاسا بعدد السكان (L).
على عكس Romer (1990) أين تقود الابتكارات الأفقية عملية النمو، في هذا النموذج تعمل تلك الابتكارات على إلغاء تأثيرات الحجم في حين يتم قيادة النمو طويل الأجل عبر الابتكارات العمودية المُحسنة للنوعية.

باتباع نفس الخطوات الأقسام السابقة، نذكر أن سعر كل سلعة وسيطية يجب أن يُساوي الناتج الحدي في القطاع النهائي:

$$p_{it} = \frac{\partial Y_{it}}{\partial x_{it}} = \alpha \left(\frac{\varepsilon}{\psi} \right)^{1-\alpha} A_{it}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha-1} \qquad (12.\ 43)$$

سيختار المُحتكر في القطاع (i) الكمية (x_{it}) التي تُعظم أرباحه:

$$\pi_t = \max_{x_{it}} \left\{ p_{it} x_{it} - x_{it} \right\} = \max_{x_{it}} \left\{ \alpha \left(\frac{\varepsilon}{\psi} \right)^{1-\alpha} A_{it}^{1-\alpha} x_{it}^{\alpha} - x_{it} \right\}$$

ما يعني أن الكمية التوازنية:

$$x_{it} = \alpha^{2/(1-\alpha)} \left(\frac{\varepsilon}{\psi} \right) A_{it}$$

والأرباح التوازنية:

$$\pi_{it} \equiv \tilde{\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\psi} \right) A_{it}$$

حيث $(\tilde{\pi})$ تُعطى وفق المعادلة (12.10) في نموذج أحادي القطاع.

تُصبح الكمية التوازنية والربح التوازني لمُحتكر ما للسلعة الوسيطية مستقلة عن حجم الاقتصاد (مقاسا بـ(L)) لأن (p_{it}) أصبح مستقلا عن (L)، في المقابل تتناسب مع معلمة إنتاجية كل سلعة وسيطية. نتيجة لذلك، يكون صافي أرباح قطاع الأبحاث مُستقلا عن حجم الاقتصاد وينطبق الأمر أيضا على الكثافة التوازنية للابتكار، تكرار الابتكار ومعدل نمو الاقتصاد.

يُعطى صافي الأرباح في قطاع الأبحاث:

$$\phi(z_{it})\pi_{it} - Z_{it} = \left[\phi(z_{it})\tilde{\pi}\left(\frac{\varepsilon}{\psi}\right) - z_{it}\right]A_{it}$$

الذي يتم تعظيمه بـ (z_{it}) تستوفي شرط موازنة الأبحاث:

$$\phi'(z_{it})\tilde{\pi}\left(\frac{\varepsilon}{\psi}\right) = 1$$

أو

$$z \equiv z_{it} = \left(b\eta\tilde{\pi}\left(\frac{\varepsilon}{\psi}\right)\right)^{1/(1-b)}$$

حيث (z) ثابتة وتعتمد ايجابيا على كمية نصيب المُنتج لكل عامل (ε/ψ) المستقلة عن حجم الاقتصاد. أخيرا، يكون تكرار الابتكار $\mu = \phi(z)$ ومعدل النمو $\gamma = \mu(\lambda - 1)$ أيضا مستقلين عن تأثيرات الحجم.

5. السياسات الاقتصادية وفق نماذج النمو القائمة على الابتكار

تُؤكد نماذج النمو الداخلي من الجيل الثاني بفرعيها (نماذج توسيع الأصناف والشومبترية) بشكل صريح على أهمية التقدم التكنولوجي ومصدره الابتكار (الأفقي والعمودي) في توليد معدلات نمو على المدى الطويل، بل تتوقع إمكانية تحسين مستويات المعيشة عبر البلدان إذا ما خصصت المزيد من الموارد نحو قطاع الأبحاث (R&D). في الواقع العملي، تُدرك الشركات الخاصة قيمة الاستثمار في الأبحاث بل تنفق الكثير من الأموال على R&D–على سبيل المثال، في عام 2018 استثمرت شركة Amazon حوالي 22.6 مليار دولار (أو أكثر من 12.7 % من ايراداتها) على أنشطة R&D، لكن بالنظر لطبيعة التكنولوجيا غير المُتنافس عليها و غير المستبعدة (جزئيا) (بإمكان الآخرين الاستفادة منها دون دفع مقابل) تعتقد هذه النماذج أن القطاع الخاص في إطار اقتصاد السوق غالبا ما يجد صعوبة الاستفادة من اختراعاته (تلقي عوائد خاصة) حتى و إن استفاد المجتمع منها بشكل كبير (العائد الاجتماعي) بسبب التأثيرات الخارجية الايجابية و السلبية التي تنطوي عليها، هذا سيجعل قطاع الأبحاث الخاص ينخرط (يُنفق) بشكل أقل في أنشطة R&D مما هو أمثلي اجتماعيا. ربما هذا هو الأساس المنطقي الذي يُبرر ضرورة تدخل الحكومة بالانخراط أيضا في عملية R&D وتبني سياسات التكنولوجيا لأن الاستثمارات الجديدة في R&D تتميز بدرجة عالية من عدم اليقين، تكاليف جد مرتفعة وحد أدنى لأنشطة البحث

والتطوير... هذه الأسباب ربما تُؤدي لنقص استثمارات الشركات الخاصة في مثل تلك الأنشطة.

تُشجع الحكومة أنشطة R&D عبر ثلاث طرق: الانفاق الحكومي على R&D، الحوافز الضريبية الحكومية وبراءات الاختراع.

الانفاق على R&D يُمكن للحكومة أن تنخرط مباشرة في الاستثمار في قطاع الأبحاث (زيادة حجم R&D) من خلال تشجيع أنشطة البحث في المرافق الحكومية من أجل إحداث التقدم التقني عبر تحسين مهارات القوى العاملة وتحسين عمليات الإنتاج، والتي تُؤثر في نهاية المطاف إيجابا على القدرة التنافسية. على سبيل المثال، يتم توليد العديد من الابتكارات التكنولوجية في المعامل الحكومية بما في ذلك الطاقة النووية، الطائرات النفاثة والكمبيوتر الالكتروني.

يُمكن للحكومة أيضا تقديم منح للجامعات البحثية والباحثين الخواص للقيام بالبحوث الأساسية عبر وكالات كالمؤسسات والمعاهد الوطنية للبحوث. في واقع الأمر، تُدرك الحكومات أن الجامعات البحثية يُمكن أن تكون مصدرا هاما للنمو الاقتصادي في مناطق معينة: على سبيل المثال، استفادت ولاية ماساتشوستس الأمريكية بشكل ايجابي من وجود أفضل الجامعات البحثية فيها مثل Harvard، معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا (MIT)، Tufts، بوسطن وBrandeis، وبالمثل تم انشاء

وادي Silicon بجوار جامعة Stanford، كما ازدهر مركز الهند للتكنولوجيا الفائقة High Tech Hub (Bangalore) بجانب المعهد الهندي للعلوم.

تُقدم حكومات البلدان المتقدمة أيضا إعانات مباشرة للجامعات البحثية، وفي السنوات الأخيرة زاد الأوروبيون دعمهم للجامعات البحثية مُدركين الفوائد التي تحققت في الولايات المتحدة. من المهم أن نضع في الاعتبار أن R&D المدعوم من قبل الحكومة هو استثمار طويل الأجل يهدف لتحسين مستوى المعيشة لسنوات عديدة في المستقبل بدلا من الاستثمار ذو المردود السريع: على سبيل المثال، جاءت أساسيات الانترنت من أبحاث فترة الستينات والسبعينات رغم أن الانترنت لم يُستخدم بشكل واسع إلا في التسعينات.

الحوافز الضريبية على R&D تكون الشركات الخاصة عموما أكثر كفاءة من الحكومة في إنتاج R&D عملي يُمكن استخدامه بشكل فوري في تطوير منتجات و تقنيات جديدة، لذا يُمكن للحكومة تشجيع عمليات R&D عبر توفير مجموعة متنوعة من الحوافز كتوفير رأس المال اللازم، الدعم التقني، قروض ذات معدلات فائدة منخفضة، حوافز ضريبية و خصومات و إعفاءات جمركية على السلع الوسيطة تستفيد منها الشركات الخاصة بهدف البحث بدلا من أن تحمل الحكومة على عاتقها أعباء الإنفاق المباشر على R&D (التي من شأنها أن تُساعد على تحسين كفاءة إنتاج التكنولوجيا). على سبيل المثال، تم تطبيق الاعفاءات الضريبية الأمريكية على قروض

R&D لأول مرة بموجب قانون الانتعاش الاقتصادي عام 1981، وقد جدد الكونغرس الأمريكي هذه الاعفاءات عدة مرات بحيث يُمكن للشركات المُؤهلة للحصول على القروض الاستفادة بخصم 20 % من نفقاتها البحثية على المبلغ الأساسي يُحدده الانفاق الزمني خلال فترة الأساس.

تُقدم جميع الاقتصاديات المتقدمة تقريبا شكلا من أشكال الحوافز الضريبية لـ R&D والتي تتعدى شكل القروض الضريبية عبر السماح للشركات بخصم 100% وأحيانا أكثر على نفقاتها البحثية من الدخل في حساب ضرائبها المستحقة، وهناك حوافز أخرى تسمح للشركات الاستفادة من تخفيض فاتورة الآلات والمعدات المُستخدمة في قطاع الأبحاث.

براءات الاختراع هناك طريقة أخرى لمواجهة مشكل عدم استبعاد التكنولوجيا وهي بمنح حقوق الملكية الفكرية للمخترعين عبر نظام براءات الاختراع الذي يوفر للمخترع الحق الوحيد في استخدام حقوق الترخيص أو صنعها وبيعها للآخرين خلال فترة زمنية محددة عادة ما تقرب عشرين عاما: يُمكن لشركة الأدوية على سبيل المثال حصلت على براءة اختراع دواء مخفض للكولسترول مقاضاة أي شخص يُحاول إنتاج هذا الدواء دون الحصول على إذن منها لعقود من الزمن. تُساعد حقوق الملكية هذه الشركات على جني أرباح أعلى وتعويض الاستثمارات التي تقوم بها في قطاع R&D وتُشجع آخرين أيضا على الاستثمار في R&D. على سبيل المثال، انفقت

الشركات العاملة في صناعة الأدوية ملايير الدولارات لتطوير عقاقير كـ Lipitor أو Tamiflu لأنها تتمتع بالحق الحصري في انتاجها لسنوات عديدة وجنت خلالها أرباحا طائلة.

يُعتبر تصميم نظام براءة الاختراع فعّال أمرا بالغ الأهمية: من جانب، قد يُؤدي منح براءات اختراع بحرية كبيرة ولفترات طويلة جدا لإبطاء التقدم التكنولوجي، فالممكن أن يرفض حاملو براءة الاختراع مشاركة معارفهم أو فرض أسعار باهظة بشكل تعسفي لترخيص استخدامها، لذا هناك قلق متزايد في السنوات الأخيرة من ظهور "مُتصَيدي براءة الاختراع" الذين يشترون براءات الاختراع ثم يُحاولون استغلال المدفوعات الكبيرة لشركات تسعى لتطوير أو استخدام تقنيات مُشابهة. من جانب آخر، إذا صَعُب انفاذ حق براءات الاختراع أو لم تُمنح براءات اختراع لأنواع معينة من الاختراعات قد يكون هذا مُثبطا للقيام بالأبحاث وانخفاض حجم الاستثمارات في R&D، في المقابل قد لا يرغب المخترع مشاركة أفكاره مع الآخرين في طلبات براءات الاختراع المتاحة للجمهور ما يُعرقل التقدم التكنولوجي: على سبيل المثال، اختارت شركة Coca Cola ابقاء صيغة صودا الخاصة بها سرية بدل الكشف عنها في طلب براءة الاختراع لأنها تعتقد أن حقوق براءة الاختراع الخاصة بها ستكون كافية لمنع المنافسين من نسخ الوصفة.

أخيرا، يُمكن للحكومة تدعيم R&D عبر سياسات التعليم خصوصا قطاع التعليم العالي وتحسين كفاءته وانخراطه في أنشطة البحث، وتبني برامج تدريب عالية المستوى لتكوين نخبة من العلماء والمهندسين كمُدخلات إنتاج رئيسية في قطاع الأبحاث التي تُمثل مصدرا رئيسيا للنمو الاقتصادي كما تدعيه نظريات النمو الحديثة.

6. حدود نماذج النمو الشومبتري

قدم هذا الفصل نسخة شومبترية لنماذج النمو الداخلي من الجيل الثاني تشمل على عملية تدمير خلاق تضمن أن تحل المنتجات أو الآلات الجديدة محل النماذج القديمة وتحل الشركات الجديدة محل المنتجين الحاليين.

يتميز هذا النموذج بإظهار ابتكارات تحسن بشكل مستمر نوعية المنتجات والتقنيات وبالتالي يُصبح وصف النمو الاقتصادي الذي ينبثق عن هذه العملية من نواح كثيرة أكثر واقعية مقارنة بنماذج توسيع الأصناف. على وجه الخصوص، لا ينطوي التقدم التكنولوجي دائما على ظُهور منتجات أو آلات جديدة مُكملة للمنتجات الحالية، بل يتجسد غالبا في ظهور منتجين ذوي جودة عالية يستبدلون المنتجين الحاليين، ووفق تأثير الاستبدال لـ Arrow يعني هذا وجود حافز قوي للوافدين الجدد للانخراط في الأبحاث لأن المنتجات الجديدة عالية الجودة ستحل محل المنتجات الحالية، و في إطار الاقتصاد اللامركزي تكون جهود R&D الهادفة لتحسين النوعية مرتفعة جدا بسبب الحافز الساعي وراء الحصول على الايرادات الاحتكارية

لأصحاب المناصب الحالية، و بذلك تُصبح عملية التدمير الخلاق مُحرك النمو الاقتصادي.

قد يكون مفيدا إظهار بعض الاختلافات الموجودة بين نماذج النمو الشومبتري ونماذج النمو الداخلي الجيل الأول وتوسيع الأصناف: صحيح أن البنية الرياضية لهذا النموذج تتشابه مع نماذج توسيع الأصناف وفي نسخة مُركزة تُشبه اقتصادا من نوع **AK**، إلا أن نماذج النمو الشومبتري أدرجت عددا من الأفكار الجديدة التي جعلت وصف النمو الاقتصادي أكثر ثراءا وواقعية من سابقاتها. بدلالة نماذج النمو الداخلي الجيل الأول، تتراكم المعرفة كنتيجة عرضية لتراكم رأس المال ويُعتبر الادخار وتراكم رأس المال (المادي والبشري) مفتاح النمو الاقتصادي وليس الابداع والابتكار، من جانب آخر وبدلالة نماذج توسيع الأصناف يقود الابتكار نمو الإنتاجية بخلق أصناف جديدة من المنتجات وليس بالضرورة تحسين نوعيتها. مقارنة بنماذج النمو الداخلي الجيل الأول، تتمتع نماذج النمو الداخلي الجيل الثاني بقدرتها على تقديم تحليل مقنع حول كيفية تفاعل الابتكار مع النمو على المدى الطويل، ومقارنة مع نماذج أصناف المنتجات يُظهر النموذج الشومبتري أدوارا هامة لخروج ودوران الشركات والعمال تتفق مع عدد متزايد من الدراسات الحديثة التي تُبين أهمية تنقل أسواق المنتجات والعمل كعناصر أساسية لتعزيز النمو بالقرب من الحدود التكنولوجية.

من الأفكار الرئيسية المُنشقة عن النظرية الشومبترية أن النمو يتأتى في ظل تضارب محتمل في المصالح، حيث تُدمر عملية التدمير الخلاق الربح الاحتكاري لأصحاب المراكز الحالية ما يُثير احتمال ظُهور سياسات تشويهية كوسيلة لحماية ريع أصحاب المناصب الحالية، بل تذهب هذه النماذج أبعد من ذلك لأن عملية التدمير الخلاق تخلق بشكل طبيعي قضايا الاقتصاد السياسي تُعد في مركز فهم الأسباب الرئيسية للنمو الاقتصادي وتُوفر تصورات حول الطبيعة الداخلية للتكنولوجيا والمُقاومة المحتملة اتجاه التغير التكنولوجي.

لا يعني هذا أن النموذج الشومبتري خال من المشاكل، بل يُواجه عددا من أوجه القصور يُشكل معالجتها مجالا مهما وتحديا في المستقبل. لقد ناقشنا بالفعل مشكلة تأثيرات الحجم على النمو، لكننا ناقشنا أيضا إمكانية حل هذه الصعوبة في النموذج الشومبتري بفضل عمل Aghion and Howitt (1998) وآخرون. هناك صعوبة أخرى تُواجه النموذج تتمثل في غياب نمذجة رأس المال و التي أثبتت دراسات محاسبة النمو (Jorgensen 1995, Young 1995) أهميتها البالغة كمصدر للنمو الاقتصادي. مشكلة أخرى تُواجه هذه النظرية هي افتراض كمال الأسواق المالية والذي يبدو غير واقعي، لأن شركات R&D تعتمد على أسواق رأس مال تتميز بدرجات متفاوتة من الكمال عبر البلدان وبدورها تُؤثر على فعالية نشاطاتها البحثية.

إحدى أوجه القصور الأخرى تتمثل في وجود تباين مهم بين هذه النماذج والبيانات: تتوقع النماذج أن يتأتى نمو الإنتاجية من التدمير الخلاق ودوران الدخول في مجال R&D، لكن وفق البيانات الواقعية يتأتى نمو الإنتاجية من الشركات الحالية لذا يستدعي الأمر ضرورة تطوير نماذج أكثر توسعا تتوافق مع هذه الأنماط وتُوفر إطارا أكثر ثراءا لتحليل التنظيم الصناعي للابتكار. من جانب آخر، تفترض النماذج الشومبترية ثبات الهامش الاحتكاري وأن هناك شركة واحدة تُوفر المنتجات بالكامل في السوق، كما أن الابتكار ذو طبيعة جذرية تستبدل بالكامل النسخ السابقة للمنتجات، لكن الواقع العملي يُشير لوجود منافسة بين العديد من الشركات التي تُشارك في الابتكار وأن هذا الابتكار قد يكون جذريا أو تدرجيا.

أخيرا، قضية أخرى تتمثل في مسألة التقارب حيث يتوقع النموذج حدوث تباعد مستمر في مستويات الدخل عبر البلدان التي تختلف في مستويات انخراطها في أنشطة R&D، لكن في المقابل يُظهر النموذج الشومبتري شكلا من أشكال تقارب النوادي بما يتوافق مع أدلة Durlauf and Johnson (1995)وQuah (1993,1997)، حيث تدعي النظرية الشومبترية أن التقارب يحدث من خلال الإنتاجية عن طريق نقل التكنولوجيا ومن خلال تراكم رأس المال.

الفصل الثالث عشر

التغير التكنولوجي الداخلي المُوجه:

نموذج Acemoglu

في نماذج النمو المدفوع بالابتكار التي رأيناها لحد الآن، تم التركيز على نوع واحد فقط من التكنولوجيا تحدث بنفس الوتيرة في كل قطاع إنتاج السلع الوسيطية: حتى بوجود أنواع متعددة من الآلات، إلا أنها تلعب جميعها نفس الدور في زيادة الإنتاجية الكلية، بعبارة أخرى تم صياغة التقدم التكنولوجي أنها زيادة الإنتاجية الكلية للعوامل ومحايدة اتجاه عوامل الإنتاج والقطاعات المختلفة.

مع ذلك، بالنسبة لعديد التطبيقات العملية هذا الافتراض غير واقعي لسببين رئيسيين: أولا، غالبا ما يكون التغير التكنولوجي في الممارسة العملية "غير محايد" حيث يُفيد بعض عوامل الإنتاج وبعض الأعوان الاقتصاديين أكثر من غيرهم، فقط في حالات خاصة كما هو حال دالة الإنتاج من نوع Cobb-Douglas يتم تجاهل هذا النوع من التحيز. على سبيل المثال، هناك دليل قوي على تحيز التقدم التكنولوجي اتجاه

المهارات خلال القرن الماضي والذي تسارع بشكل كبير منذ الثمانينات. بالمثل، تُشير حقيقة ثبات (تقريبا) حصص الإنتاج من العمالة ورأس المال في الاقتصاديات الكبرى كالولايات المتحدة مقابل تزايد نسبة رأس المال إلى العمل بشكل مستمر أن التغير التقني يأخذ شكل المُوسع للعمالة. علاوة على ذلك، تُظهر دراسات على مستوى الصناعة اختلاف كثافة R&D بشكل كبير بين القطاعات حيث نجد بعض القطاعات أكثر ابتكارا من غيرها. إحدى التفسيرات المقنعة لهذا الاختلاف بين القطاعات تتمثل في حجم هذه القطاعات: مع بقاء العوامل الأخرى على حالها، يكون مجديا من ناحية الربحية القيام بالابتكار في قطاع كبير لأن المُبتكر الناجح يجد نفسه في سوق كبير، لذلك يميل التغير التكنولوجي للتوجه أكثر فأكثر نحو القطاعات الكبيرة منها نحو الصغيرة. في هذا الإطار، يُعتبر دراسة سبب تحيز التغير التكنولوجي اتجاه عوامل أو قطاعات معينة أمرا مُهما لفهم طبيعة التكنولوجيا الداخلية وأيضا لتوضيح الآثار التوزيعية للتغير التكنولوجي التي تُحدد الجماعات التي تتبنى أو تُعارض التكنولوجيا الجديدة. ثانيا، اختصار التحليل على نوع واحد من التغير التكنولوجي قد يحجب الآثار المختلفة للمنافسة التي تُحدد طبيعة التغير التكنولوجي داخليا.

غرض هذا الفصل هو بناء نظرية لاتجاه التغير التكنولوجي عبر توسيع نماذج الفصلين السابقين والنظر للتغير التكنولوجي المُوجه الذي يعمل على تدخيل اتجاه وانحياز التكنولوجيا الجديدة التي تم تطويرها واعتمادها. حقيقة، لا تعمل نماذج

التغير التكنولوجي المُوجه على توليد رؤى جديدة حول طبيعة التقدم التكنولوجي الداخلي فحسب، بل تُمكننا من تفسير تطور التكنولوجيا الحديثة وعبر التاريخ.

إحدى الاسهامات الرئيسية لهذه النظرية الجديدة أنها تُسلط الضوء على محددات عدم المساواة في الأجور، ودراسة تحت أي ظرف اقتصادي (تعمل في إطارها البلدان) يُمكن تطوير التكنولوجيا من قبل الشركات الساعية وراء الربح.

تم تطوير نموذج التغير التكنولوجي المُوجه استنادا لسلسلة أعمال Daron Acemoglu (1998,2002,2007) وآخرون[1] بهدف تفسير الفروق الهائلة في مستويات الدخل عبر البلدان من خلال إظهار الرابط الموجود بين مُكونات مهارة القوى العاملة وتراكم المعرفة والإنتاجية (ومنحة المهارة): لدى المبتكرين حافز قوي لتوجيه جهودهم نحو التقنيات التي تُكمل المُدخلات الوفيرة نسبيا خصوصا مُكون مهارة القوى العاملة.

[1] - أنظر كذلك: Acemoglu and Zilibotti (2003) و Gancia and Zilibotti (2005).

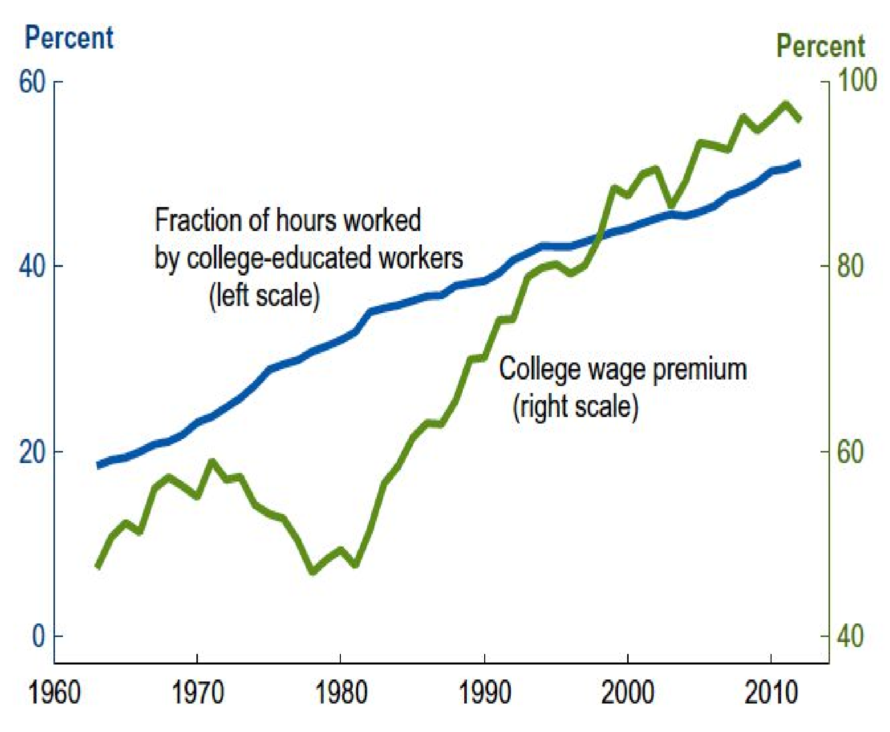
1. أهمية التغير التكنولوجي المٌوجه (المتحيز)

لرؤية الأهمية المحتملة للتغير التكنولوجي المتحيز، نذكر عددا من الحقائق:

1- ربما أهم مثال على وجود تغير تكنولوجي مٌوجه هو ما يٌسمى "التغير التكنولوجي المتحيز للمهارات" الذي يلعب دورا هاما في تحليل التغير الحديث في هيكل الأجور. يٌظهر الشكل (1. 13) الساعات المشتغلة من قبل العمال ذوي الشهادات الجامعية في الاقتصاد الأمريكي (الخط الأزرق)، حيث عرفت حصة هذه الفئة ارتفاعا من 20 % (من إجمالي العمال) عام 1963 لأكثر من 50 % بحلول عام 2012، في المقابل يرسم الشكل مقياس "منحة أجور الكلية أو منحة المهارة College wage premium" أي المبلغ الزائد الذي يحصل عليه خريجو الجامعة مقارنة بغير الخريجين بعد التحكم في عنصر الخبرة و نوع الجنس: بلغت هذه المنحة حوالي 50 % في الفترة ما بين 1963 إلى أوائل الثمانينات، لكنها ارتفعت بعد ذلك بشكل حاد عام 2012 لتصل لذروتها عند 100 % تقريبا، ورغم تزايد عرض خريجي الجامعات بسرعة إلا أن منحة الأجور تزايدت بشكل حاد أيضا (عكس ما هو متوقع).[2] إحدى التفسيرات المعيارية لهذا النمط تتمثل في تحيز التكنولوجيا الحديثة خلال فترة ما بعد الحرب اتجاه المهارات.

---

[2] - إذا كان العمال الماهرين (خريجي الجامعات) وغير الماهرين قابلان للإحلال غير الكامل، فإن زيادة العرض النسبي للمهارات دون تغييرات تعويضية متحيزة للمهارات في الطلب سيؤدي لخفض منحة المهارة.



الشكل (1. 13). المعروض النسبي لخريجي الجامعات مقابل منحة المهارة.

تُقدم دراسة Katz and Murphy (1992) طريقة جيدة لفهم ديناميكيات منحة المهارة: ليكن (L_{coll}) و (L_{hs}) نوعي عنصر العمل (خريجي الجامعات و خريجي المدارس الثانوية). يُعطى إجمالي رأس المال البشري الذي يدخل عملية الإنتاج بمواصفات CES:

$$H = \left(\left(A_{coll} L_{coll} \right)^{\sigma} + \left(A_{hs} L_{hs} \right)^{\sigma} \right)^{1/\sigma}$$

يُؤدي زيادة معروض خريجي الجامعات لخفض ناتجهم الحدي، بينما تُؤدي زيادة مُعامل التكنولوجيا $\left(A_{coll}\right)$ لزيادة ناتجهم الحدي. يُظهر **Katz and Murphy (1992)** بمرونة إحلال تُقارب $(\sigma = 1.4)$، يُمكن لمعدل نمو $\left(A_{coll} / A_{hs}\right)$ الثابت المُسمى "تغييرًا تقنيا متحيزًا للمهارات" جنبا إلى جنب مع التطور الملاحظة في $\left(L_{coll} / L_{hs}\right)$ أن يُفسر السلسلة الزمنية لمنحة المهارة.

2- يتم تعزيز هذا الاستنتاج بالنظر للعملية التاريخية لتطور التغير التكنولوجي: عكس التطورات التي حدثت خلال العقود الماضية، يبدو أن التغير التكنولوجي خلال القرنين الـ 18 و19 كان متحيزا لـ "غير المهارات **Unskilled Bias**"أين تم استبدال المحل الحرفي بالمصنع وبعد ذلك بأجزاء قابلة للتبديل. بدأ إنتاج السلع المُصنعة سابقا من قبل الحرفيين المهرة بمصانع تُوظف عمالا ذوي مهارات قليلة نسبيا، حيث تم تبسيط عدد من المهام المعقدة سابقا ما قلل الطلب على العمالة الماهرة.[3]

3- مثال آخر يُظهر التأثيرات المحتملة لظروف سوق العمل على التغير التكنولوجي. بداية من ستينات وأوائل سبعينات القرن الماضي، تزايد عدد البطالة وحصة العمالة بشكل سريع في الدخل الوطني لعدد من البلدان الأوروبية، وخلال

---

[3] - يُلخص Mokyr (**1990: 137**) هذه العملية على النحو التالي: **"أولا في مجال الأسلحة النارية، ثم الساعات، المضخات، الأقفال، آلات الحصاد الميكانيكية، آلات الكتابة، آلات الخياطة وفي النهاية المحركات والدراجات... أثبتت تقنية الأجزاء القابلة للتبديل أنها متفوقة واستبدلت الحرفيين المهرة الذين يعملون بالنقش والطابور"**.

الثمانينات واصلت البطالة التزايد لكن في المقابل بدأت حصة العمالة تنخفض بشكل حاد وفي عدد من البلدان انخفضت إلى ما دون المستوى الأولي. يُفسر Blanchard (1997) المرحلة الأولى كردة فعل هذه الاقتصاديات على رفع أجور العمال والمرحلة الثانية كنتيجة محتملة للتغير التكنولوجي المُتحيز لرأس المال.

يُمكن لإطار التغير التكنولوجي الموجه أن يُوفر إجابات محتملة حول هذه الحقائق، وتتمثل الفكرة الرئيسية أن حوافز الربح لا تُؤثر فقط على مقدار التغير التكنولوجي بل أيضا على اتجاهه. قبل تقديم نماذج مفصلة، نبدأ بتقديم حجج أساسية تُساعدنا كثيرا على فهم هذه المسألة.

تخيل اقتصادا ما بعاملي إنتاج مختلفين (H) و (L) (العمالة الماهرة وغير الماهرة) ونوعان مختلفان من التكنولوجيا يُمكنها أن تُكمل (أو تُوسع) إحدى هذان العاملان. عندما تكون ربحية التكنولوجيا المُوسعة لـ(H) أكبر من التكنولوجيا المُوسعة لـ(L) نتوقع أن تعمل الشركات الساعية وراء تعظيم الأرباح على تطوير التكنولوجيا الأولى، لكن ما الذي يُحدد الربحية النسبية للتكنولوجيات المختلفة؟ جواب هذا السؤال يُلخص الجانب الاقتصادي لنماذج التغير التكنولوجي المُوجه: يُشكل تأثيران متناقضان محتملان الربحية النسبية للأنواع المختلفة من التقنيات:

1. **تأثير السعر:** تتحدد العائدات النسبية لتطوير تقنيات جديدة بناءا على أسعار منتجات هذه المُدخلات، لذا هناك حافز قوي لتطوير تكنولوجيا تُنتج سلعا بأسعار مرتفعة، ما يعني تطوير تكنولوجيا مُوجهة أكثر نحو العامل الأقل وفرة.
2. **تأثير حجم السوق:** يكون مربحا تطبيق تكنولوجيات تتميز بسوق أكبر، ما يعني تطوير تكنولوجيا مُوجهة أكثر نحو العامل الأكثر وفرة.

إحدى نتائج هذا النموذج أن تأثير حجم السوق يكون قويا بما فيه الكفاية ليتفوق على تأثير السعر كما سنراه لاحقا، وفي ظل ظروف عامة لحد ما تتحقق النتيجتان التاليتان:

- **التحيز التوازني الضعيف (نسبيا):** زيادة العرض النسبي لعامل ما يُحفز التغير التكنولوجي المُتحيز اتجاه هذا العامل.
- **التحيز التوازني القوي (نسبيا):** إذا كانت مرونة الإحلال بين العوامل كبيرة بما فيه الكفاية، يُحفز زيادة العرض النسبي لعامل ما بشكل كاف التحيز القوي للتغير التكنولوجي اتجاه هذا العامل بحيث يُصبح ميل منحنى الطلب النسبي على التكنولوجيا الداخلية تصاعديا (موجبا).

لتفسير هذه المفاهيم، نفترض أن منحنى الطلب النسبي يأخذ شكل $\left(w_H / w_L = D\left(H / L, A\right)\right)$ مع $\left(w_H / w_L\right)$ السعر النسبي لـ $\left(H\right)$ بالنسبة لـ $\left(L\right)$،

(H/L) العرض النسبي لـ (H) بالنسبة لـ (L) و (A) عنصر التكنولوجيا الذي يأخذ بعدا واحدا الآن للتبسيط.

يكون (A) متحيزا لـ (H) إذا كان (D) متزايدا في (A): كلما كان (A) مرتفعا يزيد الطلب النسبي على العامل (H). تُشير نظرية الاقتصاد الجزئي أن (D) دائما متناقص في (H/L)، ويتعلق تحيز التوازن بسلوك (A) مع تغير (H/L) وعليه يُمكننا كتابة $A(H/L)$. نفترض أن (A) مُتحيزة لـ (H) ويكون $\left(D(H/L,A)\right)$ متزايدا في (A)، ويتعلق التحيز التوازني الضعيف بأن تكون $A(H/L)$ متزايدة أو متناقصة في (H/L).

يعني التحيز التوازني القوي أن $A(H/L)$ تستجيب بشكل كاف لزيادة (H/L) حيث ينعكس التأثير الإجمالي لتغير العرض الكلي (H/L) في شكل زيادة (w_H/w_L). ليكن منحنى الطلب النسبي على التكنولوجيا الداخلية:

$$\left(w_H / w_L = D\left(H/L, A(H/L)\right) \equiv \tilde{D}(H/L)\right)$$

فإن التحيز التوازني القوي يعني أن $(\tilde{D})$ متزايد. في البداية، تبدو نتائج التحيز الضعيف والقوي مفاجئة، مع ذلك تُصبح سهلة الاستخدام بمجرد فهم منطق التغير التكنولوجي المُوجه.

2. نموذج توسيع الأصناف للتغير التكنولوجي المُوجه

من أجل بناء نظرية لاتجاه التغير التكنولوجي، تتمثل الخطوة الأولى في إدراج المزيد من القطاعات في النموذج (نموذج متعدد القطاعات)، أما الخطوة الثانية تتمثل في دراسة الحوافز الاقتصادية وراء تطوير تكنولوجيا مُكملة لعامل إنتاج أو قطاع معين والتي تُساعدنا على فهم محددات شكل التكنولوجيا.

في هذا القسم، يتم تقديم نموذج Acemoglu (1998,2002)للتغير التكنولوجي المُوجه يعمل على توسيع نموذج أصناف المدخلات للتغير التكنولوجي الداخلي وبالأخص نموذج معدات المختبر لإمكانيات الابتكار (نموذج Romer 1987) كما رأيناه في الفصل الحادي عشر.[4]

2.1. الأسس

ننظر لاقتصاد مُغلق يضم عاملي إنتاج بعرض ثابت: يد عاملة ماهرة (H)و يد عاملة غير ماهرة (L)،و أسرة نموذجية بتفضيلات من نوع CRRA:

$$\int_0^{\infty} \frac{C_t^{\theta-1}-1}{1-\theta} \ell^{-\rho t} dt \qquad (13.\ 1)$$

حيث $(\rho \succ 0)$. يتم تعظيم المنفعة تحت قيد الميزانية لنحصل على صيغة معدل نمو الاستهلاك (معادلة Euler):

[4] - يُسلط توصيف "معدات المختبر" الضوء على حقيقة عدم اعتماد الناتج على التأثيرات الخارجية (الانتشارية) التكنولوجية.

$$\frac{\dot{C}}{C}=\frac{1}{\theta}(r-\rho) \tag{13. 2}$$

حيث (r) سعر الفائدة.

هناك قطاع الناتج النهائي يتكون من عدد كبير من الشركات المتماثلة تُنتج سلعة نهائية متجانسة في إطار المنافسة الكاملة وفق تكنولوجيا إنتاج ذات مرونة إحلال ثابتة (من نوع CES) وبمزج سلعتين متمايزتين–سلعة كثيفة العمالة (Y_L) وسلعة كثيفة المهارة (Y_H):

$$Y=\left[Y_L^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}+Y_H^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}\right]^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}} \tag{13. 3}$$

حيث (Y_L) الناتج الكلي للسلعة كثيفة العمالة (المُنتجة من قبل اليد العاملة غير الماهرة)؛ (Y_H) الناتج الكلي للسلعة كثيفة المهارة (المُنتجة من قبل اليد العاملة الماهرة)؛ المعلمة $(\varepsilon\in[0,\infty))$ تُحدد مرونة الإحلال بين السلعتين لإنتاج (Y): إذا كانت $(\varepsilon=\infty)$ تُصبح دالة الإنتاج خطية، في حالة $(\varepsilon=1)$ تُصبح دالة الإنتاج من نوع Cobb-Douglas، وعندما تكون $(\varepsilon=0)$ ليس هناك إحلال بين السلعتين و تُصبح على شكل دالة إنتاج ذات المعاملات الثابتة.

تُستخدم السلعة النهائية للاستهلاك (C)، كمدخل في إنتاج الآلات (X) أو كمدخل في أنشطة R&D (Z)، و عليه يخضع الاقتصاد لقيد المورد الكلي من الشكل:

$$Y=C+X+Z \tag{13. 4}$$

الآن الخاصية المميزة لهذا النموذج أن هتان السلعتان يتم انتاجهما باستخدام تكنولوجيات مختلفة: هناك عدد كبير من الشركات تُنتج سلعة كثيفة العمالة (Y_L) باستخدام عمال غير ماهرين وآلات (سلع وسيطية) صُممت خصيصا لهؤلاء العمال بمستوى مهارة منخفضة، في حين يُنتج عدد آخر من الشركات سلعة كثيفة المهارة (Y_H)باستخدام عمال ماهرين ومجموعة متمايزة من السلع الوسيطية: للتبسيط، نفترض أن بعض السلع الوسيطية مُكملة للعمالة وبعضها الآخر مُكملة للمهارة. في إطار المنافسة الكاملة، تُعطى تكنولوجيا إنتاج السلع كثيفة العمالة والمهارة على الترتيب:

$$Y_L = L^{1-\alpha} \int_0^{N_L} \left(x_L(i)\right)^{\alpha} di \tag{13. 5}$$

$$Y_H = H^{1-\alpha} \int_0^{N_H} \left(x_H(i)\right)^{\alpha} di \tag{13. 6}$$

حيث$\left(x_L(i)\right)$(مع $i \in [0, N_L]$)هي السلع الوسيطية المُكملة للعمالة غير الماهرة و المُستخدمة لإنتاج السلعة كثيفة العمالة (Y_L)، و$\left(x_H(i)\right)$ (مع $i \in [0, N_H]$) هي السلع الوسيطية المُكملة للعمالة الماهرة و المُستخدمة لإنتاج السلعة كثيفة المهارة (Y_H).يلتقط هذا الافتراض الفكرة الأساسية لنظرية التغير التكنولوجي المُوجه القائلة بأن عوامل الإنتاج المختلفة(L و H)تعمل عادة في إطار تكنولوجيات (آلات) مختلفة و أن التكنولوجيا الجديدة قد تُفيد (تُفضل) عامل إنتاج ما أكثر من غيره. على

سبيل المثال، يُشار عادة أن الكمبيوتر رفع إنتاجية العمال الماهرين أكثر مقارنة بغير الماهرين، في حين عمل إدراج خطوط التجميع على رفع إنتاجية العمال غير الماهرين.

رأينا في نموذج توسيع الأصناف، تُظهر دوال الإنتاج (5. 13) و (6. 13) عوائد الحجم ثابتة في مدخلات الإنتاج: يُؤدي مضاعفة العمالة وكميات السلع الوسيطية معا لمضاعفة الناتج، لكن ستُظهر إمكانيات الإنتاج في الاقتصاد عوائد حجم متزايدة بسبب المعرفة التكنولوجية $[N_L, N_H]$ التي تُحَدَد بشكل داخلي كما سنراه لاحقا. يأخذ التقدم التكنولوجي شكل زيادة عدد السلع الوسيطية $[N_L, N_H]$: مجموع الآلات المستخدمة من قبل العمال غير الماهرين يُساوي (N_L)، بينما يُساوي مجموع الآلات المستخدمة من قبل العمال الماهرين (N_H)، لكن الآن يجب على المبتكر اتخاذ قرار أي تكنولوجيا واجب عليه تطويرها: إما أن يكون التغير التقني مُوجها نحو العمل(زيادة (N_L))أو مُوجها نحو المهارة (زيادة (N_H)). في الواقع، تُحدد ربحية القطاعان بشكل داخلي اتجاه التغير التكنولوجي، وفي توازن الحالة المستقرة تُوجد هناك نسبة ثابتة لعدد السلع الوسيطية المستخدمة من قبل كل عامل (N_H / N_L) تُفسر أنها مدى تحيز التكنولوجيا داخلي اتجاه المهارات (كما سنراه لاحقا).

في قطاع الأبحاث تنخرط الشركات في أنشطة R&D، وبمجرد كشفها لتصميم أو مخطط آلة جديدة تبدأ عملية إنتاجها وتسويقها، مع العلم هناك عدد كبير من المُوردين المحتملين ودخول حر في هذا القطاع. بمجرد تصميم آلة جديدة، تحصل

الشركة الناجحة على براءة اختراع دائمة وتُصبح بذلك "مُحتكرة للتكنولوجيا" وعليه يعمل سوق السلع الوسيطية في إطار المنافسة الاحتكارية. بعد ذلك، يتم تأجير الآلات (x_L, x_H) لمنتجي السلعتين (Y_L, Y_H) وفق أسعار (p_{x_L}, p_{x_H}). نفترض أن كل الآلات تُهتلك بعد الاستخدام، ويتم إنتاج كل آلة بتكلفة حدية تُساوي وحدة واحدة من السلعة النهائية.

يُفترض الآن أن حدود إمكانيات الابتكار التي تُحدد كيفية خلق الأصناف الجديدة من الآلات تأخذ شكلا مشابها لتوصيف معدات المختبر:

$$\dot{N}_L = \eta_L Z_L \qquad (13.\ 7)$$
$$\dot{N}_H = \eta_H Z_H$$

حيث (Z_L) الإنفاق على R&D (بدلالة الناتج النهائي) المُوجه لاكتشاف آلة جديدة (x_L)، و (Z_H) الانفاق على R&D المُوجه لاكتشاف آلة جديدة (x_H). يُعطى إجمالي الانفاق على R&D:

$$Z = Z_L + Z_H$$

2. 2 . التوازن

نقوم الآن بوصف توازن هذا الاقتصاد باتباع نفس خطوات تحليل نموذج توسيع الأصناف في الفصل 11. يقوم منتج السلعة النهائية و منتجو السلع كثيفة العمالة و المهارة بتعظيم الأرباح بأخذ سعر السلعة النهائية (p_Y)، أسعار السلعتان (p_L, p_H)، أسعار السلع الوسيطية (p_{x_L}, p_{x_H}) و الأجور (w_L, w_H) كما هي معطاة.

يقوم منتج السلعة النهائية بشراء السلعتان (Y_L, Y_H) عند أسعار (p_L, p_H) ويُواجه مشكلة تعظيم الأرباح التالية:

$$\max\left\{Y - p_L Y_L - p_H Y_H\right\}$$

ما يعني أن خط الإنتاج الأمثلي للسلعة النهائية يتصف بـ:

$$\frac{p_H}{p_L} = \left[\frac{Y_H}{Y_L}\right]^{-\frac{1}{\varepsilon}} \quad (13.\ 8)$$

لابد أن تُساوي نسبة أسعار المدخلات الناتج الحدي للإحلال، حيث تُساوي مرونة الإحلال بين (Y_L) و (Y_H) قيمة $\varepsilon = -\dfrac{\partial \ln(Y_H / Y_L)}{\partial \ln(p_H / p_L)}$.

بعد ذلك، يُختار الناتج النهائي كمرجع بجعل سعره مُساويا الواحد عند كل نقطة زمنية، وهو ما يُعادل وضع مؤشر السعر المثالي للسلعتين مُساويا الواحد، أي:[5]

$$p_Y = \left[p_L^{1-\varepsilon} + p_H^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = 1 \quad (13.\ 9)$$

---

[5] - أنظر Solow (2000: Ch.10) لتحديد وتفسير معنى مؤشر سعر وفق دالة إنتاج CES وفي إطار Dixit-Stiglitz.

يعمل منتجو السلعتين $\left(Y_L, Y_H\right)$ على تعظيم الأرباح وفق المعادلتين التاليتين:

$$\max\left\{p_L Y_L - w_L L - \int_0^{N_L} p_{x_L(i)}\left(x_L(i)\right)di\right\} \tag{13. 10}$$

$$\max\left\{p_H Y_H - w_H H - \int_0^{N_H} p_{x_H(i)}\left(x_H(i)\right)di\right\} \tag{13. 11}$$

بدلالة هتين المعادلتين، نحصل على دالتي الطلب على الآلات:[6]

$$x_L(i) = \left(\frac{\alpha p_L}{p_{x_L(i)}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L \tag{13. 12}$$

$$x_H(i) = \left(\frac{\alpha p_H}{p_{x_H(i)}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} H \tag{13. 13}$$

يستأجر منتجو السلعتين مزيدا من الآلات: كلما ارتفعت أسعار المنتجات $\left(p_L, p_H\right)$ زاد حجم العوامل التكميلية المُستخدمة $\left(L, H\right)$ وانخفضت أسعار تأجير الآلات $\left(p_{x_L(i)}, p_{x_H(i)}\right)$.

---

[6] - نستخدم معادلة Euler المعتادة التي تتعادل أسعار عوامل الإنتاج فيها مع النواتج الحدية وتتحقق الأرباح الصفرية مع $\left(f = L, H\right)$:

$$\alpha p_f x_f^{-(1-\alpha)}(i) f^{1-\alpha} = p_{x_f(i)}$$

كما أشرنا سابقا، تُساوي تكلفة إنتاج وحدة واحدة من أي سلعة وسيطية الواحد (وحدة من السلعة النهائية)، وعليه يختار منتجو السلع الوسيطية بمستوى مهارة $(f = L, H)$ الكمية التوازنية لتعظيم الأرباح:

$$\pi_f(i) = \max\left\{p_{x_f(i)} x_f(i) - x_f(i)\right\} \qquad (13.14)$$

وبالنظر للهيكل التناظري للطلب والتكنولوجيا، يضع المُحتكرون نفس السعر $\left(p_{x_f(i)} = p_{x_f}\right)$ عند كل نقطة زمنية ولكل أنواع السلع الوسيطية، ما يعني أن كل مُحتكر يضع هامش ربح فوق التكلفة الحدية $\left(p_{x_f} = 1/\alpha\right)$. باستبدالها في (13.12) و (13.13) نجد كمية الآلات المباعة :

$$\begin{aligned} x_L(i) &= \left(\alpha^2 p_L\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L \\ x_H(i) &= \left(\alpha^2 p_H\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} H \end{aligned} \qquad (13.15)$$

تُعطى الأرباح الاحتكارية لأي سلعة وسيطية مُستخدمة من قبل العمالة غير الماهرة والماهرة على الترتيب:

$$\pi_L = (1-\alpha)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)} p_L^{1/(1-\alpha)} L \qquad (13.16)$$

$$\pi_H = (1-\alpha)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)} p_H^{1/(1-\alpha)} H \qquad (13.17)$$

من المعادلتين (13.16) و (13.17) تُعطى الربحية النسبية لتكنولوجيا الابتكار المُكلمة في كلا القطاعين:

$$\frac{\pi_H}{\pi_L} = \left(\frac{p_H}{p_L}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \frac{H}{L} \tag{13. 18}$$

تُسلط هذه الصيغة الضوء على تأثيرين رئيسيين لاتجاه التغير التكنولوجي:

1. العنصر $(p_H / p_L)^{1/1-\alpha}$ يلتقط "تأثير السعر Price effect" بسبب تزايد (π_H / π_L) مع (p_H / p_L): كلما كان السعر النسبي (p_H / p_L) مرتفعا كان (π_H / π_L) مرتفعا وبالتالي هناك حوافز أكبر لاختراع التكنولوجيا المتحيزة لغير المهارات (مُستبدلة للمهارات) عندما يكون حجم العمالة الماهرة (H) كبيرا. ولأن السلع التي تُنتج بعوامل إنتاج نادرة نسبيا تكون أكثر تكلفة، يُفضل تأثير السعر تلك التكنولوجيا المُكملة للعوامل النادرة لذا هناك حافز قوي لتطوير تكنولوجيات تُنتج سلعا باهظة الثمن.[7]
2. العنصر (H / L) يلتقط "تأثير حجم السوق Market size effect" بسبب تزايد (π_H / π_L) مع (H / L): تتمثل سوق التكنولوجيا في العمالة (أو عوامل أخرى) التي تستخدم وتعمل بهذه التكنولوجيا، وعليه تُترجم زيادة معروض عامل إنتاج ما إلى حجم سوق أكبر لهذه التكنولوجيا المُكملة لهذا العامل، وبالتالي هناك حافز

[7] - كلما كان هناك مزيد من العمالة الماهرة المُستخدمة في إنتاج السلعة كثيفة المهارة، يكون السعر النسبي لهذه السلعة مُنخفضا لذا تنخفض الربحية النسبية لهذين النوعين من الابتكار مع زيادة العمالة الماهرة عبر تأثير السعر.

قوي لتطوير تكنولوجيا جديدة تتناسب مع عدد العمال (عامل الإنتاج الأكثر وفرة) المستخدمين لها.[8]

بدمج دوال الطلب (المعادلة (15. 13)) في المعادلتين (5. 13) و (6. 13) نحصل على الناتج النهائي في كل قطاع:

$$\begin{aligned} Y_L &= \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} p_L^{\alpha/(1-\alpha)} N_L L \\ Y_H &= \alpha^{2\alpha/(1-\alpha)} p_H^{\alpha/(1-\alpha)} N_H H \end{aligned} \qquad (13.\ 19)$$

لاحظ أن ناتج كل قطاع هو دالة خطية في التكنولوجيا و العمالة، إلى جانب اعتمادها على الأسعار القطاعية (p_L) و (p_H) لأن وجود سعر مرتفع للناتج يزيد قيمة إنتاجية السلع الوسيطية فقط مع بقاء تكلفتها ثابتة، ما يُشجع الشركات على استخدام المزيد منها و رفع إنتاجية العمل.

يُمكننا الآن حل أسعار النواتج النهائية وأسعار عوامل الإنتاج (الأجور) كدوال تابعة لحالة التكنولوجيا ووفرة العوامل:

بدمج المعادلة (19. 13) في المعادلة (8. 13)، نجد السعر النسبي للسلعة كثيفة المهارة إلى كثيفة العمالة:

---

[8] - تُشير المعادلة (13. 13) أن الطلب النسبي على السلع الوسيطية المُكملة للمهارات يزيد مع زيادة عدد العمالة الماهرة، يتبع ذلك أن المزيد من حجم العمالة الماهرة يُؤدي لرفع حجم الأرباح النسبية للسلع الوسيطية المُكملة، وعليه ترتفع الربحية النسبية لكلا نوعي الابتكار مع زيادة حجم العمالة الماهرة عبر تأثير حجم السوق.

$$\frac{p_H}{p_L}=\left(\frac{N_H}{N_L}\frac{H}{L}\right)^{-\frac{(1-\alpha)}{\sigma}} \tag{13. 20}$$

حيث $(\sigma\equiv 1+(1-\alpha)(\varepsilon-1))$ تُمثل مرونة الإحلال بين عاملي الإنتاج (L) و (H). تُشير هذه المعادلة أن التكنولوجيا تكون منحازة بدرجة عالية نحو المهارات (N_H/N_L) أو الكمية النسبية للعمالة الماهرة (H/L) كبيرة في إنتاج سلعة كثيفة المهارة، عندما يكون العرض النسبي للسلعة كثيفة المهارة كبيرا وبذلك يكون سعرها النسبي مُنخفضا.

يُوظف منتجو النواتج النهائية في كلا القطاعين عمالا وفق شرط الدرجة الأولى (تعادل الأجر مع الناتج الحدي للعمل في كل قطاع):

$$w_L L=(1-\alpha)Y_L p_L$$
$$w_H H=(1-\alpha)Y_H p_H$$

يُعطى الأجر النسبي للعمالة الماهرة:

$$\frac{w_H}{w_L}=\frac{L}{H}\frac{p_H}{p_L}\frac{Y_H}{Y_L}$$

من المعادلة (13.19) لدينا:

$$\frac{Y_H}{Y_L}=\frac{H}{L}\frac{N_H}{N_L}\left(\frac{p_H}{p_L}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

وعليه:

$$\frac{w_H}{w_L}=\left(\frac{p_H}{p_L}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\frac{N_H}{N_L}$$

تُشير أن منحة المهارة تكون مرتفعة إذا كان السعر النسبي للسلعة كثيفة المهارة مرتفعا أو التكنولوجيا أكثر تحيزا للمهارة.

بدمج المعادلة (20 .13) نجد السعر النسبي لعوامل إنتاج هذا الاقتصاد أو "منحة المهارة":

$$\frac{w_H}{w_L}=\left(\frac{H}{L}\right)^{-\frac{1}{\sigma}}\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^{1-1/\sigma} \quad (13.\ 21)$$

تُظهر هذه العلاقة أن مرونة الإحلال بين (L) و (H) تُساوي:

$$\frac{\partial \ln(H/L)}{\partial \ln(w_H/w_L)}=-\sigma$$

لاحظ أن منحة المهارة (w_H/w_L) متناقصة مع زيادة العرض النسبي للمهارة (H/L) ومتزايدة مع تحيز التكنولوجيا نحو المهارات (N_H/N_L): زيادة حجم العمالة الماهرة يُخفض منحة المهارة عن طريق خفض السعر النسبي للسلعة كثيفة المهارة.

الخطوة الأخيرة هي ايجاد توازن مسار التكنولوجيا أي ثبات النسبة (N_H/N_L) على طول مسار النمو المتوازن، لكي يتحقق ذلك لابد من وجود شركات مُبتكرة في كلا قطاعي الآلات.

كما رأينا في نموذج توسيع الأصناف، إذا وُجد دخول حر في قطاع R&D وحجم إنفاق غير صفري على الأبحاث $\left(Z_f \succ 0\right)$ عند كل نقطة زمنية، يُكتب شرط الدخول الحر:

$$\begin{aligned} \eta_L V_L &= 1 \\ \eta_H V_H &= 1 \end{aligned} \tag{13. 22}$$

مع $V_f = \int_0^{\infty} \ell^{-\int_t^{\tau} r(s)ds} \pi_f\left(\tau\right) d\tau$ سعر التكنولوجيا المُوجهة لعامل ما $\left(f = L, H\right)$ وتُساوي القيمة الحالية المخصومة لتيار لانهائي من الأرباح. نحصل على العلاقة بين قيمة سعر التكنولوجيا ومعدل الفائدة التوازني في كلا القطاعين:

$$V_L = \frac{\pi_L}{r^*}$$

$$V_H = \frac{\pi_H}{r^*}$$

ما يعني:

$$\frac{V_H}{V_L} = \frac{\pi_H}{\pi_L} = \left(\frac{p_H}{p_L}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \frac{H}{L}$$

باستبدال الأسعار النسبية بما يُساويها نحصل على:

$$\frac{V_H}{V_L} = \left(\frac{N_H}{N_L}\right)^{-1/\sigma} \left(\frac{H}{L}\right)^{1-1/\sigma} \tag{13. 23}$$

باستخدام شروط الدخول الحر نحصل على شرط توازن سوق التكنولوجيا في مسار النمو المتوازن:

$$\eta_L V_L = \eta_H V_H \tag{13. 24}$$

بدمج (24. 13) في (23. 13) نجد التحيز التوازني للتكنولوجيا اتجاه المهارات (نسبة التكنولوجيا في مسار النمو المتوازن):

$$\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^* = \left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\right)^{\sigma} \left(\frac{H}{L}\right)^{\sigma-1} \tag{13. 25}$$

تُشير المعادلة (25. 13) أن مستوى الإنتاجية النسبية يتحدد وفق حدود إمكانيات الابتكار والعرض النسبي للعمالة. تلتقط هذه المعادلة أهم جوانب اقتصاديات التكنولوجيا المُوجهة: لأن العمالة بمستويات مهارة مختلفة هي بدائل كلية ($\sigma \succ 1$)، يُحفز زيادة معروض عامل ما المزيد من الابتكار المُوجه نحو هذا العامل المُحدد لأنه مع ($\sigma \succ 1$)سيُهيمن تأثير حجم السوق على تأثير السعر– في هذه الحالة، يكون التغير التكنولوجي مُتحيزا نحو العامل الأكثر وفرة، ويحدث العكس عندما يكون($\sigma \prec 1$)-في هذه الحالة، يُهيمن تأثير السعر على تأثير حجم السوق و يُفَضَل التغير التكنولوجي المُوجه نحو العامل الأكثر ندرة.

يُعتبر التقدم التكنولوجي مُتحيزا للمهارة (لـ H) إذا أدت زيادة مستوى التكنولوجيا لرفع الناتج الحدي النسبي للعمالة الماهرة. من المعادلة (21. 13) واضح أن زيادة (N_H / N_L)هو تقدم تكنولوجي مُتحيز للمهارات طالما أن ($\sigma \succ 1$): يحدث

ما يُسمى "تحيز المهارة التوازني الضعيف" حيث تُؤدي زيادة (H / L) لتحفيز التغير التقني المُتحيز للمهارة.

ننظر الآن للآثار المترتبة على أسعار العوامل النسبية في المدى الطويل عندما تُصبح التكنولوجيا داخلية. باستبدال صيغة مستوى الإنتاجية النسبية (25. 13) في معادلة الأجر النسبي (13.21) نجد:

$$\left(\frac{w_H}{w_L}\right)^* = \left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\right)^{\sigma-1}\left(\frac{H}{L}\right)^{\sigma-2} \quad (13.\ 26)$$

تُظهر هذه المعادلة أن ميل منحنى الطلب على العمالة أو العلاقة بين الأجور النسبية والعرض النسبي للعمالة يُمكن أن يكون مُوجبا أو سالبا نتيجة قوتين متعارضتين: من ناحية، وجود معروض كبير لعامل إنتاج ما يُؤدي لخفض سعر المُنتج الخاص به، بينما يُؤدي لتحفيز تحيز التكنولوجيا لصالحه ما يرفع إنتاجيته من ناحية أخرى. وجود إحلالية مرتفعة بين (H) و (L) يعني تأثيرا سعريا ضعيفا لزيادة المعروض النسبي ما يدل على وجود علاقة موجبة: إذا كان $(\sigma \succ 2)$، يُؤدي زيادة المعروض النسبي للعمالة الماهرة لزيادة منحة المهارة و هذا راجع لتحيز التكنولوجيا نحو العامل الأكثر وفرة طالما أن تأثير حجم السوق قوي بما فيه الكفاية ليس فقط للهيمنة على تأثير السعر على التغير التقني (أنظر المعادلة 25. 13) بل للهيمنة أيضا على

تأثير الإحلال أو العرض بين العمالة الماهرة وغير الماهرة عند مستوى تكنولوجيا معطاة: يُشار لهذه الحالة بـ"التحيز التوازني القوي اتجاه المهارات".

تُساعدنا هذه النتيجة للتأكيد على عدد من الحقائق: أولا، كان التغير التقني مُتحيزا للمهارات خلال 70 سنة الماضية بسبب النمو المستقر في عرض العمالة الماهرة. ثانيا في حالة $(\sigma \succ 2)$، يُمكننا تفسير هبوط وصعود منحة المهارة في الاقتصاديات الكبرى كالولايات المتحدة خلال السبعينات والثمانينات. في السبعينات، كان هناك ارتفاع كبير في معروض العمالة الماهرة (H/L) لذا يتوقع النموذج هُبوطا أوليا في منحة المهارة (زيادة (H/L) تعمل على خفض أجر المهارة النسبي بسبب تأثير العرض)، يتبع ذلك ارتفاعها بسبب التغير التقني المُتحيز للمهارات تبعا لزيادة المعروض النسبي للمهارات الذي يكون قويا بما فيه الكفاية لمواجهة تأثير العرض على الأجر النسبي (يكون التحيز للمهارات قويا بما فيه الكفاية إذا تحقق $(\sigma \succ 2)$).[9]

[9] - تمثل الآلية الرئيسية لأدبيات التكنولوجيا المُوجهة في أن الابتكار يعمل على تغيير منحنى الطلب على المدخلات: عندما تكون المدخلات أكثر وفرة نسبيا، يكون لدى المبتكرين حافز أكبر لتطوير تكنولوجيا مُكملة لهذا العامل لأن سوق ابتكاراتهم أكبر، وعندما يخلقون تقنيات جديدة ستُؤدي لتحسين إنتاجية المُدخلات ما يزيد الطلب عليها. على هذا الأساس، ستُقلل زيادة المعروض من المدخلات أولا الأجور ثم يُحفز الابتكار الذي يزيد الطلب والأجور لاحقا (وهو ما يتوافق مع الأدلة الواقعية).

أخيرا وكما هو معتاد، يُمكن ايجاد معدل نمو الاقتصاد على المدى الطويل باستخدام شرط الدخول الحر $\left(r=\eta_f\pi_f\right)$مع $\left(f=L,H\right)$. باستخدام (13 .9) (13 .20) و (13 .25) واستبدالها في سعر الفائدة وفق معادلة Euler، نجد:[10]

$$\gamma^*=\frac{1}{\theta}\left(\left(1-\alpha\right)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)}\left[\left(\eta_H H\right)^{\sigma-1}+\left(\eta_L L\right)^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma-1}-\rho\right) \quad (13.\ 27)$$

تحت القيود:

$$\left(1-\alpha\right)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)}\left[\left(\eta_H H\right)^{\sigma-1}+\left(\eta_L L\right)^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma-1}\succ\rho$$

و

$$\left(1-\theta\right)\left(1-\alpha\right)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)}\left[\left(\eta_H H\right)^{\sigma-1}+\left(\eta_L L\right)^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma-1}\prec\rho$$

كما رأينا سابقا، ينخفض معدل النمو مع زيادة معدل التفضيل الزمني (ρ) ويزيد مع زيادة مرونة الإحلال الزمنية $(1/\theta)$ومعدل الفائدة (r). تُمثل النقطة الأساسية في اعتماد سعر الفائدة (ومعدل النمو) على خصائص تكنولوجيات الإنتاج (الناتج النهائي، الآلات و R&D) فضلا عن وفرة العوامل(H و L)و بالتأكيد يحمل هذا النموذج خاصية تأثيرات الحجم.

---

[10] - أنظر الملحق 14.

3. نموذج النمو الشومبتري للتغير التكنولوجي الموجه

يتم في هذا الجزء عرض نموذج Acemoglu (2007) كتوسيع لنموذج النمو الشومبتري المُطور من قبل Aghion and Howitt (1992) ويُظهر بُعدين أساسيين: البعد الأول هو نفسه تأثير الحجم رأيناه في الفصلين السابقين والذي ينص أنه إذا أمكن اختراع نُسخة مُحسنة لسلعة وسيطية مُستخدمة من قبل نوع معين من العمالة (الماهرة أو غير الماهرة) مع بقاء العوامل الأخرى على حالها سيكون هناك مزيد من الأرباح المُمكن جنيها عبر تحسين نوعية السلعة التي يستخدمها نوع العامل الأكثر وفرة، و عليه كلما أصبح الأفراد أكثر تعليما أصبحت اليد العاملة الماهرة أكثر وفرة و التقدم التكنولوجي أكثر تحيزا (توجها) نحو منتجات يستخدمها الأفراد المتعلمين (الماهرين).

ويُشير البعد الثاني لتفسير تأثير حجم السوق أن التقدم التكنولوجي في المنتجات المستخدمة من قبل نوع معين من العمال ترفع معدل الأجر التوازني لذلك النوع من العمال وترفع إنتاجيتهم الحدية، وبمجرد أن يُسبب التعليم المتزايد ابتكارات مُوجهة أكثر نحو العمالة الماهرة فإنها أيضا ترفع الأجر النسبي للعمال الماهرين كما أثبتناه في القسم السابق.

3.1. الأسس

يتكون الناتج النهائي من سلعتين نهائيتين: سلعة مكثفة المهارة (Y_H) وسلعة مكثفة العمالة (Y_L) يتم إنتاجهما في إطار سوق المنافسة الكاملة. كما رأينا سابقا، يتم إنتاج السلعة المكثفة بالمهارة باستخدام العمالة المهارة (H) مع سلسلة من المنتجات الوسيطية المتخصصة $(x_H(i))$، في حين يتم إنتاج السلعة المكثفة بالعمالة باستخدام اليد العاملة غير الماهرة (L) مع سلسلة مختلفة من المنتجات الوسيطية المتخصصة $(x_L(i))$ وفق الآتي:

$$Y_H = H^{1-\alpha} \int_0^1 A_{H(i)} \left(x_H(i) \right)^{\alpha} di \tag{13. 28}$$

$$Y_L = L^{1-\alpha} \int_0^1 A_{L(i)} \left(x_L(i) \right)^{\alpha} di \tag{13. 29}$$

مع $(0 \prec \alpha \prec 1)$ و (A_f) معلمة إنتاجية كل سلعة وسيطية (i) حسب نوع العمالة $(f = L, H)$.

نفترض أن مُحتكر كل قطاع يُمكنه إنتاج وحدة واحدة من السلعة الوسيطية دون تكلفة، لكنه بعد ذلك يتحمل تكلفة عن كل وحدة إنتاج إضافية، وفي التوازن لدينا $(x_{H(i)} = x_{L(i)} = 1)$ ما يسمح لنا بإعادة كتابة دالة إنتاج الناتج النهائي لكل قطاع كالآتي:

$$\begin{aligned} Y_H &= H^{1-\alpha} A_H \\ Y_L &= L^{1-\alpha} A_L \end{aligned} \tag{13. 30}$$

حيث $\left(A_H = \int_0^1 A_{H(i)}di\right)$ و $\left(A_L = \int_0^1 A_{L(i)}di\right)$ تُمثلان معلمات متوسط إنتاجية كل قطاع.

يعني التوازن في أسواق السلع النهائية أن معدل أجر كل نوع من العمالة لابد أن يُساوي قيمة إنتاجيته الحدية:

$$\begin{aligned} w_H &= p_H\left(1-\alpha\right)\frac{Y_H}{H} \\ w_L &= p_L\left(1-\alpha\right)\frac{Y_L}{L} \end{aligned} \tag{13. 31}$$

2. 3. التأثير الفوري للمعروض النسبي على منحة المهارة

تُعرف منحة المهارة أنها الأجر النسبي $\left(w_H / w_L\right)$ للعمالة الماهرة ويُعبر عنها وفق المعادلة (13.31):

$$\frac{w_H}{w_L} = \left(\frac{p_H H}{p_L L}\right)\left(\frac{Y_H}{Y_L}\right) \tag{13. 32}$$

في التوازن، لابد أن يُساوي السعر النسبي $\left(p_H / p_L\right)$ المعدل الحدي للإحلال في الطلب بين السلعتين والتي تعتمد على الكمية النسبية $\left(Y_H / Y_L\right)$ وفق مايلي:

$$\frac{p_H}{p_L} = \left[\frac{Y_H}{Y_L}\right]^{-\nu}$$

حيث $\left(\nu = 1/\varepsilon\right)$ هو مقلوب مقياس الإحلالية بين السلعتين، وعليه:

$$\frac{p_H Y_H}{p_L Y_L} = \left[\frac{Y_H}{Y_L}\right]^{1-\nu} \tag{13. 33}$$

من المعادلات (13.30) (13.32) و (13.33) يُمكن كتابة منحة المهارة:

$$\frac{w_H}{w_L}=\left(\frac{A_H}{A_L}\right)^{1-\nu}\left(\frac{H}{L}\right)^{-1+(1-\alpha)(1-\nu)} \tag{13. 34}$$

تُؤدي زيادة مستوى التعليم الذي يرفع المعروض النسبي من العمالة الماهرة دائما لخفض منحة المهارة بجعل العمالة الماهرة أقل ندرة، لكن مع مرور الوقت يكون هناك تأثير "حجم السوق" غير مباشر لتغير المعروض النسبي لأن التغير قد يُحفز إعادة توجيه أنشطة R&D نحو أو بعيدا عن المدخلات الوسيطية المُكثفة بالمهارات ما تُؤثر على معلمة الإنتاجية النسبية $\left(A_H / A_L\right)$ في المعادلة (13.34).[11]

3.3. تأثير الحجم على الإنتاجية النسبية

لرؤية كيفية عمل تأثير حجم السوق، ننظر لحالة مُحتكر لمدخلات السلع الوسيطية مكثفة المهارة. طالما أن هذا المحتكر ينتج وفق تكنولوجيا وحدة بوحدة بدون تكلفة، فإن أرباحه تُساوي إيراداته والتي تُساوي أيضا سعر بيع منتجه:

$$\pi_{H(i)}=p_{H(i)}x_{H(i)}=p_{H(i)}$$

يتطلب التوازن في سوق السلعة النهائية مُكثفة المهارة أن يتساوى $\left(p_{H(i)}\right)$ مع قيمة الناتج الحدي لـ $\left(x_{H(i)}\right)$ وعليه:

$$\pi_{H(i)}=p_H\frac{\partial Y_H}{\partial x_{H(i)}}=\alpha\, p_H A_{H(i)} H^{1-\alpha}$$

[11] - تم التفصيل في هذه النقطة في النموذج السابق، لذا لا داعي للتكرار.

خلال كل فترة، لدى المُقاول في القطاع فرصة أن يُصبح مُحتكرا إذا استطاع الابتكار لذا يرفع إنتاجيته بعامل $(\lambda \succ 1)$ مع احتمال وصول الابتكار $\left(\phi\left(z_H\right)\right)$ حيث $\left(z_H = Z_{H(i)} / A_{H(i)}\right)$ الإنفاق على R&D المُعَدل بالإنتاجية، و $\left(A_{H(i)}\right)$ هو مستوى الإنتاجية المُستهدف مع $(\phi' \succ 0, \phi'' \prec 0)$.

يختار المقاول قيمة (z_H) التي تُعظم الإيرادات المتوقعة:

$$\phi\left(z_H\right)\pi_{H(i)} - A_{H(i)}z_H = A_{H(i)}\left[\phi\left(z_H\right)\alpha p_H H^{1-\alpha} - z_H\right]$$

يُعطى شرط الدرجة الأولى لمشكلة التعظيم:

$$\phi'\left(z_H\right)\alpha p_H H^{1-\alpha} = 1$$

والذي يُمكن كتابته باستخدام دالة الإنتاج (13.30):

$$\phi'\left(z_H\right)\alpha \frac{p_H Y_H}{A_H} = 1 \qquad (13.\ 35)$$

يُطبق نفس التحليل على قطاع السلع الوسيطية مكثفة العمالة، أين لابد أن تستوفي الأبحاث المُعدلة بالإنتاجية (z_L) المعادلة التالية:

$$\phi'\left(z_L\right)\alpha \frac{p_L Y_L}{A_L} = 1 \qquad (13.\ 36)$$

لكل $\left(A_{H(i)}\right)$، يكون معدل النمو مُساويا $(\lambda - 1)$ مع احتمال $\left(\phi\left(z_H\right)\right)$ وصفرا مع احتمال $\left(1-\phi\left(z_H\right)\right)$ ويُعطى معدل النمو المتوقع لكل $\left(A_{H(i)}\right)$:

$$\gamma_H = (\lambda - 1)\phi\left(z_H\right)$$

الذي وفق قانون الأعداد الكبيرة يُساوي معدل النمو الحالي لمعلمة الإنتاجية الكلية (A_H).

يُساوي معدل نمو متوسط الإنتاجية (A_L) في قطاع كثيف العمالة:

$$\gamma_L = (\lambda - 1)\phi(z_L)$$

على المدى الطويل، يقترب الاقتصاد نحو حالته المستقرة أين تُصبح الإنتاجية النسبية (A_H / A_L) ثابتة، ما يعني أن $(\gamma_H = \gamma_L)$ و $(z_H = z_L)$. تُظهر المعادلتان (35. 13) (36. 13) أن الحالة المستقرة للإنتاجية النسبية لابد أن تُساوي الإنفاق النسبي:

$$\frac{A_H}{A_L} = \frac{p_H Y_H}{p_L Y_L}$$

باستبدال الجانب الأيمن لهذه المعادلة بالمعادلة (33. 13) واستبدال الكمية النسبية (Y_H / Y_L) باستخدام المعادلة (30. 13)، يُمكن كتابة شرط الحالة المستقرة:

$$\frac{A_H}{A_L} = \left[\frac{A_H}{A_L}\frac{H^{1-\alpha}}{L^{1-\alpha}}\right]^{1-\nu}$$

ما يعني أن الإنتاجية التوازنية (A_H / A_L) تُساوي:

$$\left(\frac{A_H}{A_L}\right)^* = \left[\frac{H^{1-\alpha}}{L^{1-\alpha}}\right]^{\frac{1-\nu}{\nu}} \qquad (13.\ 37)$$

إذا كانت السلعتين النهائيتين قابلتين للإحلال $(1 \prec \nu)$، فإن زيادة المعروض النسبي للعمالة الماهرة ستُمارس تأثيرات (حجم السوق) طويلة المدى على رفع الإنتاجية النسبية للمدخلات كثيفة المهارة، وإذا كان هذا التأثير كبيرا بما فيه الكفاية

وفق المعادلة (34. 13) سيعمل على تغطية التأثير السلبي (تأثير السعر) المباشر، وبالتالي يعمل التأثير الإجمالي لزيادة التعليم على رفع منحة المهارة. سيكون التأثير كبيرا بما فيه الكفاية إذا كانت السلعتين "بديلتين كاملتين" لأنه كلما $(\nu \to 0)$ سيقترب الأس فوق (H / L) في المعادلة (37. 13) لما لانهاية.

4. التكنولوجيا المناسبة والتنمية

يُمكن استخدام نهج التغير التكنولوجي المُوجه لتحليل بعض المشاكل التنموية كمحاولة فهم تطور عدم المساواة في هيكل الأجور داخل اقتصاد ما، أو لشرح الأسباب الرئيسية لاتساع فجوة الدخل والإنتاجية بين البلدان الصناعية والأقل تطورا عبر الزمن. في هذا الإطار، يُرجع Acemoglu and Zilibotti (2001) سبب التخلف المستمر إلى "التكنولوجيا غير المناسبة" أو عدم التطابق الموجود بين التقنيات المُطورة في الاقتصاديات المتقدمة مع مستوى مهارات العمال في البلدان الأقل تطورا، أو بعبارة أخرى، يكون التغير التكنولوجي المُوجه "أمثليا" فقط في أسواق تتميز بظروف اقتصادية مناسبة.

لتحليل تداعيات هذا الاستنتاج، طور Acemoglu and Zilibotti (2001) نموذجا يفترض افتقار الاقتصاديات الأقل تطورا لنظام حقوق ملكية فكرية فعال وقيامها بتقليد التكنولوجيات الجديدة المُطورة من قبل البلدان الصناعية، إلا أن تلك

التكنولوجيا صُممت وفق أسس البلدان الصناعية الغنية (لتلبية احتياجات أسواقها)، وبالتالي فهي ليست مثالية عند تطبيقها في الاقتصاديات الفقيرة المتخلفة.

4.1. الأسس

يتكون الاقتصاد العالمي من مجموعتين من البلدان (الشمال والجنوب) ونوعين من العمالة (الماهرة وغير الماهرة). هناك اختلافان أساسيان بين الشمال والجنوب: أولا، تحدث أنشطة R&D والابتكارات الجديدة في الشمال فقط (يُمثل الشمال بلدان OECD أو الولايات المتحدة وبعض البلدان المتقدمة الأخرى)، في حين يقوم الجنوب بنسخ التقنيات المُطورة في الشمال. وبسبب افتقار حقوق الملكية الفكرية في الجنوب، تُمثل السوق الرئيسية للتكنولوجيا الجديدة شركات الشمال التي تستفيد من أرباح بيع التكنولوجيا الجديدة (المُجسدة في أنواع جديدة من السلع الوسيطية) في سوق الشمال فقط، يتبع ذلك أن الابتكار يستجيب لوفرة العوامل في الشمال فقط دون الجنوب، ما يعني أن توازن تحيز التغير التقني اتجاه المهارات (أنظر المعادلة 25. 13) أو ديناميكية الإنتاجية النسبية في القطاعات كثيفة المهارة والعمالة تتحدد وفق وفرة المهارة في الشمال فقط. بهذا المعنى، سيكون "غير مناسب" للجنوب استخدام تلك التكنولوجيا –هناك استثمارات كبيرة في ابتكار تكنولوجيا جديدة تزيد من إنتاجية العمالة الماهرة والقليل من ابتكار تكنولوجيا جديدة تزيد من إنتاجية العمالة غير الماهرة.

ثانيا، مثل هذا التحيز التكنولوجي المُفرط اتجاه المهارات يمنع الجنوب من الاستفادة الكاملة من التحسينات التكنولوجية لأن الشمال يملك وفرة أكبر في المهارات مقارنة بالجنوب، على وجه خاص:

$$\frac{H^n}{L^n} \succ \frac{H^s}{L^s}$$

حيث $\left(H^j\right)$ يُشير لعدد العمالة الماهرة في البلدان، $\left(L^j\right)$ يُشير لعدد العمالة غير الماهرة مع $\left(j = n, s\right)$ تُشير للشمال والجنوب.

نفترض عددا كبيرا من بلدان الشمال والجنوب؛ لا يُوجد نمو سكاني ولا تجارة بين البلدان. في جميع أنحاء العالم، تتمتع جميع البلدان بإمكانية الوصول لنفس مجموعة التقنيات ما يعني عدم وجود حواجز (مؤسساتية) أمام اعتماد الجنوب للتكنولوجيا المُكتشفة في الشمال، على هذا الأساس يفترض النموذج أن جميع الفروق الموجودة في الإنتاجية والدخل بين الشمال والجنوب تنشأ من عدم توافق مُحتمل بين التكنولوجيات والمهارات.

يُشبه هذا النموذج نموذج التغير التكنولوجي المُوجه بنسخة توسيع الأصناف أين يُوجد فيه قطاعين أساسيين: قطاع السلع النهائية وقطاع السلع الوسيطية.

يعمل قطاع السلع النهائية في إطار المنافسة الكاملة، حيث تقوم الشركات بتجميع سلسلة متصلة من السلع المتمايزة $\left(y_i\right)$ مع $\left(i \in [0,1]\right)$ لإنتاج الناتج النهائي $\left(Y\right)$ وفق:

$$Y = \exp\left(\int_0^1 \log y_i di\right) \tag{13. 38}$$

يُمكن اعتبار هذه الدالة غير المألوفة للإنتاج لحد ما كدالة متناظرة من نوع Cobb- Douglas. كما هو معتاد، يتم إنفاق الناتج الكلي على الاستهلاك (C)، الانفاق على السلع الوسيطية (X) والانفاق على R&D (في الشمال) يُساوي (Z)–لا يقوم الجنوب بالانخراط في R&D بل يتبنى التكنولوجيات المُطورة في الشمال، وعليه يُعطى قيد المورد:

$$Y = C + X + Z$$

يتم اختيار الناتج النهائي كسلعة مرجعية حيث $(p_Y = 1)$.

هناك سلسلة من القطاعات غير المتجانسة تُنتج سلعة من الصنف (i) اعتمادا على عدد من العمال غير الماهرين (l_i) والعمال الماهرين (h_i) باستخدام نوعين مختلفين من السلع الوسيطية: تُستخدم المدخلات الوسيطية $[0, N_L]$ من قبل العمالة غير الماهرة فقط، بينما تُستخدم المدخلات الوسيطية $[0, N_H]$ من قبل العمالة الماهرة فقط. بشكل عام، تُعطى تكنولوجيا إنتاج الصنف (i) وفق:

$$y_i = \left[(1-i) l_i\right]^{1-\alpha} \int_0^{N_L} x_{L,v,i}^{\alpha} dv + \left[i h_i\right]^{1-\alpha} \int_0^{N_H} x_{H,v,i}^{\alpha} dv \tag{13. 39}$$

حيث $(x_{f,v,i})$ كميات المدخلات الوسيطية من صنف (v) مع $(v \in [0, N_f])$ المُستخدمة في القطاع (i) مع عمالة بمستوى مهارة $(f = L, H)$.

لاحظ أن القطاعات تختلف بدلالة معلمات الإنتاجية المُوسعة للعمالة: يختلف العمال المهرة عن غير المهرة بدلالة الإنتاجية في مختلف الصناعات (دمج نمط المزايا النسبية عبر الصناعات): $(1-i)$ هي إنتاجية التكنولوجيا المُكملة لغير المهارة و (i) هي إنتاجية التكنولوجيا المُكملة للمهارة. يعني هذا أن العمالة غير المهارة لديها ميزة نسبية (أكثر إنتاجية نسبيا باستخدام x_L) في القطاعات ذات المؤشر المنخفض، بينما تملك العمالة الماهرة ميزة نسبية (أكثر إنتاجية نسبيا باستخدام x_H) في القطاعات ذات المؤشر المرتفع.

في قطاع السلع الوسيطية (الآلات)، تقوم الشركات إما بالابتكار (في الشمال) أو ببساطة التقليد (في الجنوب): في الشمال، يحصل المبتكرون الناجحون على براءة اختراع دائمة لنوع السلعة الوسيطية (v) في سوق الشمال، وبمجرد اختراع تصميم جديد أو نسخه تبدأ الشركات تصنيعه في إطار المنافسة الاحتكارية وبيعه بعد ذلك لشركات قطاع السلع النهائية. في قطاع الأبحاث، هناك عدد كبير من الوافدين وهناك دخول حر في هذا المجال. لأسباب ستُصبح واضحة لاحقا، يتم إنتاج وحدة واحدة من أي مدخل وسيطي بإنفاق (α^2) وحدة من الناتج النهائي.

4.2. التوازن

الشمال: كل شركة منتجة للصنف (i) تعمل على تعظيم الأرباح بأخذ سعر ناتجها (p_i) وأسعار المدخلات $(p_{x_L(v)}, p_{x_H(v)}, w_L, w_H)$ كما هي معطاة، لذا نحصل على دوال الطلب القطاعية على المدخلات الوسيطية:

$$x_{L,v,i} = (1-i)\, l_i \left[\frac{\alpha p_i}{p_{x_L(v)}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$$
$$x_{H,v,i} = i h_i \left[\frac{\alpha p_i}{p_{x_H(v)}}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (13.\ 40)$$

يُشير شرط تعظيم الأرباح من قبل مُحتكري السلعة الوسيطية أن السعر التوازني يُساوي هامش ربح ثابت فوق التكلفة الحدية (α^2) ما يعني أن:

$$\left(p \equiv p_{x_L} = p_{x_H} = \alpha\right)$$

مع المعادلات (13.39) و (13.40) نحصل على الناتج التوازني للصنف (i):

$$y_i = p_i^{\alpha/(1-\alpha)} \left[N_L (1-i) l_i + N_H i h_i\right] \qquad (13.\ 41)$$

في التوازن، تُظهر هذه المعادلة وفق قيم (N_L) و (N_H) تناقص إنتاجية العمالة غير الماهرة مع زيادة مؤشر القطاع (i)، في حين تتزايد إنتاجية العمالة الماهرة مع تزايد مؤشر القطاع. هذا يعني أن هناك قيمة "عتبة حرجة "Threshold $(J \in [0,1])$ أين تستخدم كل القطاعات ذات المؤشر (i) تقع تحت مستوى العتبة $(i \le J)$ العمالة غير الماهرة فقط (مع الآلات x_L) ما يعني $(h_i = 0)$، بينما تُوظف كل القطاعات $(i \succ J)$

اليد العاملة الماهرة فقط (مع الآلات x_H) ما يعني $(l_i = 0)$. يحدث هذا بسبب المزايا النسبية للعمالة غير الماهرة في القطاعات ذات المؤشرات الدنيا والعمالة الماهرة في القطاعات ذات المؤشرات العليا، إلى جانب خطية دالة الإنتاج (لا يُوجد هناك حافز لدمج نوعي التكنولوجيا، وبالنسبة لـ (i) معطاة، سيُهيمن أحدهما على الآخر).

يُعطى إجمالي الأرباح التوازنية المتحصل عليها من قبل مُحتكري السلع الوسيطة مُكثفة العمالة والمهارة على الترتيب:[12]

$$\pi_L = (1-\alpha)\alpha\int_0^1 p_i^{1/(1-\alpha)}(1-i)l_i di$$
(13. 42)
$$\pi_H = (1-\alpha)\alpha\int_0^1 p_i^{1/(1-\alpha)} i h_i di$$

وفق دالة إنتاج Cobb-Douglas (المعادلة 39. 13)، تُمثل فاتورة الأجور جزءا $(1-\alpha)$ من الناتج القطاعي، وعليه يُمكن استخدام المعادلة (41. 13) لإيجاد الأجور التوازنية:

(13. 43) $\quad i \le J$ لكل $\quad w_L = (1-\alpha) p_i^{1/(1-\alpha)} N_L (1-i)$

(13. 44) $\quad i \succ J$ لكل $\quad w_H = (1-\alpha) p_i^{1/(1-\alpha)} N_H (i)$

---

[12] - يُساوي إجمالي الأرباح المتحصل عليه من قبل مُحتكر السلعة الوسيطية المكثفة بمستوى مهارة $(f = L, H)$:

$$\pi_L = \left(p_{x_f} - \alpha^2\right)\int_0^1 x_{f,i} di$$

باستبدال (40. 13) مع $\left(p_{x_f} = \alpha\right)$ في هذه المعادلة نجد المعادلة (42. 13).

ليكن $(p_L \equiv p_0)$ سعر السلعة (y_0) و $(p_H \equiv p_1)$ سعر (y_1)، بقسمة (43. 13) و (44. 13) على نظرائها في القطاع 0 و 1 $\left(w_L = (1-\alpha)\, p_0^{1/(1-\alpha)} N_L\right)$ و $\left(w_H = (1-\alpha)\, p_1^{1/(1-\alpha)} N_H\right)$ على الترتيب، نجد أسعار السلع من الصنف (i):

$$\frac{p_i^{1/(1-\alpha)}(1-i)}{p_0^{1/(1-\alpha)}} = 1 \Rightarrow p_i = p_0 (1-i)^{-(1-\alpha)} \quad \text{لكل} \quad i \le J \tag{13. 45}$$

$$\frac{p_i^{1/(1-\alpha)}(i)}{p_1^{1/(1-\alpha)}} = 1 \Rightarrow p_i = p_1 (i)^{-(1-\alpha)} \quad \text{لكل} \quad i \succ J \tag{13. 46}$$

الحدس الاقتصادي وراء هذه المعادلات السعرية واضح ومباشر: ننظر لسعر السلعة المُنتجة من قبل العمالة غير الماهرة (المعادلة 45. 13): مع زيادة $(i \in [0, J])$ تُصبح السلع (y_i) أكثر كلفة لأن إنتاجية العمالة غير الماهرة (l_i) تنخفض مع (i). يُطبق تفسير مشابه لـ (p_i) مع $(i \in [J, 1])$ وفق المعادلة (46. 13).

الآن لتعظيم الناتج النهائي (Y)، لابد أن يتساوى الإنفاق على السلع:

$$p_i y_i = p_1 y_1 = p_0 y_0$$

إلى جانب شرط التوظيف الكامل للعمالة الماهرة وغير الماهرة:

$$\int_0^J l_i di = L \quad \text{و} \quad \int_J^1 h_i di = H$$

هذا يعني تَوزع العمالة عبر القطاعات وفق النمط التالي:

$$h_i = \frac{H}{1-J} \quad \text{و} \quad l_i = \frac{L}{J} \tag{13. 47}$$

أخيرا في قطاع العتبة $(i = J)$، لا يُوجد فرق بين استخدام العمالة الماهرة من غير الماهرة (والتكنولوجيا ذات الصلة) في عملية الإنتاج، لذا ينبغي أن تتعادل التكنولوجيات المُكملة للمهارة وغير الماهرة:

$$p_0 (1-J)^{-(1-\alpha)} = p_1 J^{-(1-\alpha)}$$

والنتيجة:

$$\frac{J}{1-J} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \qquad (13.48)$$

من الشرط $p_1 y_1 = p_0 y_0$، مع المعادلات (13 .41) و (13 .47) نحصل على الأسعار النسبية:

$$\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{N_H H}{N_L L}\right) \frac{J}{1-J}$$

من المعادلة (13 .48) نجد:

$$\frac{J}{1-J} = \left(\frac{N_L L}{N_H H}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (13.49)$$

نحصل على مستوى العتبة التوازني:

$$J^* = \left(1 + \left(\frac{N_H H}{N_L L}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{-1} \qquad (13.50)$$

كلما كانت الوفرة النسبية للمهارة (H/L) أكبر وكانت التكنولوجيا متحيزة أكثر نحو المهارات (N_H/N_L)، كان هناك جزء أكبر من القطاعات المُستخدمة للتكنولوجيا مُكثفة المهارة.

نقوم الآن بتحديد الأسعار التوازنية لـ (p_0) و (p_1): انطلاقا من $\exp\left(\int_0^1 \ln p_i di\right)=1$ (يُختار الناتج الكلي كقيمة مرجعية) نحصل على:

$$\int_0^1 \ln p_i di = 0$$

باستخدام (13.45) و (13.46) نجد:

$$\int_0^J \ln\left(p_0 (1-i)^{-(1-\alpha)}\right) di + \int_J^1 \ln\left(p_1 i^{-(1-\alpha)}\right) di = 0$$

بتكامل الجانب الأيسر من المعادلة نحل (p_0):

$$p_0 = \exp\left(\frac{\alpha-1}{J}\right)(1-J)^{\frac{J-1+\alpha(1-J)}{J}} J^{\alpha-1} p_1^{\frac{J-1}{J}}$$

باستخدام المعادلة (13.48) معا مع المعادلة السابقة، يتم تحديد (p_0) و (p_1):

$$p_0 = \exp(\alpha-1) J^{\alpha-1}$$
$$p_1 = \exp(\alpha-1)(1-J)^{\alpha-1} \quad (13.51)$$

أخيرا، باستخدام حقيقة أن $Y=\int_0^1 p_i y_i di$ مع (13.41) و (13.47) نجد:

$$Y = \int_0^1 p_i^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[N_L (1-i) l_i + N_H i h_i\right] di$$

والتي يُمكن إعادة كتابتها بالشكل:

$$Y = \int_0^J p_i^{\frac{1}{1-\alpha}} N_L (1-i) \frac{L}{J} di + \int_J^1 p_i^{\frac{1}{1-\alpha}} N_H i \frac{H}{1-J}$$

باستبدال (p_i) بما يُساويها في (13.45) و (13.46) وإعادة ترتيب العناصر:

$$Y = p_0^{1/(1-\alpha)} N_L L + p_1^{1/(1-\alpha)} N_H H$$

باستبدال (p_0) و (p_1) بما يُساويها في المعادلة (13.51)، نجد معادلة الناتج النهائي التوازني:

$$Y = \exp(-1)\left[(N_L L)^{1/2} + (N_H H)^{1/2}\right]^2 \quad (13.52)$$

والتي تُمثل دالة إنتاج من نوع CES تابعة للتكنولوجيا ووفرة العوامل، مع مرونة إحلال بين العوامل تُساوي الاثنين.

الآن لاستكمال وصف توازن الاقتصاد الكلي، نحتاج لدراسة الابتكار ووصف توازن التكنولوجيا المُتحيزة للمهارات (N_H / N_L). كما أشرنا سابقا، يأخذ التقدم التكنولوجي شكل زيادة (N_L) و (N_H) كنتيجة للاستثمار المُوجه نحو R&D، و باعتماد صيغة معدات المختبر نفترض أن:

$$\dot{N}_L = \eta Z_L \\ \dot{N}_H = \eta Z_H \quad (13.53)$$

المشابهة لحدود امكانيات الابتكار (المعادلة 7. 13) باستثناء أن $(\eta = \eta_L = \eta_H)$ أصبحت متساوية الآن (كل القطاعات تستخدم نفس تكنولوجيا R&D، أي أنها تأخذ نفس عدد وحدات الناتج النهائي للحصول على تصميم جديد).

اختراع مدخل جديد مُكمل لليد العاملة "غير الماهرة" و "الماهرة" يُؤدي لتحقيق أرباح فورية لكلا نوعي التكنولوجيا (بعد استبدال الأسعار في المعادلة (42. 13) بما يُساويها في (45. 13) و (46. 13)):

$$\begin{aligned} \pi_L &= (1-\alpha)\alpha\int_0^J \left(p_0(1-i)^{-(1-\alpha)}\right)^{1/(1-\alpha)}(1-i)l_i di \\ &= (1-\alpha)\alpha\, p_0^{1/(1-\alpha)}L \\ \pi_H &= (1-\alpha)\alpha\int_J^1 \left(p_1 i^{-(1-\alpha)}\right)^{1/(1-\alpha)} i h_i di \\ &= (1-\alpha)\alpha\, p_1^{1/(1-\alpha)}H \end{aligned} \tag{13. 54}$$

يتطلب مسار النمو المتوازن أن $(\pi_L = \pi_H)$. في هذه الحالة، لابد أن ينمو (N_L) و (N_H) عند نفس المعدل ما يعني أن النسبة (N_H / N_L) تبقى ثابتة عبر الزمن تماما كما هو الحال بالنسبة لـ (J)، (p_1) و (p_0).

بوضع $(\pi_L = \pi_H)$:

$$\frac{H}{L}=\left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{1/(1-\alpha)}=\left(\frac{\exp(\alpha-1)J^{\alpha-1}}{\exp(\alpha-1)(1-J)^{\alpha-1}}\right)$$
$$=\frac{1-J^*}{J^*}$$

باستخدام المعادلة (13 .49) نجد:

$$\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^*=\frac{H}{L} \tag{13. 55}$$

لاحظ أن توازن التحيز التكنولوجي نحو المهارة هي حالة خاصة من النتيجة السابقة (المعادلة 25. 13) عندما يكون $(\sigma=2)$. تُظهر المعادلة (55. 13) كلما كانت وفرة المهارة في بلد ما كبيرا كان مجموع القطاعات المُستخدمة لتكنولوجيا المُكملة للمهارة كبيرا، أي هناك ارتباط مُوجب بين تحيز التكنولوجيا نحو المهارات والوفرة النسبية للمهارات.

بدمج (52. 13) و (50. 13)، نجد قطاع العتبة في الشمال (J^n):

$$J^{n^*}=\left(1+\left(\frac{H^n}{L^n}\right)\right)^{-1}$$

يُمثل هذا الوصف الكامل للتوازن تلك الاقتصاديات التي تُطور وتبيع التكنولوجيات في أسواقها بوجود حماية كاملة لحقوق الملكية الفكرية، ويُمكن اعتبارها وصفا واقعيا لما يحدث في البلدان الغنية أو "الشمال".

الجنوب: ننظر الآن لاقتصاديات "الجنوب" التي تُشبه لحد كبير اقتصاديات الشمال، باستثناء أن العمالة الماهرة في الجنوب أكثر ندرة منها في الشمال أي $\frac{H^s}{L^s} \prec \frac{H^n}{L^n}$. ثانيا، يفتقر الجنوب لنظام حقوق الملكية الفكرية لذا لا يُوجد R&D، فقط يُمكن لمنتجي الآلات في الجنوب نسخ أو تقليد التصاميم المُخترعة في الشمال بتكلفة ثابتة صغيرة بدلا من ابتكارها محليا، ليتم بيعها لمنتجي السلع النهائية في الجنوب من قبل هؤلاء المُحتكرين، لذلك يعمل الجنوب بنفس مجموعة الآلات المُنتجة في الشمال ($[0, N_L]$و$[0, N_H]$) ما يعني أن الشمال والجنوب يستخدمان نفس التكنولوجيا، لكن:

$$\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^* = \frac{H^n}{L^n}$$

تحيز التكنولوجيا نحو المهارات مُحدد بوفرة العوامل في الشمال لأنها السوق الوحيد لإنتاج التكنولوجيا الجديدة. باستثناء هذا، يتم تطبيق شروط التوازن الأُخرى في حالة الجنوب بعد استبدالها بوفرة العوامل الجديدة(H^s و L^s): على سبيل المثال، يُعطى الناتج التوازني في الجنوب:

$$Y = \exp(-1)\left[\left(N_L L^s\right)^{1/2} + \left(N_H H^s\right)^{1/2}\right]^2$$

من المعادلات (13 .50) (13 .52) يعني أن قطاع العتبة في الجنوب $\left(J^s\right)$:

$$J^{s^*}=\left(1+\left(\frac{H^n}{H^n}\frac{H^s}{L^s}\right)^{1/2}\right)^{-1}\succ J^{n^*}$$

4.3. اختلافات الإنتاجية

الآن يمكننا الإجابة على الأسئلة التالية: هل تُصبح التكنولوجيا مُناسبة فقط في البلدان التي طُورت فيها؟ وماذا يحدث للإنتاجية الكلية للعوامل إذا تم استخدام تلك التكنولوجيا في بيئة اقتصادية مختلفة؟

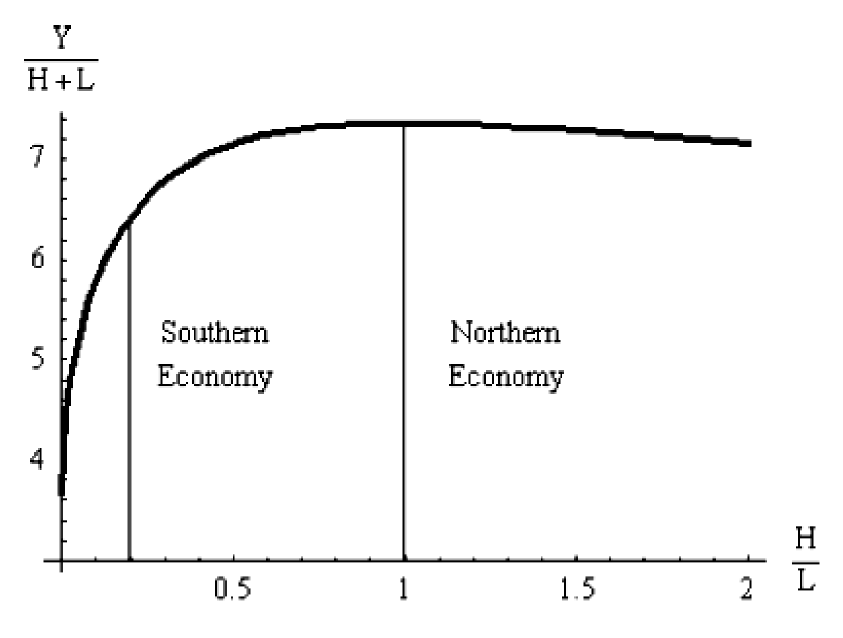
يُشير النموذج أن نصيب العامل من الناتج في اقتصاد الجنوب أصغر مقارنة بنظيره في اقتصاد الشمال. تتحقق هذه النتيجة رغم أن كلا البلدين لديهما إمكانية الوصول لنفس التكنولوجيا...هذا بديهي: يستخدم اقتصاد الجنوب مزيجا تكنولوجيا مُعطى وفق $[0,N_L]$ و $[0,N_H]$ الذي صُمم بشكل يتوافق مع أسس (مُكونات المهارة) الشمال، لكنها غير أمثلية (غير مناسبة لمتطلبات اقتصاد الجنوب) عندما تُطبق في الجنوب لأن وفرة العوامل فيها لا تُؤثر في اتجاه التغير التكنولوجي.

لإظهار اختلاف الإنتاجية، ننظر لنصيب العامل من الناتج (أنظر المعادلة 52. 13):

$$\frac{Y}{L+H}=\exp(-1)\frac{\left[\left(N_L\right)^{1/2}+\left(N_H H/L\right)^{1/2}\right]^2}{1+H/L}$$

يُظهر الشكل (2. 13) نصيب العامل من الناتج كدالة على شكل حرف (U) مقلوب تابعة لـ$[H/L]$. من السهل أن نُظهر بلوغ هذا المنحنى أقصاه عند القيمة

$\left(\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^* = \frac{H}{L}\right)$، و بالنظر للمعادلة (13 .55) يبدو أن هذا الشرط يتحقق في حالة اقتصاد الشمال، لذا يعمل مزيج التكنولوجيا على تعظيم إنتاجية العامل في الشمال. ولأن اقتصاديات الجنوب تملك وفرة منخفضة نسبيا من المهارات، فإن نصيب العامل من الناتج في الجنوب أقل من نظيره في الشمال.



الشكل (13 .2). نصيب الفرد من الناتج كدالة تابعة لوفرة المهارة.

السبب وراء اختلاف الإنتاجية بين الشمال والجنوب هو عدم تطابق المهارات بالتكنولوجيا: يقوم الشمال بتطوير تكنولوجيا تتناسب مع احتياجاته الخاصة لأن شركات الأبحاث تستهدف أسواق الشمال (ذات وفرة نسبية من المهارة)، أو بعبارة أخرى يُطور الشمال تكنولوجيا مُتحيزة أكثر نحو المهارات لأنها تملك وفرة أكبر من اليد العاملة لاستخدام تلك التكنولوجيات ما يعني أن تكنولوجيا الشمال لا تتطابق مع مهارة العمالة الموجودة في الجنوب الأقل تطورا. يُمكن رؤية ذلك بوضوح من خلال المعادلة (13.55) التي تكتب على شكل $N_H\left(1-J^n\right)=N_L J^n$ ، وبالنظر لدالة الإنتاج (13.41) ينص الشرط السابق على تعادل الإنتاجية المادية لكلا العمالة الماهرة وغير الماهرة في الشمال، لكن هذا الشرط يتم انتهاكه في الجنوب لأن $\left(N_H\right)$ و $\left(N_L\right)$ هي نفسها لكن $\left(J^s \succ J^n\right)$ حيث $N_H\left(1-J^s\right)\prec N_L J^s$. ولأن وفرة العوامل صغيرة في الجنوب، يستخدم هذا البلد عُمالا ذوي مهارات منخفضة في بعض قطاعات تتطلب عُمالا ذو مهارات عالية وأكثر إنتاجية.

تُساعدنا هذه النتيجة على فهم استمرارية الفروق الشاسعة في TFP عبر البلدان حتى بوجود تكنولوجيا مُتطابقة وتُظهر عملية التغير التكنولوجي المُوجه كقوة تزيد عدم المساواة عبر البلدان. يُقارن Acemoglu and Zilibotti (2001) القوة التنبؤية لهذا النموذج في تفسير اختلاف الناتج عبر البلدان مع النموذج النيوكلاسيكي أين يكون لدى البلدان قدرة الوصول لنفس التكنولوجيا مع ناتج يُعطى وفق دالة

Cobb- Douglas بدلالة العمل، رأس المال المادي والبشري. وتُشير حساباتهم أن عدم تطابق التكنولوجيا بالمهارات عن طريق الآلية المقترحة تُفسر نحو ثُلث إلى نصف فجوة TFP بين الولايات المتحدة والبلدان النامية. إضافة لذلك، تم اختبار التنبؤات حول اختلاف الإنتاجية عبر الصناعة في الشمال والجنوب: لأن الجنوب يستخدم نفس التكنولوجيا كبقية العالم لكن بسعر نسبي أعلى للسلع كثيفة المهارات، ذلك يعني أن قيمة الإنتاجية في البلدان الأقل تطورا نسبة لبلدان الشمال يجب أن تكون أعلى في القطاعات كثيفة المهارات (يُدعم التحليل التجريبي هذا التوقع).

إن الرأي القائل أن اختيار التكنولوجيا المناسبة يعتمد على وفرة العوامل لاسيما متوسط مهارة القوى العاملة يجد دعما في تحليل Caselli and Colleman (2000). مع ذلك، وجد الباحثان أن عددا من البلدان الفقيرة تختار تكنولوجيا تقع داخل حدود التكنولوجيا العالمية، ما يُشير أن الحواجز أمام اعتماد التكنولوجيا قد تكون مُهمة أيضا في تفسير مستوى TFP المُنخفض في هذه البلدان.

5. التغير التكنولوجي الموجه مع الآثار الانتشارية

نقوم في هذا القسم ببناء نموذج للتغير التكنولوجي المُوجه بوجود آثار انتشارية للمعرفة، هذه العملية مفيدة لعدد من الأغراض ولعل أهمها أنها تُبرز إمكانية تعميم النتائج الرئيسية للتغير التكنولوجي المُوجه في نموذج يستخدم وصفا آخر لمعادلة حدود إمكانيات الابتكار.

تُعتبر مواصفات معدات المختبر لحدود إمكانيات الابتكار حالة خاصة كونها لا تُظهر خاصية "تبعية الحالة State dependence" وهي ظاهرة تحدث عندما يُؤثر مسار الابتكارات السابقة على التكاليف النسبية لأنواع مُختلفة من الابتكارات. في هذا الجانب، تُشير مواصفات معدات المختبر أن إنفاق R&D يُؤدي دائما لتحقيق نفس زيادة الآلات المُكملة للعمالة الماهرة والمُكملة للعمالة غير الماهرة، الآن نقوم بإدراج مُواصفات تتضمن آثارا انتشارية للمعرفة تسمح بوجود ظاهرة "تبعية الحالة". نذكر في الفصل 11 القسم 3. أنه بوجود عوامل محدودة (نادرة) تُستخدم في قطاع R&D، لا يُمكن إدامة النمو بشكل مستمر فقط بزيادة أحجام تلك العوامل المُوجهة نحو R&D، ما يعني أنه بغية تحقيق نمو مستديم تحتاج هذه العوامل أن تُصبح مُنتجة أكثر فأكثر مع مرور الوقت بفضل الآثار الانتشارية للأبحاث السابقة.

للتبسيط، نفترض انخراط العلماء (بعرض ثابت يُساوي (S)) في أنشطة R&D. بوجود قطاع واحد أشار تحليل القسم 3. من الفصل 11 أن بلوغ نمو داخلي مستديم

يتطلب تناسب $\left(\dot{N}/N\right)$ مع (S)، الآن بوجود قطاعين هناك تنوع في المواصفات مع درجات متفاوتة من تبعية الحالة لأن إنتاجية كل قطاع تعتمد على حالة المعرفة السائدة في كل قطاع. على هذا الأساس، يتم اعتماد الصيغة التالية:

$$\begin{aligned} \dot{N}_L &= \eta_L N_L^{(1+\delta)/2} N_H^{(1-\delta)/2} S_L \\ \dot{N}_H &= \eta_H N_L^{(1-\delta)/2} N_H^{(1+\delta)/2} S_H \end{aligned} \qquad (13.\ 56)$$

حيث $(\delta \leq 1)$، (S_L) عدد العلماء العاملين على إنتاج الآلات المُكملة لـ(L) و (S_H) عدد العلماء العاملين على إنتاج الآلات المُكملة لـ(H). يستوفي شرط توازن سوق العمل:

$$S_L + S_H = S \qquad (13.\ 57)$$

يقيس (δ) درجة تبعية الحالة: عندما تكون $(\delta = 0)$ لا تُوجد تبعية الحالة بغض النظر عن مستوى (N_L) و (N_H) لدينا:

$$\left(\partial \dot{N}_H / \partial S_H\right) / \left(\partial \dot{N}_L / \partial S_L\right) = \eta_H / \eta_L$$

لأن (N_L) و (N_H) يخلقان آثار انتشارية للأبحاث الحالية فقط في كلا القطاعين(تُشبه هذه النتيجة نظيرتها عند اعتماد مواصفات معدات المختبر).

على العكس، عندما يكون $(\delta = 1)$ هناك درجة متطرفة لتبعية الحالة:

$$\left(\partial \dot{N}_H / \partial S_H\right) / \left(\partial \dot{N}_L / \partial S_L\right) = \eta_H N_H / \eta_L N_L$$

ما يعني أن زيادة مخزون الآلات المُكملة لـ(L) اليوم تجعل الابتكارات المُكملة للعمالة في المستقبل أقل تكلفة دون أي يُؤثر ذلك على الابتكارات المُكملة لـ(H). تُوضح

هذه المناقشة دور المعلمة (δ) ومعنى تبعية الحالة والذي يُضيف بُعدا آخر لخاصية "العوائد المتزايدة" لكن هذه المرة ليس على مستوى الاقتصاد بأكمله بل في خطوط إنتاج تكنولوجيا محددة. وجود قدر كبير من تبعية الحالة يعني عندما يكون (N_H) عاليا نسبيا من (N_L) فإنه يُصبح مُربحا الانخراط في الأنشطة المُطورة لابتكارات من نوع (N_H).

مع هذا النوع من المواصفات لحدود امكانيات الابتكار، تُعطى شروط الدخول الحر (مع $S_f \succ 0$):

$$\eta_L N_L^{(1+\delta)/2} N_H^{(1-\delta)/2} V_L = w_S \qquad (13.\ 58)$$
$$\eta_H N_L^{(1-\delta)/2} N_H^{(1+\delta)/2} V_H = w_H$$

حيث (w_S) يُمثل أجر العلماء في قطاع R&D. عند تحقق شرطي الدخول الحر، نحصل على شرط توازن سوق التكنولوجيا في مسار النمو المتوازن:

$$\eta_L N_L^{\delta} \pi_L = \eta_H N_H^{\delta} \pi_H \qquad (13.\ 59)$$

حيث (δ) يلتقط أهمية تبعية الحالة في شرط توازن سوق التكنولوجيا مع ثبات الأرباح عبر الزمن. عندما تُصبح $(\delta = 0)$ يُشبه هذا الشرط المعادلة (24. 13)، ونحصل على نفس النتائج المتعلقة باتجاه التغير التكنولوجي التي رأيناها في مواصفات معدات المختبر.

لكن لا يُصبح الأمر صحيحا عندما يكون $(\delta \succ 0)$. لوصف النتائج في هذه الحالة، ندمج المعادلة (13.59) مع (13.18) و (13.20) ونحصل على التكنولوجيا النسبية في التوازن:

$$\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^* = \left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\right)^{\frac{\sigma}{1-\delta\sigma}} \left(\frac{H}{L}\right)^{\frac{\sigma-1}{1-\delta\sigma}} \qquad (13.60)$$

تُظهر هذه المعادلة اعتماد العلاقة بين وفرة العوامل النسبية والإنتاجية المادية النسبية الآن على قيمة تبعية الحالة (δ).[13] هذه النتيجة بديهية: طالما أن زيادة (N_H) يُخفض التكلفة الحدية للابتكارات المُكملة لـ(H)، ولكي يتحقق توازن سوق التكنولوجيا لابد أن تزيد (π_L) بالنسبة لـ(π_H). باستبدال المعادلة (13.60) في صيغة الأسعار النسبية للعوامل (المعادلة 13.26)، نحصل على علاقة طويلة الأجل بين الأسعار النسبية والوفرة النسبية لعوامل الإنتاج:

$$\left(\frac{w_H}{w_L}\right)^* = \left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\right)^{\frac{\sigma-1}{1-\delta\sigma}} \left(\frac{H}{L}\right)^{\frac{\sigma-2+\delta}{1-\delta\sigma}} \qquad (13.61)$$

[13] - لسوء الحظ، معلمة تبعية الحالة ليست سهلة القياس في الممارسة العملية، رغم وجود أدلة تُشير لوجود قدر من تبعية الحالة في تكنولوجيات R&D. على سبيل المثال، تم تأكيد تبعية الحالة من خلال الدليل التجريبي الذي يُؤكد أن معظم براءات الاختراع التي تم تطويرها في صناعة معينة تعتمد على براءات الاختراع السابقة والتي اعتمدت بدورها على براءات اختراع سابقة في نفس الصناعة.

كما أشرنا من قبل، عندما يكون $(\delta = 0)$ تُصبح (13 .60) و (13 .61) مُشابهة لـ (13 .25) و (13 .26).

أخيرا، يتحدد معدل نمو هذا الاقتصاد بعدد العلماء المُتاح فيه: في مسار النمو المتوازن، ينمو كلا القطاعين بنفس المعدل ما يعني أن $\left(\dot{N}_L / N_L = \dot{N}_H / N_H\right)$ أو:

$$\eta_L N_L^{\delta-1} S_L = \eta_H N_H^{\delta-1} S_H$$

دمج هذه المعادلة مع (13 .57) و (13 .60) نحصل على شرط توازن تخصيص الباحثين بين نوعين مختلفين من التكنولوجيا:

$$\left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\right)^{\frac{1-\sigma}{1-\delta\sigma}} \left(\frac{H}{L}\right)^{\frac{-(\sigma-1)(1-\delta)}{1-\delta\sigma}} = \frac{S_L^*}{S - S_L^*} \tag{13. 62}$$

وفق (H / L) معطاة، يتحدد توزيع وحيد للباحثين في التوازن (S_H^* و S_L^*)، وبالتالي يتحدد معدل نمو الاقتصاد في التوازن:

$$\gamma^* = \frac{\eta_L \eta_H \left(N_H / N_L\right)^{(\sigma-1)/2}}{\eta_H \left(N_H / N_L\right)^{(\delta-1)} + \eta_L} S \tag{13. 63}$$

تحت قيد:

$$(1-\theta) \frac{\eta_L \eta_H \left(N_H / N_L\right)^{(\sigma-1)/2}}{\eta_H \left(N_H / N_L\right)^{(\delta-1)} + \eta_L} S \prec \rho$$

6. التغير التكنولوجي الموجه بدون تأثيرات الحجم

يُوضح هذا القسم استقلالية تأثير حجم السوق وانعكاساته على اتجاه التغير التكنولوجي عن وجود أو غياب تأثير الحجم لذا من الُممكن الفصل بين التأثيرين في نموذج التغير التكنولوجي الُموجه. يُشير تأثير حجم السوق هنا للأحجام النسبية لسوق مُستخدمي نوعين مختلفين من التقنيات، بينما يتعلق تأثير الحجم بتأثير حجم السكان على معدل النمو التوازني.

لدينا نموذج R&D قائم على المعرفة كالُمشار إليه في القسم السابق، لكن بآثار انتشارية مُحدودة من الأبحاث السابقة. نقوم بتعديل المعادلة (13 .56):

$$\begin{aligned} \dot{N}_L &= \eta_L N_L^{\phi} S_L \\ \dot{N}_H &= \eta_H N_H^{\phi} S_H \end{aligned} \tag{13. 64}$$

حيث $(\phi \in (0,1])$. في حالة $(\phi = 1)$ تُصبح هذه الصيغة مُشابهة لنظيرتها النموذج السابق مع قدر مُتطرف لتبعية الحالة $(\delta = 1)$، أما عندما $(\phi \prec 1)$ يكون حجم الآثار الانتشارية من الأبحاث السابقة محدودا ولا يسير هذا الاقتصاد في مسار النمو المستمر في ظل غياب النمو السكاني.

نقوم بتعديل البيئة الأساسية بافتراض عدد سكان (عدد علماء) ينمو بمعدل ثابت (n)، وباستخدام نفس تحليل القسم 4. من الفصل 11 يُمكننا تأكيد عندما يكون $(\phi \prec 1)$، ينمو نصيب الفرد من الناتج في هذا الاقتصاد بمعدل:

$$\gamma^* = \frac{n}{1-\phi} \tag{13. 65}$$

من جانب آخر، النقطة المهمة واجب التركيز عليها هي تأثير حجم السوق على اتجاه التغير التكنولوجي. لدراسة هذه المسألة، لاحظ أن شرط توازن سوق التكنولوجيا يعني:

$$\eta_L N_L^{\phi} \pi_L = \eta_H N_H^{\phi} \pi_H \tag{13. 66}$$

هذا الشرط مُشابه للمعادلة (59. 13). كما سبق، نحصل على معادلة التكنولوجيا النسبية التوازنية:

$$\left(\frac{N_H}{N_L}\right)^* = \left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\right)^{\frac{\sigma}{1-\phi\sigma}} \left(\frac{H}{L}\right)^{\frac{\sigma-1}{1-\phi\sigma}} \tag{13. 67}$$

وبدمج (13.67) مع (13.26) يتم تحديد مستوى الأجور النسبية التوازني:

$$\left(\frac{w_H}{w_L}\right)^* = \left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\right)^{\frac{\sigma-1}{1-\phi\sigma}} \left(\frac{H}{L}\right)^{\frac{\sigma-2+\phi}{1-\phi\sigma}} \tag{13. 68}$$

تُظهر هذه المعادلة غياب تأثيرات الحجم ونحصل على نفس النتائج السابقة.

7. حدود نموذج التغير التكنولوجي الموجه

قدم هذا الفصل نماذج أساسية للتغير التكنولوجي المُوجه، ورأينا أن هذا النهج يختلف عن نماذج التغير التكنولوجي الداخلي المقدمة في الفصلين السابقين لأنه لا يُحدد تطور التكنولوجيا الكلية فحسب بل أيضا اتجاه وتحيز هذا التغير التكنولوجي الداخلي.

تُمكننا نماذج التغير التكنولوجي المُوجه الإجابة على مجموعة من الأسئلة الجديدة كمصادر التغير التكنولوجي المُتحيز للمهارات خلال مئة عام الماضية وأسباب تسارع التحيز للمهارة خلال العقود القليلة الماضية، تأثير التجارة الدولية على اتجاه التغير التكنولوجي والعلاقة بين مؤسسات أسواق العمل بأنواع التقنيات التي يتم تطويرها وتبنيها. يُمكن لنماذج التغير التكنولوجي المُوجه أن تُلقي الضوء على كل هذه الأسئلة نظرا لقابلية الاستطراق والتحليل التي تتميز بها وإمكانية اقتراح حلول توازنية للتكنولوجيا النسبية ومعدلات النمو على المدى الطويل.

تُشدد نماذج هذا الفصل أنه لا ينبغي اعتبار التكنولوجيا بمثابة "الصندوق الأسود"، بل ينبغي نمذجتها أنها نتيجة قرارات الشركات، الأفراد والأعوان الآخرين في الاقتصاد. هذا يعني أن حوافز الربح تلعب دورا رئيسيا في تحديد معدل التقدم التكنولوجي وفي تحيز التقنيات التي يتم تطويرها واعتمادها. بدلالة نموذج Acemoglu، اكتشفنا الفكرة القائلة أن الشركات المبتكرة تُقرر كيفية تخصيص

جهودها البحثية عبر عدد مُحدد من القطاعات، وأن قراراتها في التوازن تعتمد على الكفاءة النسبية لاستثمارات R&D عبر مختلف القطاعات و على الحجم النسبي للأرباح التي يُمكن توليدها عبر الابتكار في كل قطاع. ويعتمد هذا الأخير بدوره على حجم العمالة الذي يُمكن تعزيز إنتاجيتها من خلال الابتكار في كل قطاع معين.

كما أشرنا سابقا، هناك عدد من الانعكاسات المترتبة لاتجاه التغير التكنولوجي على عدد من القضايا التنموية كمسألة عدم المساواة في الأجور ومسألة عدم التقارب بين الشمال والجنوب، لكن مع ذلك تُواجه توقعات هذه النماذج بعض التناقضات خصوصا مع الأدلة الواقعية والتجريبية والتي يتم مناقشتها بإيجاز:

القضية الأولى من منظور تاريخي: رغم أن نمط عدم المساواة في الأجور (أو ارتفاع منحة المهارة) يُمكن تفسيره بزيادة المعروض النسبي للعمالة الماهرة أوائل السبعينات، إلا أنه لا يُفسر غياب أي زيادة ملحوظة في عدم المساواة في الأجور مع زيادة معروض العمالة المُتعلمة في فترات تاريخية ماضية. على سبيل المثال، أظهر Goldin and Kutz (1999) أنه رغم الزيادة الكبيرة في العرض النسبي للعمالة المتعلمة بين عامي 1900 و1920 عقب "حركة التعليم الثانوي" في الولايات المتحدة، إلا أن نسبة الأجور بين الياقات البيضاء والزرقاء انخفضت بشكل مستمر خلال النصف الأول من القرن الماضي خصوصا خلال فترة العشرينات والأربعينات. علاوة على ذلك، مع الإشارة لـ "**وجود علاقة قوية بين تغير استخدام المشتريات**

الكهربائية وتحول اليد العاملة نحو المزيد من العمالة المتعلمة" (25: 1999)، يُظهر Goldin and Kutz عدم وجود أي زيادة حادة في توزيع الأجور قبل عقد السبعينات. على هذا الأساس، أي تفسير للأنماط الحديثة في عدم المساواة في الأجور يحتاج لدمج السمات المُميزة لثلاثين سنة الماضية مع الفترات السابقة إذا ما اعتبرناها "تفسيرات شاملة". لابد أن نُؤكد أن هذه الملاحظة لا تُؤدي لإبطال أهمية التغير التكنولوجي المُوجه، لكنها تُشير أن أي تفسير يعتمد بشكل أساسي على تأثيرات حجم السوق والعمالة لهذه القناة قد لا يكون مرضيا تماما من وجهة نظر تاريخية، مع ذلك يُجادل Acemoglu (2002) بشكل مقنع أن نماذج التغير التكنولوجي المُوجه قد تكون مفيدة في فهم صعود نظام المصانع في القرن التاسع عشر وعلاقتها بزيادة عرض العمالة غير الماهرة الناجمة عن هجرة سكان الريف إلى المدن.

القضية الثانية تأثير حجم السوق وتباطؤ الإنتاجية: في ورقة مؤثرة، يُشير Jones (1995) أنه رغم الزيادة الكبيرة في متوسط سنوات التمدرس ومستويات R&D في بلدان OECD خلال خمسين السنة الماضية، إلا أنها لم تُقَابل بمردود واضح بدلالة النمو السريع-إذا كان هناك أي شيء آخر فهو حدوث تباطؤ نمو الإنتاجية خصوصا منتصف السبعينات وأوائل الثمانينات. يبدو أن هذه النتيجة تتعارض مع نماذج النمو المدفوع بـ R&D التي تتوقع زيادة معدل الابتكار بشكل ملحوظ عندما يزداد عدد العمال المهرة. في نموذج Acemoglu، يتوقع حدوث تغير اتجاه التغير

التكنولوجي وليس سرعته، ومع ذلك يتوقع النموذج أن معدل النمو يجب أن يستمر في الارتفاع بعد زيادة العرض النسبي للعمالة الماهرة والتي تتعارض مع أدلة Jones على الأقل حتى منتصف التسعينات. للتوفيق بين تفسير تأثير حجم السوق مع دليل Jones، أدرج Acemoglu (2000) فرضية عوائد الحجم المتناقصة في R&D للحصول على تقدم تقني مُتحيز نحو المهارات (أنظر القسم 6)، لكن في الوقت الذي يُواجه فيه الأفراد عوائد متناقصة في أنشطة R&D الخاصة بهم، ليس واضحا لماذا يشهد هذا الاقتصاد كله هذا النمط–سيكون الاستثناء فقط إذا كانت الابتكارات الفردية أشبه باكتشافات ثانوية ناجمة عن طفرة أساسية على مستوى الاقتصاد وتُصبح مُتزايدة أكثر فأكثر بشكل تدريجي مع مرور الوقت.

الملاحق

الملحق 1.مفهوم المرونة وتطبيقاتها في نظرية النمو

إحدى أعظم الاختراعات في مجال الرياضيات نهاية القرن السابع عشر هو مفهوم "الاشتقاق Derivative ".من السهل الحصول على معدل زيادة دالة ما ليكن $\Delta y / \Delta x$ إلا أنها تتميز بعدد من العيوب و النقائص: تعتمد زيادة (y) على زيادة المتغير (x) و عند أي نقطة في الدالة $y = f(x)$ يُوجد عدد لا نهائي من القيم لمعدل زيادة $\Delta y / \Delta x$ لدالة ما (بعضها موجب، صفري و سالب، و بعضها غير محدد)، لذا بهدف وصف اتجاه دالة ما نحو الزيادة أو النقصان بعدد واحد عند أي نقطة زمنية تكون فيها، قرر علماء الرياضيات اعتماد نهاية $\Delta y / \Delta x$ عندما $\Delta x \to 0$ إن وجدت. كلمة "اشتقاق" مرتبطة بالشكل التالي:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = f'(x) = y'$$

تم توسيع المصطلح لتشمل دوال ذات متغيرات عديدة. تُعرف المشتقات الجزئية $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ بدلالة x_i أنها:

$$\lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x_i} = \frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} = f_{x_i'} = f_{x_i} = f_i$$

تتميز هذه المشتقات ببعض العيوب: لدينا $u = f(x)$ و $v = f(y)$، نفترض أن (u,v) و (x,y) تُقاس بوحدات مختلفة، لذلك لن نكون قادرين على مقارنة مشتق (u,v) لأنها يُعبر عنها بوحدات مختلفة، مع ذلك لازلنا مهتمين بمعرفة ما إذا كان (u) أكثر حساسية لتغير (x) مقارنة بحساسية (v) اتجاه تغير (y). نقوم بتطبيق نفس فكرة المشتقات الجزئية لدالة ما إذا تم التعبير عن المتغيرات بوحدات مختلفة: أساسا نريد أن نقيس حساسية أي دالة ما للتغير الحاصل في المتغير التابع لها.

الإجابة الطبيعية على هذه الأسئلة هي اعتماد "التغير النسبي" لكل من المتغيرات المستقلة والدوال، وبالتالي تٌعرف "مرونة Elasticity" دالة ما $y = f(x)$ (ليكن $e_{y,x}$) بالنهاية التالية:

$$e_{y,x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}} = \frac{x}{y} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x}{y} f'(x) = \frac{x}{y} y'$$

مع افتراض أن $x \neq 0$ و $y \neq 0$ أو:

$$e_{y,x} = \frac{dy / y}{dx / x}$$

للتبسيط، لدينا دالة $(a \succ 0)$ $y = ax^b$ مشتقتها $y = abx^{b-1}$ ومرونتها:

$$e_{y,x} = f'(x).x / y = abx^{b-1}.x / y = b$$

لاحظ أن $e_{y,x}$ كمفهوم مستقل عن وحدات القياس لا تعتمد على a (مقارنة بالمشتق abx^{b-1})، لاحظ أن مرونة هذه الدالة مستقلة عن x (عكس الاشتقاق). تُساوي مرونة هذه الدالة الأسية b ما يعني أن ارتفاع x عند أي نقطة بـ 1 % ترفع الدالة بتقريب خطي مساو b % (إذا كان $y = ax^2$ وزاد x بـ 1 % عند أي نقطة فإن ظل هذه الدالة (هندسيا) يزداد بـ 2 %).

لاحظ أن $d \log y = dy / y$ و $d \log x = dx / x$ لذا يُمكن التعبير عن المرونة باشتقاق $\log y$ بالنسبة لـ $\log x$:

$$e_{y,x} = \frac{dy / y}{dx / x} = \frac{d \log y}{d \log x}$$

في معظم الحالات يكون حساب المرونة أسرع بتطبيق المعادلة الأخيرة. على سبيل المثال إذا كان لدينا $y = ax^b$ فإن $\log y = \log a + b \log x$ لنحصل على المرونة:

$$e_{y,x} = d \log y / d \log x = b$$

أظهرنا أن مرونة الدالة الأسية تُساوي عددا ثابتا (يُمثل الأس)، ويُمكن بسهولة إظهار العكس: أن الدالة الوحيدة ذات مرونة ثابتة هي الدالة الأسية، لدينا:

$$e_{y,x} = \frac{dy / y}{dx / x} = b \text{ (ثابت)}$$

إذا كان $x \succ 0$ و $y \succ 0$ نقوم بتكامل كلا الجانبين ونكتب:

$$\int \frac{dy}{y} = b \int \frac{dx}{x}$$

$$\log y = b \log x + \log a$$

حيث a ثابت أو:

$$y = ax^b$$

وهي دالة أسية.

معدلات النمو والمرونة: نفترض y كدالة مركبة بدلالة الزمن والمتغير x :

$$y = f\left[x(t)\right]$$

y هي دالة تابعة للزمن، و $\dot{y} / y$ هو معدل النمو y :

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \frac{1}{y}\frac{df}{dx}\frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{x}{y}\frac{df}{dx}\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = e_{y,x}\frac{1}{x}\frac{dx}{dt} = e_{y,x}\frac{\dot{x}}{x}$$

ويُساوي معدل نمو المتغير x مضروبا بمرونة y بالنسبة لـ x .

مباشرة نقوم بتوسيع هذه المفاهيم إلى دالة بعدد من المتغيرات: لدينا الدالة $y = f\left(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n\right)$ وعرفنا المرونة الجزئية لـ y بالنسبة لـ x أنها:

$$e_{y,x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0}\frac{x_i}{y}\frac{\Delta y}{\Delta x_i} = \frac{x_i}{y}\frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{x_i}{y}\frac{\partial f}{\partial x_i}$$

تُعطى المعادلة التفاضلية الكلية للدالة:

$$dy = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_i}dx_i$$

أما الزيادة النسبية للدالة وفق التقريب الخطي هي:

$$\frac{dy}{y} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{1}{y}dx_i$$

بضرب وقسمة الجانب الأيمن من المعادلة على x_i لدينا:

$$\frac{dy}{y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{x_i}{y} \frac{dx_i}{x_i}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} e_{y,x} \frac{dx_i}{x_i}$$

إذن الزيادة النسبية للدالة تساوي مجموع الزيادات النسبية لـ x_i مرجحة بالمرونات الجزئية لـ y بالنسبة لـ x_i .

كمثال تطبيقي نقوم بتحديد معدل نمو دالة متعددة المتغيرات: نفترض أن (y) هي دالة تابعة للزمن $x_i(t)$ ، لدينا:

$$y = f\left[x_1(t),...,x_i(t),...,x_n(t)\right]$$

يُعطى الاشتقاق الكلي لـ y بالنسبة لـ t :

$$\frac{dy}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt}$$

ومعدل نمو y هو:

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{y} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt}$$

بضرب وقسمة الجانب الأيمن من المعادلة على x_i لدينا:

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{1}{y}\frac{dy}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{y} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{1}{x_i} \frac{dx_i}{dt}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} e_{y,x_i} \frac{\dot{x}_i}{x_i}$$

يُمثل معدل نمو الدالة مجموع معدلات نمو كل متغير مرجحا بالمرونات الجزئية لـ y بالنسبة لـ x_i . كل هذه العلاقات التي تم الإشارة إليها مفيدة لخدمة الغرض الرئيسي لهذا الكتاب.

كمثال لدينا دالة الإنتاج التالية:

$$Y = AK_t^{\alpha} L_t^{\beta} \ell^{gt}$$

حيث K و L دوال تابعة للزمن. بتطبيق المعادلة الأخيرة وخاصية مرونة الدالة الأسية نحصل مباشرة على:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + \beta \frac{\dot{L}}{L} + g$$

الملحق 2. التقدم التكنولوجي يجب أن يكون مُوسعا للعمالة (حيادية Harrod)

قدم نموذج Solow-Swan تقدما تكنولوجيا موسعا للعمالة من الشكل $Y = F[K, AL]$ ليحصل على نموذج ذات حالة مستقرة بمعدلات نمو ثابتة. تُشير هذه الفكرة أن اتجاه معدل النمو نحو الثبات في الحالة المستقرة يتطلب ثبات حصص العوامل وثبات نصيب رأس المال من الناتج (K / Y). لإثبات هذه النتيجة، تُعطى حصص رأس المال والعمالة من الناتج الوطني كالآتي:

$$\alpha_K \left(K(t)\right) = \frac{r(t)K(t)}{Y(t)} \text{ و } \alpha_L \left(L(t)\right) = \frac{w(t)L(t)}{Y(t)}$$

مع العلم أن $\alpha_K \left(K(t)\right) + \alpha_L \left(L(t)\right) = 1$

يتم إثبات هذه الفكرة وفق نظرية قدمها الاقتصادي الياباني Hirofumi Uzawa (1961)، حيث تُظهر النظرية أن النمو المستمر للناتج، رأس المال والاستهلاك إلى جانب ثبات عوائد الحجم لدالة الإنتاج يعني ضمنيا أن دالة الإنتاج يجب تمثيلها بتقدم تكنولوجي مُوسع للعمالة (حيادية Harrod).

لدينا نموذج نمو بدالة الإنتاج التالية:

$$Y(t)=\tilde{F}\left[K(t),L(t),\tilde{A}(t)\right]$$

حيث $\tilde{A}(t)$ يمثل عنصر التكنولوجيا عند الزمن (t).نفترض أن $Y(t)$ تحمل خاصية عوائد الحجم الثابتة لكل من K و L، ويُعطى قيد المورد الكلي:

$$\dot{K}(t)=Y(t)-C(t)-\delta K(t)$$

نفترض أن العمالة تنمو بمعدل ثابت $L(t)=L(0)\ell^{nt}$، ويُوجد زمن $T\prec\infty$ لكل $t\geq T$ يتحقق فيه الشروط التالية:

$$\dot{Y}(t)/Y(t)=g_Y\succ 0;\dot{K}(t)/K(t)=g_K;\dot{C}(t)/C(t)=g_C\succ 0$$

وعليه:

1. $g_Y=g_K=g_C$
2. تُوجد دالة إنتاج متجانسة من الدرجة الأولى تُعطى من الشكل التالي:

$$Y(t)=F\left[K(t),L(t)A(t)\right]$$

حيث

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}=g=g_Y-n$$

يُعطى البرهان في جزأين رئيسيين:

الجزء الأول: لدينا $t \geq T$ وعليه:

$$Y(t) = \ell^{(g_Y(t-T))} Y(T); K(t) = \ell^{(g_K(t-T))} K(T); L(t) = \ell^{(n(t-T))} L(T).$$

ولأن $\dot{K}(t) = g_K K(t)$ فإن قيد المورد عند الزمن (t) يعني أن:

$$(g_K + \delta) K(t) = Y(t) - C(t)$$

بقسمة طرفي المعادلة على $\ell^{(g_K(t-T))}$ نجد:

$$(g_K + \delta) K(T) = \ell^{((g_Y - g_K)(t-T))} Y(T) - \ell^{((g_Y - g_K)(t-T))} C(T)$$

لكل $t \geq T$، بمفاضلة هذه المعادلة بدلالة الزمن تُصبح:

$$(g_Y - g_K) \ell^{((g_Y - g_K)(t-T))} Y(T) - (g_C - g_K) \ell^{((g_Y - g_K)(t-T))} C(T) = 0$$

لكل $t \geq T$. تتحقق هذه المعادلة وفق الشروط التالية:

(1) $g_Y = g_K = g_C$؛

(2) $g_Y = g_C$ و $Y(T) = C(T)$؛

(3) إذا كان $g_Y = g_K$ و $C(T) = 0$ أو

(4) $g_K = g_C$ و $Y(T) = 0$.

تتناقض الشروط الثلاثة الأخيرة مع $g_K, g_C \succ 0$ (ما يعني أن $C(T) \succ 0$ و $K(T) \succ 0$ و $Y(T) \succ C(T)$ و عليه $Y(T) \succ 0$)، لذا ينبغي تطبيق الشرط(1) $g_Y = g_K = g_C$.

الجزء الثاني: عند $t \geq T$ تُعطى دالة الإنتاج بالنسبة للزمن T كالآتي:

$$\ell^{(-g_Y(t-T))} Y(t) = \tilde{F}\left[\ell^{(-g_K(t-T))} K(t), \ell^{(-n(t-T))} L(t), \tilde{A}(t)\right]$$

بضرب طرفي المعادلة بـ $\ell^{\left(g_Y(t-T)\right)}$ واستخدام خاصية ثبات عوائد الحجم لـ $\tilde{F}$:

$$Y(t)=\tilde{F}\left[\ell^{\left((g_Y-g_K)(t-T)\right)}K(t),\ell^{\left((g_Y-n)(t-T)\right)}L(t),\tilde{A}(t)\right]$$

في الجزء الأول من البرهان وجدنا أن $g_Y = g_K$:

$$Y(t)=\tilde{F}\left[K(t),\ell^{\left((g_Y-n)(t-T)\right)}L(t),\tilde{A}(t)\right]$$

وطالما أن $\tilde{F}$ دالة إنتاج متجانسة من الدرجة الأولى لكل من K و L ، فإنه تُوجد دالة إنتاج F متجانسة من الدرجة الأولى تُعطى وفق الآتي:

$$Y(t)=F\left[K(t),\ell^{\left((g_Y-n)t\right)}L(t)\right]$$

أو

$$Y(t)=F\left[K(t),A(t)L(t)\right]$$

مع العلم أن

$$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}=g=g_Y-n$$

استطاعت هذه النظرية الاستفادة من خاصية عوائد الحجم الثابتة لدالة الإنتاج والتي تسمح بنمو الناتج، رأس المال والاستهلاك بنفس المعدل بعد الزمن T : لاحظ أن نظرية Uzawa تُشير أن $Y(t),K(t),C(t)$ تُظهر نموا ثابتا فقط بعد الزمن (النهائي) T .

إذن وفق نظرية Uzawa لكل $t \geq T$ يجب إدراج تقدم تكنولوجي مُوسع للعمالة أو من نوع حيادية Harrod (هناك طريقة أخرى للبرهان مقدمة من قبل Barro and Sala-i-Martin (2004) الملحق 3.5.1).

الملحق رقم 3. التقدير الكمي لسرعة التقارب

لمعرفة الطريقة التي تم الحصول فيها على معدل التقارب β نتبع الخطوات التالية:

نعتمد دالة الإنتاج النيوكلاسيكية تتضمن عاملي إنتاج (رأس المال K و العمل L) و A حيادي لنحصل على الصيغة المشددة لدالة الإنتاج بدلالة نصيب الفرد من الشكل $y \equiv Y/L, k \equiv K/L$:

$$y = f(k) = A.k^{\alpha} \qquad (1)$$

تُعطى معادلة تطور مخزون نصيب الفرد من رأس المال المادي وفق المعادلة التالية:

$$\dot{k} = sf(k) - (n+g+\delta)k \qquad (2)$$

لمعرفة كيفية الحصول على سرعة التقارب، يقتضي الأمر إتباع عملية اشتقاق معادلة النمو–التقارب وفق Barro and Sala-i-Martin (2004: 621)، Islam (2003: 319) و Acemoglu (2009:91-92):

حسب نظرية Taylor، يُمكننا تقريب الدالة التفاضلية $f(k)$ حول الحالة المستقرة k^* عبر كثير حدود من الدرجة n وفق الآتي:

$$f(k) = f(k^*) + f'(k^*)(k-k^*) + f''(k^*)(k-k^*)^2.(1/2)! + \ldots + \frac{f^n(k^*)}{n!}(k-k^*)^n + R_n(k) \qquad (3)$$

حيث $R_n(k)$ يمثل هامش الخطأ.

من الواضح أن:

$$f''\left(k^*\right)\left(k-k^*\right)^2.(1/2)!+\ldots+\frac{f^n\left(k^*\right)}{n!}\left(k-k^*\right)^n+R_n\left(k\right)\cong 0$$

يُعطى توسيع Taylor من الدرجة الأولى لـ $f\left(k\right)$ وفق الآتي:

$$f\left(k\right)\cong f\left(k^*\right)+f'\left(k^*\right)\left(k-k^*\right) \qquad (4)$$

بتعويض قيمة $f\left(k\right)$ بما يُساويها في المعادلة (2):

$$\dot{k}=s\left[f\left(k^*\right)+f'\left(k^*\right)\left(k-k^*\right)\right]-\left(n+g+\delta\right)k \qquad (5)$$

في الحالة المستقرة $\dot{k}=0$ نجد $s=\left(n+g+\delta\right)k^*/f\left(k^*\right)$ ونُعوض s بما يُساويها في المعادلة (5):

$$\dot{k}=\left[\frac{f'\left(k^*\right)k^*}{f\left(k^*\right)}-1\right]\left(n+g+\delta\right)\left(k-k^*\right) \qquad (6)$$

في ظل فرضية دفع المدخلات منتجاتها الحدية، يُعطى حصة رأس المال من الدخل في الحالة المستقرة $\varepsilon_f=\alpha=\left[f'\left(k^*\right)k^*/f\left(k^*\right)\right]$ (في حالة النموذج الموسع لدالة الإنتاج النيوكلاسيكية، تُمثل قيمة أس أنواع رأس المال في دالة الإنتاج)، وبالتالي تُصبح المعادلة (6) من الشكل:

$$\dot{k}=\left[\alpha-1\right]\left(n+g+\delta\right)\left(k-k^*\right)=\beta\left(k-k^*\right) \qquad (7)$$

يدل العنصر $\left[1-\alpha\right]\left(n+g+\delta\right)$ على معدل التقارب (سرعة التقارب Speed of Convergence) β والذي يقيس سرعة تقليص الفجوة بين مستوى الحالة المستقرة لرأس المال وبين قيمتها الحالية.

لأن $y=f\left(k\right)$، نقوم بمفاضلتها عبر الزمن لنجد أن:

$$\dot{y} = f'(k^*).\dot{k} \tag{8}$$

وباستبدال $\dot{y} = dy / dt = y^* - y / dt$ و $\dot{k} = dk / dt = k^* - k / dt$ في

المعادلة (8)نحصل على:

$$y^* - y = f'(k^*).(k^* - k) \tag{9}$$

نُلاحظ من المعادلة (8) أن $f'(k^*) = \dot{y} / \dot{k}$ ، وباستبدالها في المعادلة (9):

$$y^* - y = \dot{y}.(k^* - k) / \dot{k} \tag{10}$$

بتعويض قيمة $\dot{k}$ بما يساويها في المعادلة (10):

$$\dot{y} = \beta (y^* - y) \tag{11}$$

بعد الحصول على معدل التقارب، نتجه الآن لاشتقاق معادلة اختبار التقارب.

نقوم بضرب طرفي المعادلة (11) باللوغاريتم الطبيعي لنحصل على:

$$\log \dot{y} = \beta \left[\log y^* - \log y(t) \right] \tag{12}$$

بنقل $\log y$ للطرف الأيسر من المعادلة نجد:

$$\log \dot{y} + \beta \log y(t) = \beta \log y^* \tag{13}$$

بضرب طرفي المعادلة (13) بـ $\ell^{\beta t}$ يُصبح الطرف الأيسر من المعادلة مشتقا لـ $\ell^{\beta t} \log y(t)$ على الزمن وفق الآتي:

$$\frac{d\left(\ell^{\beta t} \log y(t) + \psi_1\right)}{dt} = \ell^{\beta t} \log \dot{y} + \ell^{\beta t} \log y(t) = \ell^{\beta t} \left(\log \dot{y} + \beta \log y(t)\right) \tag{14}$$

حيث ψ_1 هو ثابت.

بعد ضرب طرفي المعادلة (14) بـ $\ell^{\beta t}$، نقوم بتكامل المعادلة وفق التالي:

$$\int \ell^{\beta t}\left[\log \dot{y}+\beta \log y(t)\right]dt = \int \ell^{\beta t}\beta \log y^{*}dt \tag{15}$$

لاحظ أن الجانب الأيمن من المعادلة أعلاه يُساوي:

$$\int \ell^{\beta t}\beta \log y^{*}dt = \log y^{*}\int \ell^{\beta t}\beta dt = \log y^{*}\ell^{\beta t}+\psi_2 \tag{16}$$

حيث ψ_2 هو ثابت التكامل.

يُصبح لدينا مايلي:

$$\ell^{\beta t}\log y(t)+\psi_1 = \log y^{*}\ell^{\beta t}+\psi_2 \Rightarrow \log y(t) = \log y^{*}+\psi_2\ell^{-\beta t}-\psi_1\ell^{-\beta t} \tag{17}$$

لاحظ من خلال المعادلة $y = f(k) = A.k^{\alpha}$ نجد:

$$\log y = \alpha \log k + \log A$$

يُعطى المسار الزمني لـ (k) وفق العلاقة التالية:

$$\log k(t) = \log k^{*}+\psi_2\ell^{-\beta t}-\psi_1\ell^{-\beta t} \tag{18}$$

من خلال المعادلة (18)، يرى Barro and Sala- i- Martin أنه" **يجب تطبيق $\psi_1 = 0$ على $Ln(k(t))$ ليميل بشكل مقارب نحو $Ln(k^{*})$. $\Psi_1 \succ 0$ يُخالف شرط الانتقالية، و $\Psi_1 \prec 0$ يؤدي إلى $k \to 0$ ...أما الثابت الثاني ψ_2 فيتم تحديده من خلال الشرط الابتدائي** $\psi_2 = \log y(0) - \log y^{*}$" (Barro and Sala-i-Martin 2004 :133-134).

تُصبح المعادلة(18) من الشكل:

$$\log k(t) = \log k^* + \ell^{-\beta t}\left(\log k(0) - \log k^*\right) \quad (19)$$

بضرب طرفي المعادلة بـ $\ell^{\beta t}$ وإعادة ترتيب عناصر المعادلة نجد:

$$\ell^{\beta t}\log k(t) = \left(\ell^{\beta t} - 1\right)\log k^* + \log k(0) \quad (20)$$

بشكل مماثل، تُصبح المعادلة (17) من الشكل:

$$\ell^{\beta t}\log y(t) = \left(\ell^{\beta t} - 1\right)\log y^* + \log y(0) \quad (21)$$

بضرب طرفي المعادلة ب $\ell^{-\beta t}$ نجد:

$$\log y(t) = \left(1 - \ell^{-\beta t}\right)\log y^* + \ell^{-\beta t}\log y(0) \quad (22)$$

الملحق رقم 4. حل مشكلة الأمثلية الديناميكية

عادة ما يتم تحليل الأمثلية الزمنية باستخدام دالة Hamilton التي تُمثل المُعادل الديناميكي لدالة Lagrange وتُستخدم لإيجاد قيم المتغيرات التي تُعظم وتُدني دالة هدف محددة. في نموذج ديناميكي، تمثل المشكلة في ايجاد المسار الزمني للمتغيرات حيث تُعبر دالة Hamilton عن منفعة القيمة الحالية خلال أفق لانهائي بالنسبة لمتغيرات الحالة، متغيرات التحكم ومتغيرات الحالة المشتركة. يصف هذا الجزء مشكلة الأمثلية الديناميكية التي يتضمنها نموذج RCK وكيفية حله.

تسعى مشكلة الأمثلية الديناميكية لإيجاد الحجم الأمثل لمتغير الاختيار (أو التحكم) في كل فترة من مجال زمني معين إما محدود عند نقطة طرفية T أو لانهائي (عند ∞)ويُمثل حل مشكلة الأمثلية الديناميكية "المسار الزمني الأمثل" لمتغير التحكم. في بعض الحالات، هناك العديد من متغيرات التحكم لذا يتضمن الحل

مسارا زمنيا أمثليا لكل متغير وتأخذ المشكلة الشكل الآتي: يختار الفرد عددا من متغيرات التحكم لتعظيم قيمة دالة المنفعة U وقد يكون هناك متغير تحكم واحد (نصيب الفرد من الاستهلاك C) أو أكثر كالاستهلاك وعدد الأطفال الذي يختار الفرد انجابهم.

يتم التعبير عن حالة الاقتصاد بدلالة متغير الحالة كنصيب الفرد من رأس المال المادي (k) أو نصيب الفرد من رأس المال البشري (h)، كما يُواجه الأفراد قيودا عند اختيارهم متغيرات التحكم ذات طابع ديناميكي لأنها تشمل على متغيرات تتغير عبر الزمن، ويُترجم اختيار متغير التحكم لنمط معين من حركية متغيرات الحالة، أو بعبارة أخرى تعمل متغيرات التحكم على "قيادة" متغيرات الحالة عبر الزمن لأن هذه الأخيرة تصف مستوى تطور الاقتصاد عبر الزمن.

بمتغير تحكم واحد (نصيب الفرد من الاستهلاك c) ومتغير حالة واحد (نصيب الفرد من رأس المال k) يُمكن وصف القيد الديناميكي أنه معادلة حركية المتغير (k):

$$\dot{k}(t) = Q\left[k(t), c(t), t\right] = f\left[k(t), t\right] - c(t) - \delta k(t) \quad (23)$$

هذه المعادلة تفاضلية في (k) تُظهر أن زيادة نصيب الفرد من رأس المال يُساوي الادخار (الناتج ناقصا الاستهلاك) ناقصا الاهتلاك، أما نمط ومدى زيادة مخزون رأس المال فهو مُحدد باختيار حجم معين من (c)، وعليه تصف المعادلة (23) المسار

الزمني للمتغير (k) كما يُمكن إيجاد المسار الأمثل لمتغير الحالة (k^*) بمجرد إيجاد المسار الأمثل لمتغير التحكم (c^*).

بالنسبة لمعادلة الحركية، يُفترض نقطة أولية معطاة وفق الآتي:

$$k(0) = k_0 \succ 0 \tag{24}$$

ببساطة يُخبرنا هذا الشرط أن متغير الحالة $(k(t))$ يبدأ عند قيمة معطاة $(k(0))$، و لأن هناك إمكانية ظهور عدد من المسارات التي تنطلق من نقطة البداية $(k(0))$، فإننا نحتاج لبيان يتعلق بالنقطة النهائية للمسار تكون إما معطاة (على سبيل المثال، ينبغي أن يأخذ مخزون رأس المال قيمة صفرية أو قيمة موجبة) أو على شكل مشكلة النقطة النهائية لمتغير ما (نقطة نهائية غير معطاة) لذا ينبغي علينا استخدام شرط العرضية. تُمثل شرط العرضية شرطا نهائيا يُميز المسار الأمثلي لـ$(k(t))$ عن باقي المسارات الأخرى الممكنة، ويعمل على وصف عبور (أو قطع) المسار الأمثل للخط النهائي(الطرفي). يعتمد شرط العرضية على طبيعة الأفق الزمني للمشكلة: هذا الأفق إما يُكون نهائيا أو لانهائيا وعليه يكون متغير الحالة النهائي (قيمة مخزون رأس المال $(k(T))$) مقيدا أو حرا.

لاحظ أن معظم نماذج النمو الأمثل تتعامل مع مشكلة الأفق اللانهائي، ويُعطى شرط العرضية في حالة أفق التخطيط اللانهائي وحالة نهائية حرة كالآتي:

$$\lim_{t\to\infty} \ell^{-r(t)} k(t) \geq 0 \tag{25}$$

يُظهر الشرط (25) أن قيمة متغير الحالة $(k(t))$ يجب أن تكون غير سالبة عند نهاية أفق التخطيط مخصومة عند معدل $(r(t))$ الذي يٌمثل متوسط عامل الخصم خلال فترة زمنية بين الزمن صفر و (t).

في الأمثلية الديناميكية، يسمح لنا ما يُسمى "مبدأ التعظيم" بالتعامل مع المشاكل التي تقتصر فيها القيم المقبولة لمتغير التحكم على مجموعة محدبة مغلقة ومحددة لـ (U)، على سبيل المثال مجموعة (U) في المجال الزمني $[0,1]$ حيث $(0 \prec c \prec 1)$. باختصار، يٌمكن حل المشكل كالآتي:

$$\max U \int_0^{\infty} u\left[k(t), c(t), t\right] dt \qquad (26)$$

في ظل القيود (23)، (24) و (25) و القيد المباشر على متغير الاختيار $(c(t))$، تٌمثل (U) القيمة الحالية لدالة المنفعة، (k) متغير الحالة و (c) متغير التحكم عند نقطة أولية من الزمن تٌعطى قيم $k_0 = (k(0))$ و $(t=0)$، لذا ينبغي اختيار متغير التحكم $(c(t))$.

يتم حل المشكلة (26) بأدوات مبدأ التعظيم أو الدالة الهاملتونية: تتضمن عملية الحل متغير الزمن (t)، متغيرات التحكم ومتغيرات الحالة ومتغيرا اضافيا يٌسمى "الحالة المشتركة". يٌمكن تشبيه متغير الحالة المشتركة ليكن (μ) بمضاعف Lagrange ويٌسمى أيضا بـ "سعر الظل" لمتغير الحالة المتصل به. بالنسبة لمشكلة الأمثلية

الديناميكية بمتغير تحكم واحد ومتغير حالة واحد يتم تحديد الحل تبع الخطوات التالية:

(1) بناء الدالة الهاملتونية (H) بضرب المضاعف (μ) بالجانب الأيمن لمعادلة حركية (k) (المعادلة (23)) وإضافة دالة المنفعة (U) إليها:

$$H = u\left[k,c,t\right] + \mu\left(t\right)Q\left(k,c,t\right) \tag{27}$$

(2) اشتقاق الدالة (H) بدلالة متغير التحكم (c) ومساواتها للصفر:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \frac{\partial u}{\partial c} + \mu\frac{\partial Q}{\partial c} = 0 \tag{28}$$

(3) اشتقاق بدلالة متغير الحالة (H) ومساواتها لمشتق المضاعف (μ) بدلالة الزمن (مع إضافة إشارة السالب):

$$\frac{\partial H}{\partial k} = \frac{\partial u}{\partial k} + \mu\frac{\partial Q}{\partial k} = -\dot{\mu} \tag{29}$$

(4) هناك ثلاث حالات ممكنة عند النظر لشرط العرضية:

الحالة 01: في حالة الأفق المنتهي يجب أن يُساوى ضرب سعر الظل بمخزون رأس المال عند نهاية أفق التخطيط الصفر:

$$\mu\left(T\right).k\left(T\right) = 0 \tag{30}$$

ولابد أن يكون (μ) أو (k) مساويان الصفر لاستيفاء هذا الشرط.

الحالة 02: في الأفق اللانهائي (مع وجود الخصم):

$$\lim_{t\to\infty}\left[\mu\left(t\right).k\left(t\right)\right] = 0 \tag{31}$$

الحالة 03: في حالة الأفق اللانهائي (بدون خصم) يُصبح الشرط:

$$\lim_{t\to\infty}\left[H(t)\right]=0 \tag{32}$$

تُشكل المعادلات من (23) و (29) نظام معادلات تفاضلية يعتمد فيها $(\dot{\mu})$ و $(\dot{k})$ على (μ)، (k) و (c). لاحظ أن المعادلة (28) تربط (μ) بـ(c) ما يعني أن (μ) (أو c) يُمكن حذفها. باستخدام المعادلتين (28) و (29) يُمكن الحصول على معدل نمو الاستهلاك (c)، ومن هذا المعدل يُمكن اشتقاق القيم التوازنية لـ(c) و (k). يتم تطبيق هذه الخطوات ابتداءا من الفصل الخامس (عند حل نموذج RCK).

يُمكن أن يتضمن مشكلة الأمثلية متغيرات متعددة للتحكم و الحالة، و عليه تُعطى مشكلة الديناميكية مع (n) متغير تحكم و (m) متغير حالة كالآتي:

$$\max_{c_1,c_2,\ldots,c_n} U=\int_0^{\infty} u\left[k_1(t),\ldots,k_m(t),c_1(t),\ldots,c_n(t)\right] \tag{33}$$

تحت قيد:

$$\begin{aligned}
\dot{k}_1(t)&=Q^1\left[k_1(t),\ldots,k_m(t),c_1(t),\ldots,c_n(t),t\right]\\
\dot{k}_2(t)&=Q^2\left[k_1(t),\ldots,k_m(t),c_1(t),\ldots,c_n(t),t\right]\\
&\ldots\\
\dot{k}_m(t)&=Q^m\left[k_1(t),\ldots,k_m(t),c_1(t),\ldots,c_n(t),t\right]
\end{aligned}$$

مع $k_1(0)\succ 0,\ldots,k_m(0)\succ 0$ معطاة لكل $0\le c_i\le 1$.

في هذه الحالة، تُعطى الدالة الهاملتونية:

$$H = u\left[k_1(t),...,k_m(t),c_1(t),...,c_n(t)\right]$$
$$+\sum_{i=1}^{m}\mu_i Q^i\left[k_1(t),...,k_m(t),c_1(t),...,c_n(t)\right]$$

تُعطى شروط الدرجة الأولى الضرورية للتعظيم:

$$\frac{\partial H}{\partial c_i(t)} = 0, i = 1,...,n$$

و

$$\frac{\partial H}{\partial k_i(t)} = -\dot{\mu}_i, i = 1,...,m$$

وشروط العرضية:

$$\mu_i(T).k_i(T) = 0$$

تُشكل هذه المعادلات نظاما معادلات تفاضلية يعتمد فيها $(\dot{\mu}_i)$ و $(\dot{k}_i)$ على (μ_i)، (k_i) و (c_i). رأينا في الفصل العاشر أن تحليل نموذج Uzawa-Lucas مثل مشكلة الأمثلية الديناميكية بمتغيري تحكم (الاستهلاك والوقت المخصص في قطاع الإنتاج) ومتغيري حالة (رأس المال المادي ورأس المال البشري).

الملحق رقم 5. سلوك المتغيرات الأساسية في نماذج النمو الاقتصادي.

المتغيرات	النماذج				
	Harrod-Domar	Solow-Swan	RCK	Diamond	Kaldor-Pasinetti
معدل الادخار	خارجي	خارجي	محدد بالأمثلية الزمنية للاستهلاك	محدد بالأمثلية الزمنية للاستهلاك	محدد بتوزيع الدخل
نسبة رأس المال إلى الناتج	ثابتة	متغيرة، ثابتة في الحالة المستقرة	متغيرة، ثابتة في الحالة المستقرة	متغيرة، ثابتة في الحالة المستقرة	ثابتة
استقرارية النموذج	غير مستقر	مستقر	مستقر	مستقر	مستقر
توظيف القوى العاملة	لا يتحقق التوظيف الكامل	التوظيف الكامل	التوظيف الكامل	التوظيف الكامل	ممكن
التكنولوجيا	خارجية التحديد	خارجية التحديد	خارجية التحديد	خارجية التحديد	خارجية التحديد
العصر الذهبي	مستحيل	يتحقق	يتحقق	يتحقق	ممكن

القاعدة الذهبية	غير مدرجة في التحليل	تتحقق	غير مدرجة في التحليل	غير مدرجة في التحليل	غير مدرجة في التحليل
K / L الأمثلية (القاعدة الذهبية)	غير مطبق	تتحقق عند معدل ادخار معين	لا تتحقق	لا تتحقق	غير مطبق
الناتج الحدي لرأس المال في الحالة المستقرة	ثابت ومساو متوسط الإنتاجية	أقل من مستواه في RCK	أكبر من مستواه في Solow	أكبر من مستواه في Solow	غير مطبق
K / L في الحالة المستقرة	غير مطبق	أكبر من مستواه في RCK	أقل من مستواه في Solow	أقل من مستواه في Solow	غير مطبق

الملحق رقم 06. دوال إنتاج ذات مرونة إحلال ثابتة (CES)

نتظر لمثال دالة إنتاج تُظهر ثبات مرونة الإحلال (Constant Elasticity of Substitution) بين رأس المال والعمل (أنظر Arrow et al. 1961 ; Pitchford 1960):

$$Y = F(K,L) = A\left\{a(bK)^{\psi} + (1-a)\left[(1-b)L\right]^{\psi}\right\}^{1/\psi} \quad (34)$$

حيث $0 \prec a \prec 1$، $0 \prec b \prec 1$ و $\psi \succ 1$. تُظهر هذه الدالة ثبات عوائد الحجم لكل قيم (ψ)، أما مرونة الإحلال بين رأس المال و العمل هي $1/(1-\psi)$: كلما

اتجه $\psi \to -\infty$ تقترب دالة الإنتاج نحو تكنولوجيا ذات النسب الثابتة $Y = \min\left[bK,(1-b)L\right]$ أين مرونة الإحلال تُساوي الصفر (المستخدمة في نموذج Harrod-Domar)، و كلما $\psi \to 0$ تأخذ دالة الإنتاج شكل تكنولوجيا Cobb-Douglas $Y = cK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ بمرونة إحلال تُساوي الواحد، وعندما $\psi \to 1$ تُصبح دالة الإنتاج خطية $Y = A\left[abK + (1-a)(1-b)L\right]$ أين يتم إحلال (K) و (L) بشكل كامل (مرونة إحلال لانهائية).

بقسمة طرفي المعادلة (34) على (L) نعبر عن نصيب الفرد من الناتج:

$$y = f(k) = A\left\{a(bk)^{\psi} + (1-a)(1-b)^{\psi}\right\}^{1/\psi}$$

أما الناتج المتوسط والحدي يتم الحصول عليهما:

$$f(k)/k = A\left\{ab^{\psi} + (1-a)(1-b)^{\psi}\,k^{-\psi}\right\}^{1/\psi}$$

$$f'(k) = Aab^{\psi}\left\{ab^{\psi} + (1-a)(1-b)^{\psi}\,k^{-\psi}\right\}^{(1-\psi)/\psi}$$

تُظهر $f(k)/k$ و $f'(k)$ عوائد حجم موجبة و متناقصة في (k) لكل قيم (ψ).

يُمكن دراسة السلوك الديناميكي لاقتصاد من نوع CES بالرجوع لمعادلة نمو نصيب الفرد من رأس المال:

$$\dot{k}/k = sf(k)/k - (n+\delta) \qquad (35)$$

إذا رسمنا هذه المعادلة، نلاحظ أن $sf(k)/k$ ذو ميل سالب و $(n+\delta)$ خط أفقي و يُمثل $(\dot{k}/k)$ المسافة العمودية بين المنحنى و الخط، مع ذلك أصبح سلوك معدل النمو يعتمد الآن على المعلمة (ψ) التي تحكم مرونة الإحلال بين (L) و (K).

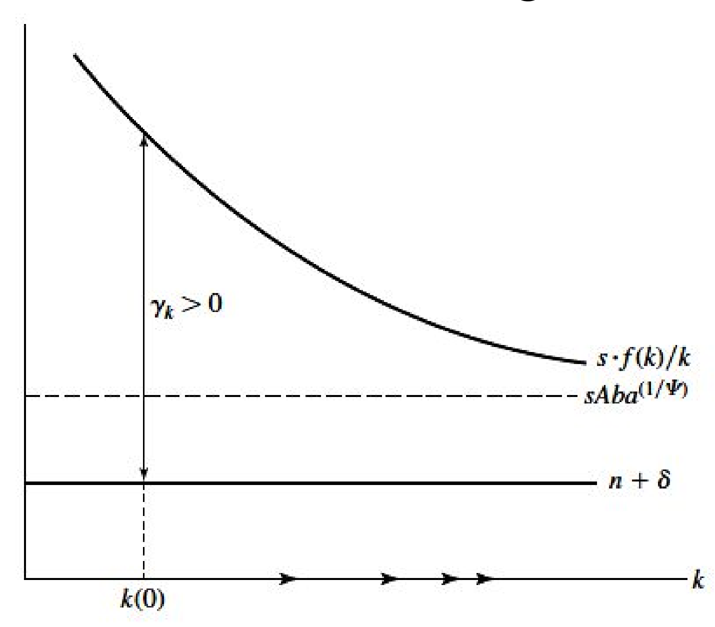
ننظر أولا في حالة $(1 \succ \psi \succ 0)$ تُمثل أعلى درجات الإحلال بين (L) و (K): نهاية الناتج المتوسط والحدي لرأس المال، في هذه الحالة:

$$\lim_{k\to\infty} f'(k) = \lim_{k\to\infty} f(k)/k = Aba^{1/\psi} \succ 0$$
$$\lim_{k\to 0} f'(k) = \lim_{k\to 0} f(k)/k = \infty$$

يقترب الناتج المتوسط والحدي نحو قيمة موجبة ثابتة مع اقتراب (k) نحو ما لانهاية، بهذا المعنى تُشبه دالة الإنتاج CES ذات مرونة إحلال عال بين العوامل $(1 \succ \psi \succ 0)$ مثال المعادلة (4. 8) في الفصل الثامن أين يختفي تناقص عوائد الحجم بشكل مقارب، إذن يُمكن لنموذج CES توليد نمو داخلي في الحالة المستقرة. يُظهر الشكل **A1** هذه النتيجة هندسيا: ميل منحنى $sf(k)/k$ متناقص ويقترب بشكل رتيب نحو قيمة موجبة $sAba^{1/\psi}$. إذا كان معدل الادخار كبيرا بما فيه الكفاية فإن $sAba^{1/\psi} \succ n+\delta$، و عليه يقع منحنى $sf(k)/k$ فوق خط $(n+\delta)$ ما يُولد معدل نمو نصيب الفرد موجب دائما، في هذه الحالة يتوقع النموذج توليد نمو داخلي في الحالة المستقرة عند المعدل:

$$\gamma^* = sAba^{1/\psi} - (n+\delta)$$

ديناميكية هذا النموذج مشابهة لتلك الموصوفة في الشكل (2 .8).[1]



الشكل A1. نموذج CES مع $(1 \succ \psi \succ 0)$.

نفترض الآن أن $(0 \succ \psi)$ أي درجة إحلال منخفضة بين (L) و (K)، وعليه نهاية الناتج المتوسط والحدي لرأس المال في هذه الحالة:

$$\lim_{k \to \infty} f'(k) = \lim_{k \to \infty} f(k)/k = 0$$

$$\lim_{k \to 0} f'(k) = \lim_{k \to 0} f(k)/k = Aba^{1/\psi} \prec \infty$$

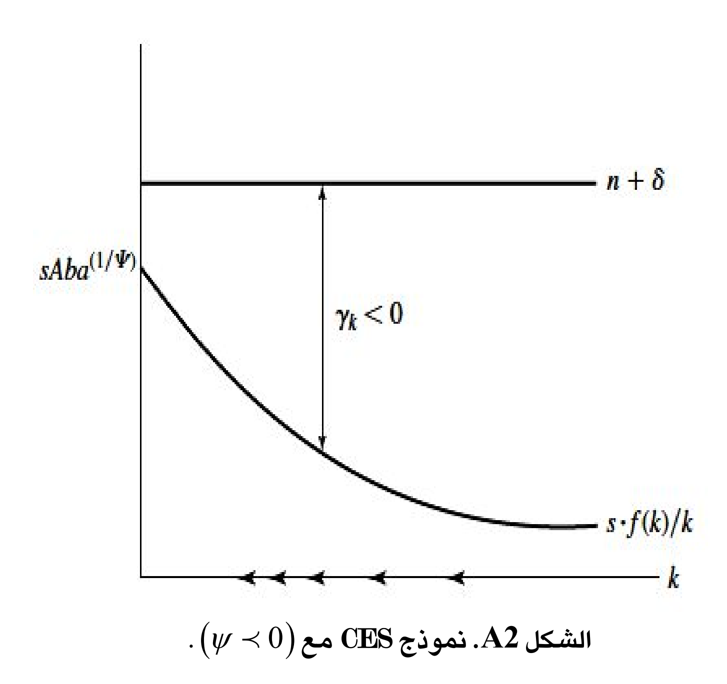
[1] - إذا كان $(1 \succ \psi \succ 0)$ و $sAba^{1/\psi} \prec n + \delta$ فإن منحنى $sf(k)/k$ يقطع خط $(n + \delta)$ عند قيمة حالة مستقرة (k^*) تماما كالنموذج النيوكلاسيكي في الشكل (2 .3) ولا يتحقق النمو الداخلي في هذه الحالة.

لأن النواتج المتوسطة والحدية تقترب من الصفر مع اقتراب (k) لما لانهاية تُستوفى شروط Inada ولا يُولد النموذج نموا داخليا، مع ذلك يتم في هذه الحالة انتهاك شرط Inada مع اقتراب (k) نحو الصفر والذي يُسبب عددا من المشاكل. نفترض أن معدل الادخار كبير بما فيه الكفاية وعليه $sAba^{1/\psi} \prec n+\delta$ في هذه الحالة يقع منحنى الادخار $sf(k)/k$ تحت $(n+\delta)$ ويقترب نحو الصفر مع اقتراب (k) نحو ما لا نهاية، ولا تُوجد حالة مستقرة بقيمة موجبة لـ (k). وطالما أن $(\dot{k}/k)$ دائما سالب سيتعرض الاقتصاد للانكماش مع مرور الوقت وتقترب (k,c,y) نحو الصفر (أنظر الشكل A2).[2]

لأن الناتج المتوسط لرأس المال $f(k)/k$ هو دالة متناقصة تابعة لـ (k) فإن معدل النمو $(\dot{k}/k)$ أيضا دالة متناقصة تابعة لـ(k)، لذا يُظهر نموذج CES دائما خاصية التقارب: وجود بلدين بمعلمات متطابقة وقيم أولية مختلفة $(k(0))$ سيحقق البلد الذي ينطلق بقيمة أولية منخفضة نموا أعلى لـ$(\dot{k}/k)$، أما عندما يختلف البلدان في المعلمات الهيكلية يتوقع النموذج تقاربا مشروطا كما أشرنا اليه سابقا.

---

[2] - إذا كان $(\psi \prec 0)$ و $sAba^{1/\psi} \succ n+\delta$ فإن منحنى $sf(k)/k$ مرة أخرى يقطع خط $(n+\delta)$ عند قيمة حالة مستقرة (k^*).



الشكل A2. نموذج CES مع $(\psi \prec 0)$.

يُمكن اشتقاق صيغة معامل التقارب بجوار الحالة المستقرة في هذا النموذج تماما كدالة إنتاج Cobb-Douglas: تُعطى سرعة التقارب وفق صيغة دالة الإنتاج CES بتوسيع المعادلة (3.31) في الفصل الثالث:

$$\beta^* = -(n+g+\delta)\left[1-a\left(\frac{bsA}{n+g+\delta}\right)^{\psi}\right]$$

في حالة Cobb-Douglas، عندما يكون $(\psi = 0)$ و $(a = \alpha)$ تُصبح هذه المعادلة مشابهة للمعادلة (3.31) في الفصل الثالث، أما عندما $(\psi \neq 0)$ تُظهر نتيجة جديدة تتمثل في اعتماد (β^*) على (s) و (A)، أما إذا كان $(\psi \succ 0)$ (مرونة إحلال

عالية بين (L) و (K)) ينخفض (β^{*}) مع (sA) والعكس صحيح إذا كان $(0 \prec \psi)$.
أخيرا، يُصبح (β^{*}) مستقلا عن (s) و (A) فقط في حالة دالة Cobb-Douglas أين $(\psi = 0)$.

الملحق رقم 7. حل نموذج Rebelo بطريقة المخطط الاجتماعي.

في ظل تفضيلات CRRA، يعمل المخطط الاجتماعي على تعظيم المنفعة الزمنية للمستهلك النموذجي تحت قيد المورد الكلي في الاقتصاد:

$$U = \int_0^{\infty} \ell^{-(\rho-n)t} \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} dt, \qquad (36)$$
$$\dot{k} = (A-\delta-n)k - c$$

لتعظيم هذه المنفعة، نستخدم طريقة Hamilton:

$$H = \ell^{-(\rho-n)t}\left(\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} + \lambda\left[(A-\delta-n)k - c\right]\right)$$

تُعطى شروط الدرجة الأولى:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Rightarrow c^{-\theta} = \lambda \qquad (37)$$
$$\Rightarrow c = \lambda^{-1/\theta}$$

$$\dot{\lambda} = (\rho - n)\lambda - \ell^{-(\rho-n)t}\frac{\partial H}{\partial k} \qquad (38)$$
$$\Rightarrow \dot{\lambda} = \lambda\left[\rho + \delta - A\right]$$

وشرط العرضية:

$$\lim_{t\to\infty} \lambda(t) k(t) \ell^{-(\rho-n)t} = 0$$

نحصل على معادلة Euler تُظهر معدل نمو نصيب الفرد من الاستهلاك:

$$g_c \equiv \frac{\dot{c}}{c} = -\frac{1}{\theta}\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\theta}\left(A-\delta-\rho\right) \qquad (39)$$

وهي نفس المعادلة (8.14) التي تحصلنا عليها بطريقة السوق اللامركزي (أنظر الفصل الثامن).

الآن، نقوم بإظهار عدم إمكانية تحقق الديناميكية الانتقالية في هذا النموذج وفق طريقة المخطط الاجتماعي. اختصارا، تُعطى معادلة تطور نصيب الفرد من رأس المال عبر الزمن (المعادلة (8.20)):

$$k\left(T\right) = \kappa \ell^{\left(A-\delta-n\right)T} + \frac{c\left(0\right)}{\varphi}\ell^{\left[\left(1/\theta\right)\left(A-\delta-\rho\right)\right]T} \qquad (40)$$

إذا استبدلنا المعادلة (40) في شرط العرضية نحصل على:

$$\lim_{T\to\infty}\lambda\left(T\right)k\left(T\right)\ell^{-(\rho-n)t} = \lim_{T\to\infty}\left(\lambda\left(0\right)\kappa + \frac{c\left(0\right)}{\varphi}\lambda\left(0\right)\ell^{\left[\left(A-\delta-\rho\right)/\theta-\left(A-\delta-n\right)\right]T}\right)$$

حيث $\lambda\left(T\right) = \lambda\left(0\right)\ell^{-\left(A-\delta-\rho\right)}$ والأخذ بعين الاعتبار أن:

$$\varphi = \left(1-\theta/\theta\right)\left(A-\delta-n\right)-\left(\rho/\theta\right)$$

لضمان شرط العرضية، لابد من تحقق شرطين أساسيين: أولا $\left(\kappa=0\right)$ و ثانيا $\rho \succ \left(1-\theta\right)\left(A-\delta-n\right)$. من الشرط الثاني نحصل على:

$$\left(1-\theta\right)\left(A-\delta\right)+\delta+\theta n \prec \rho+\delta$$

والذي يتحقق بدلالة المعادلة (17. 8) في الفصل الثامن، و عليه لتحقق شرط العرضية لابد أن $(\kappa = 0)$ (باتباع نفس خطوات التوازن التنافسي، نتحصل على نفس النتائج لذا لا داعي لتكرارها).

الملحق رقم 8. قيود على المنفعة الزمنية

تُعطى دالة المنفعة الزمنية في المجال الزمني $[0,T]$ وفق:

$$U = \int_0^T \ell^{-(\rho-n)t} \frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta} dt$$

إذا كان التكامل ينمو بسرعة كبيرة فإن (U) ستنمو عند الزمن $[T]$ بدون حدود، ولن يبقى لمشكلة تعظيم المنفعة أي فائدة للتحليل. لتجنب هذه المشكلة، لابد من وضع بعض القيود على المعلمات الهيكلية.

لأن $(c(t))$ ينمو عند المعدل (γ_c) لدينا:

$$U = \int_0^T \ell^{-(\rho-n)t} \frac{\left(c(0)\ell^{\gamma_c t}\right)^{1-\theta}-1}{1-\theta} dt$$

العنصر الثابت في دالة المنفعة لديه التكامل التالي:

$$-\int_0^T \ell^{-(\rho-n)t} \frac{1}{1-\theta} dt = \frac{1}{(\rho-n)} \frac{1}{1-\theta} \left[\ell^{-(\rho-n)t} \right]_0^T$$

$$= \frac{1}{(\rho-n)} \frac{1}{1-\theta} \left(\ell^{-(\rho-n)T} - 1 \right)$$

التي تبقى محدودة من الأعلى عندما يؤول $T \to \infty$ عند أي قيمة للمعلمات الهيكلية.

من جانب آخر، يُعطى تكامل عنصر الاستهلاك:

$$\frac{1}{(1-\theta)\gamma_c-(\rho-n)}\frac{(c(0))^{1-\theta}}{1-\theta}\left(\ell^{[(1-\theta)\gamma_c-(\rho-n)]T}-1\right)$$

والذي يبقى محدودا عندما يؤول $T \to \infty$ إذا تحقق:

$$\rho-n \succ (1-\theta)\gamma_c$$

الذي يُمثل الشرط الثاني لضمان تحقق شرط العرضية.

الملحق رقم 9. نموذج Solow-Swan مع رأس المال البشري (نموذج MRW)

في ورقة مؤثرة بعنوان "مساهمة في المجال التجريبي للنمو الاقتصادي A Contribution to The Empirics of Economic Growth" (1992) قام كل من Gregory Mankiw، David Romer وDavid Weil (اختصارا MRW) بتقييم الآثار التجريبية المترتبة عن نموذج النمو النيوكلاسيكي المقدم من قبل Solow، وخلصMRW لتوافق التوقعات النظرية لنموذج Solow-Swan بشكل أفضل مع البيانات المشاهدة في العالم خصوصا تلك المتعلقة بأنماط التقارب والتباعد في مستويات الدخل عبر البلدان. كما لاحظت الدراسة أنه يُمكن تحسين "ملائمة" النموذج للبيانات بشكل أكبر عبر توسيع نموذج النمو النيوكلاسيكي ليشمل رأس

المال البشري–أي الاعتراف بوجود مستويات مختلفة من التعليم والمهارات للعمال في مختلف البلدان.

يختلف تطوير نموذج MRW (1992) عن نموذج Lucas (1988) (أنظر الفصل العاشر) في نمذجة عملية إنتاج رأس المال البشري: يسمح MRW بعملية تراكم رأس المال البشري بنفس طريقة تراكم رأس المال المادي أي عن طريق التخلي عن الاستهلاك، لذا يفترض هذا النهج أن رأس المال البشري يُنتج بنفس تكنولوجيا إنتاج السلع الاستثمارية والاستهلاكية. ويتبع نموذج MRW فكرة أن الأفراد يستثمرون في اكتساب المهارات والكفاءات والقدرات بنفس الطريقة التي تستثمر فيها الشركات في رأس المال المادي لزيادة إنتاجيتها. نعمل في هذا الجزء على توضيح عملية تضمين رأس المال البشري في نموذج Solow وفق نموذج MRW.

نفترض لدينا دالة إنتاج كلي في الاقتصاد معطاة وفق الآتي:

$$Y = F\left(K, H, AL\right)$$

يُمثل (H) رأس المال البشري. لاحظ أن دالة الإنتاج تفصل بين رأس المال البشري (H) والعمالة (L) كمدخلات إنتاج محتملة (هذه الصيغة شائعة الاستخدام في أدبيات النمو التجريبية). مرة أخرى، تخضع هذه الدالة لخصائص دالة الإنتاج النيوكلاسيكية: عوائد حجم ثابتة في (K)، (H) و (L) وتستوفي شروط Inada.

إضافة لذلك، نفترض أن الاستثمار في رأس المال البشري يأخذ نفس شكل الاستثمار في رأس المال المادي: تقوم الأسر بادخار جزء من دخلها (ليكن s_k) للاستثمار في رأس المال المادي، وجزء آخر من دخلها(ليكن s_h)للاستثمار في رأس المال البشري، في المقابل يتعرض رأس المال البشري للاهتلاك (التقادم) (ليكن δ_h معدل الاهتلاك) بنفس طريقة اهتلاك رأس المال المادي (ليكن (δ_k)).

مرة أخرى، ينمو عدد السكان والتقدم التكنولوجي الموسع للعمالة بمعدلات ثابتة $\dot{L}/L = n$ و $\dot{A}/A = g$. لدينا نصيب العامل من رأس المال المادي والبشري:

$$\tilde{k} \equiv \frac{K}{AL}; \tilde{h} \equiv \frac{H}{AL}$$

باستخدام فرضية عوائد الحجم الثابتة، يُعطى نصيب العامل الفعلي من الناتج:

$$\tilde{y} \equiv \frac{Y}{AL} = F\left(\frac{K}{AL}, \frac{H}{AL}\right) \equiv f\left(\tilde{k}, \tilde{h}\right)$$

تُعطى قوانين حركية $\left(\tilde{k}\right)$ و $\left(\tilde{h}\right)$ وفق المعادلات التالية:

$$\dot{\tilde{k}} = s_k f\left(\tilde{k}, \tilde{h}\right) - \left(n + g + \delta_k\right)\tilde{k}$$

$$\dot{\tilde{h}} = s_h f\left(\tilde{k}, \tilde{h}\right) - \left(n + g + \delta_h\right)\tilde{h}$$

تُعرف الحالة المستقرة الآن بدلالة نصيب العامل الفعلي من رأس المال المادي والبشري $\left(\tilde{k}^*, \tilde{h}^*\right)$ تستوفي المعادلتين التاليتين عند $\left(\dot{\tilde{k}} = \dot{\tilde{h}} = 0\right)$:

$$s_k f\left(\tilde{k}^*, \tilde{h}^*\right) - \left(n + g + \delta_k\right)\tilde{k}^* = 0 \quad (41)$$

$$s_h f\left(\tilde{k}^*, \tilde{h}^*\right) - \left(n + g + \delta_h\right)\tilde{h}^* = 0 \quad (42)$$

نستخدم دالة إنتاج من نوع Cobb- Douglas:

$$Y = K^{\alpha} H^{\beta} \left(AL \right)^{1-\alpha-\beta} \tag{43}$$

حيث $(1 \succ \alpha \succ 0)$ و $(1 \succ \beta \succ 0)$، وعليه يُمكن الحصول على القيم التوازنية في الحالة المستقرة وفق المعادلات (41)، (42) و (43) كالآتي:

$$\tilde{k}^* = \left(\left(\frac{s_k}{n+g+\delta_k} \right)^{1-\beta} \left(\frac{s_h}{n+g+\delta_h} \right)^{\beta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

$$\tilde{h}^* = \left(\left(\frac{s_k}{n+g+\delta_k} \right)^{\alpha} \left(\frac{s_h}{n+g+\delta_h} \right)^{1-\alpha} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \tag{44}$$

تُظهر أن وجود معدلات ادخار مرتفع في رأس المال المادي لا يُؤدي فقط لزيادة حجم $\left(\tilde{k}^*\right)$ بل لزيادة حجم $\left(\tilde{h}^*\right)$ أيضا (ينطبق نفس الأمر على معدلات الادخار المرتفعة في رأس المال البشري). يعكس هذا حقيقة أن وجود معدلات ادخار مرتفعة في رأس المال المادي عن طريق زيادة $\left(\tilde{k}^*\right)$ سيرفع الناتج الكلي والحجم المستثمر في التعليم (طالما أن s_h ثابت). وفق المعادلات (44) يُمكن الحصول على نصيب العامل الفعلي من الناتج في الحالة المستقرة:

$$\tilde{y}^* = \left(\frac{s_k}{n+g+\delta_k} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{s_h}{n+g+\delta_h} \right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \tag{45}$$

تُظهر هذه المعادلة اعتماد المساهمات النسبية لمعدلات ادخار رأس المال المادي والبشري على حصص رأس المال المادي والبشري-كلما كان (α)كبيرا ساهم (s_k) بشكل أكبر، وكلما كان (β) كبيرا ساهم (s_h) بشكل أكبر.

أخيرا، تنمو المتغيرات بدلالة نصيب الفرد بنفس معدل التقدم التكنولوجي الموسع للعمالة المحددة خارجيا في الحالة المستقرة تماما كنموذج Solow-Swan.

الملحق رقم 10. تكنولوجيا الأبحاث

يُمكن وصف تكنولوجيا الأبحاث التي تعمل بها مختبرات R&D بدلالة عملية Poisson، حيث يتناسب العدد المتوقع من مخرجات الأبحاث الناجحة بدلالة وحدة زمنية (الاختراعات) مع تدفق مدخلات السلع الأساسية في المختبر.

ننظر لمختبر عشوائي (j)عند الزمن (t)، (J) "عدد كبير" من المخابر في الاقتصاد ككل مع $(j=1,2,...,J)$. ليكن (z_{jt})كمية السلع الأساسية المخصصة لإجراء الأبحاث في المختبر، وهناك وصول نجاح فوري (η)لكل وحدة مستثمرة (وفق (z_{jt}) معطى) يُساوي العدد المتوقع من الاختراع لكل وحدة زمنية:

$$\eta_{jt} = \eta z_{jt} \tag{46}$$

تقيس معلمة Poisson (η) "إنتاجية الأبحاث"، يُمكن تفسير هذه النتيجة كالآتي:

إذا كان (a_{jt})يُمثل عدد الوصول الناجح في المجال الزمني $[t,t+\Delta t)$ فإن:

$$\eta_{jt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E_t\left(\sum_j a_{jt} \middle| z_{jt}, \Delta t\right)}{\Delta t} \tag{47}$$

حيث (E_t) هو عامل التوقع الشرطي عند الزمن (t)، على المستوى الكلي طالما أنه لا يُوجد تداخل في الأبحاث:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\sum_j (a_{jt})}{\Delta t} \approx \frac{E_t\left(\sum_j a_{jt} \middle| (z_{jt})_{j=1}^{J}, \Delta t\right)}{\Delta t} = \sum_j \frac{E_t\left(a_{jt} \middle| z_{jt}, \Delta t\right)}{\Delta t}$$

باستخدام قانون الأعداد الكبيرة، نستبدل"≈"بـ"="ونفرض النهاية التالية:

$$\dot{N}_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta N_t}{\Delta t} = \sum_j \lim_{\Delta t \to 0} \frac{E_t\left(a_{jt} \middle| z_{jt}, \Delta t\right)}{\Delta t} = \sum_j \eta_{jt} = \eta \sum_j z_{jt} = \eta Z_t \tag{48}$$

التي تُمثل المعادلة (4. 11).

الملحق رقم 11. الاشتقاق الزمني لـ (V_t) في المعادلة (20. 11).

عند اكتشاف تصميم جديد، يتلقى المخترع براءة اختراع من الحكومة للحصول على الحق الحصري لإنتاج السلعة الوسيطية الجديدة (لتبسيط التحليل نفترض أن براءة الاختراع تستمر للأبد). يبيع المخترع براءة الاختراع لشركة السلعة الوسيطية ويستخدم العوائد للاستهلاك والادخار كأي عون اقتصادي آخر في النموذج، لكن ما هو سعر بيع براءة الاختراع التصميم الجديد؟

نفترض أن أي شخص يُمكنه تقديم عرض لشراء براءة الاختراع، لكن ما هو استعداد هذا العارض المحتمل للدفع؟ الجواب هو القيمة الحالية المخصومة للأرباح التي ستتحصل عليها شركة السلعة الوسيطية (محددة وفق المعادلة (16. 11)). إذا كان السعر أقل من هذه القيمة سيكون الشخص مستعدا أكثر للدفع، أما إذا كان سعر براءة الاختراع أكبر من هذه القيمة لن تجد أحدا مستعدا لتقديم عروض الشراء. ليكن (V_t) سعر التصميم الجديد يُمثل القيمة الحالية المخصومة: كيف يتغير (V_t) عبر الزمن؟ للجواب نستعين بمنطق في الاقتصاد والمالية يُسمى "طريقة الموازنة أو المراجحة Arbitrage Method":

نفترض لدينا بعض المال للاستثمار في فترة زمنية واحدة، سيكون أمامنا خياران: الخيار الأول وضع المال في البنك (في هذا النموذج يُعادل شراء سهم في شركة السلعة الوسيطية) وكسب معدل فائدة (r)، أما الخيار الثاني يُمكننا شراء براءة اختراع لفترة واحدة وكسب الأرباح خلال تلك الفترة ثم بيع براءة الاختراع. في التوازن، لابد أن يتساوى معدل العائد من كلا الاستثمارين وإذا لم يحدث ذلك سيقفز الجميع نحو الاستثمار الأكثر ربحية ما يُؤدي لانخفاض العوائد منه.

رياضيا، يُمكن اشتقاق معادلة الموازنة بتطبيق قاعدة Leibniz التي تنص على أن:

$$F(t)=\int_{a(t)}^{b(t)} f(\tau,t)\,d\tau \Rightarrow$$

$$F'(t)=f\left(b(t),t\right)b'(t)-f\left(a(t),t\right)a'(t)+\int_{a(t)}^{b(t)}\frac{\partial f(\tau,t)}{\partial t}$$

من خلال المعادلة (11 .20) $V_t=\pi F(t)$ حيث:

$$F(t)=\int_{t}^{\infty}\ell^{-\int_t^\tau r_s ds}\,d\tau$$

مع: $b(t)=\infty$ و $a(t)=t$ وعليه $b'(t)=0$ و $a'(t)=1$.

نحصل على $\dot{V}_t=\pi F'(t)$:

$$\frac{\dot{V}_t}{\pi}=F'(t)=0-\ell^{-\int_t^t r_s ds}+\int_t^\infty \ell^{-\int_t^\tau r_s ds} r_t\,d\tau$$

$$=-1+r_tF(t)=-1+r_t\frac{V_t}{\pi}$$

بإعادة الترتيب نجد معدل الفائدة:

$$r_t=\frac{\pi}{V_t}+\frac{\dot{V}_t}{V_t}$$

الملحق رقم 12. تمويل قطاع R&D

هناك فترة زمنية بطول عشوائي بين نفقات مختبرات البحث على R&D ووصول نتائج الأبحاث الناجحة (اختراع تصميم جديد). خلال هذه الفترة التي ليس لها حد أعلى من حيث المبدأ، تتحمل مخابر R&D تكاليف انخراط في مجال الأبحاث دون

تلقي أي دخل على الاطلاق، لذا يتميز نشاط R&D بالمخاطرة وهناك حاجة لإعادة تمويله حتى تنجح الأبحاث.

لحل مشكلة التمويل، من بين الحلول المتاحة أمام مخابر البحث لتمويل نفقاتهم الحالية $(w_k L_R)$ هي اصدار حصص أسهم لا تدفع أي أرباح إلى غاية الوصول الناجح للاختراع، وعن طريق صناديق الاستثمار المشتركة يتم توجيه جزء من ادخار الأسر إلى مخابر R&D المختلفة. عندما يصل الابتكار الجديد، تجمع الصناديق المشتركة عائدا يُمكن أن يأخذ شكلين بديلين: إما عائدا على شكل حصة من سعر بيع براءة الاختراع، أو عائدا على شكل حصص في الأرباح إذا قرر مختبر R&D الدخول لقطاع السلعة الوسيطية وتوريد النسخة الجديدة من السلعة الرأسمالية كمحتكر تُدفع للمستثمرين النافرين من المخاطرة والأسر بمعدل عائد من المخاطرة.

كيف يتم تحديد القيمة السوقية التوازنية (V_{k+1}) لبراءة اختراع في الزمن (t)؟ يتم تحديد قيمة (V_{k+1}) وفق معادلة Bellman: خلال مجال زمني صغير $(t, t+\Delta t)$، تجمع شركة ما $(\pi_{k+1}\Delta t)$ من الأرباح المشروط ببقائها في موقعها الاحتكاري نهاية هذا المجال مع احتمال هذا الحدث يُساوي $\Delta t(1-\eta L_R)$، بشكل بديل تتوقع هذه الشركة خسارة موقعها الاحتكاري بقيمة سوقية (V_{k+1}) مع احتمال وصول مبتكر جديد $(\eta L_R)\Delta t$. ليكن $z_{k+1} \equiv rV_{k+1}$ هو العائد الكلي من حيازة براءة الاختراع، فإن العائد المتوقع خلال المجال الزمني يُساوي تقريبا:

$$E\left(z_{k+1}\Delta t\right) = \eta L_R \Delta t\left(-V_{k+1}\right) + \left(1-\eta L_R \Delta t\right)\pi_{k+1}\Delta t$$
$$= \left[\pi_{k+1} - \eta L_R V_{k+1}\right]\Delta t - \eta L_R \pi_{k+1}\left(\Delta t\right)^2$$

بقسمة طرفي المعادلة على (Δt) نحصل:

$$\frac{E\left(z_{k+1}\Delta t\right)}{\Delta t} = E\left(z_{k+1}\right) = \pi_{k+1} - \eta L_R V_{k+1} - \eta L_R \pi_{k+1}\Delta t$$
$$\Rightarrow \pi_{k+1} - \eta L_R V_{k+1}$$

لكل $\Delta t \to 0$. وفق قانون الأعداد الكبيرة و على المدى الطويل $E\left(z_{k+1}\right) \equiv z_{k+1} = rV_{k+1}$:

$$rV_{k+1} = \pi_{k+1} - \eta L_R V_{k+1}$$

الملحق رقم 13. عمليات Poisson

خلال الفصل الثاني عشر، افترضنا خضوع حدث عشوائي ما (X) لعملية Poisson بمعدل وصول ما (μ): هذا يعني من الناحية الرياضية أن الوقت الواجب انتظاره (ليكن T) كي يحدث (X) هو متغير عشوائي ذو توزيع احتمالي بأُس يُساوي المعلمة (μ):

$$F\left(T\right) = 1 - \ell^{-\mu T}$$

والكثافة الاحتمالية لـ (T) هي:

$$f\left(T\right) = F'\left(T\right) = \mu \ell^{-\mu T}$$

يُساوي احتمال وقوع الحدث في وقت ما ضمن مجال زمني قصير بين (T) و $(T+dt)$ تقريبا $\left(\mu \ell^{-\mu T} dt\right)$. على وجه خاص، احتمال أن يحدث ضمن (dt) من الآن $(T=0)$ يُساوي تقريبا (μdt)، بهذا المعنى يُمثل (μ) احتمال أن يقع حدث ما الآن

لكل وحدة زمنية أو "احتمال تدفق" الحدث: على سبيل المثال، في الفصل 12 مَثَل الحدث اكتشاف فرد ما لابتكار من نوع $(k+1)$ يخضع لعملية Poisson بمعدل وصول (η). تُمثل الصيغة (ηV_{k+1}) على الجانب الأيمن من معادلة الموازنة دخلا متوقعا لباحث ما لأنه خلال مجال زمني قصير بطول (dt) يخترع الباحث ابتكار بقيمة (V_{k+1}) مع احتمال (ηdt).

إذا كان (X_1) و (X_2) حدثين مستقلين يخضعان لعمليات Poisson بمعدلات وصول (μ_1) و (μ_2)، فإن احتمال تدفق أن يقع أحد هذين الحدثين على الأقل يُساوي مجموع احتمال تدفق كليهما $(\mu_1+\mu_2)$ لأن احتمال تدفق كليهما في نفس الوقت غير وارد (مهمل)-بهذا المعنى، تُعد عمليات Poisson المستقلة "إضافية". في الفصل 12، مع (L_R) عدد الباحثين المستقلين يبتكر كل واحد منهم بمعدل وصول Poisson (η)، فإن معدل وصول Poisson للابتكار في الاقتصاد ككل (ηL_R) كان مجموع معدلات وصول الابتكار كل فرد منهم. إذا وقعت سلسلة متتابعة من الأحداث المستقلة كل منها يخضع لنفس العملية مع معدل وصول ثابت (μ)، فإن العدد المتوقع لوصول لكل وحدة زمنية يُساوي معدل الوصول (μ): على سبيل المثال، يُساوي العدد المتوقع للابتكار كل سنة في مسار النمو المتوازن معدل الوصول (ηL_R). أكثر من ذلك، يُساوي عدد الأحداث (x) التي تقع ضمن مجال زمني بطول (dt) يخضع لتوزيع Poisson:

$$P(x)=\frac{(\mu dt)\,\ell^{\mu t}}{x!}$$

وعليه تُساوي هذه القيمة المتوقعة معدل الوصول مضروبا بطول المجال (μdt).

الملحق رقم 14. اشتقاق معادلة معدل النمو (المعادلة (27. 13))

نستبدل (N_H / N_L) من المعادلة (25. 13) في المعادلة (20. 13) نحصل:

$$\frac{p_H}{p_L}=\left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\frac{H}{L}\right)^{-(1-\alpha)}$$

في ظل شرط الدخول الحر في سوق تكنولوجيا الموجهة نحو العمالة غير الماهرة:

$$V_L=\frac{\pi_L}{r}$$

نجد:

$$\frac{\pi_L}{r}=\frac{1}{\eta_L}$$

من المعادلة (16. 13) نجد:

$$\frac{(1-\alpha)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)}p_L^{1/(1-\alpha)}L}{r}=\frac{1}{\eta_L}$$

نحدد الحل التوازني للسعر (p_L) الذي يقود إلى الحل التوازني لـ(r)، وبدمجها مع معادلة Euler نحصل على معدل النمو التوازني على المدى الطويل. من المعادلة (9. 13) لدينا:

$$\left[p_L^{1-\varepsilon}+p_H^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}=1$$

باستبدال (p_H) بما يُساويها $p_L \left(\frac{\eta_H}{\eta_L}\frac{H}{L}\right)^{-(1-\alpha)}$ في المعادلة (13 .9) و باستخدام $1-\sigma=-(1-\varepsilon)(1-\alpha)$ - نجد:

$$p_L=\left(\left(\frac{\eta_H H}{\eta_L L}\right)^{\sigma-1}\right)^{1/-(1-\varepsilon)}$$

بدمج (p_L) في معادلة شرط الدخول الحر نجد الحل التوازني لـ(r) :

$$r=\left((1-\alpha)\alpha^{(1+\alpha)/(1-\alpha)}\left[(\eta_H H)^{\sigma-1}+(\eta_L L)^{\sigma-1}\right]^{1/\sigma-1}\right)$$

المراجع

حواس أمين. (2021) . ***نظريات التنمية المعاصرة***. دار الحامد للنشر، الأردن.

حواس أمين، وزرواط فاطمة الزهراء. (2018). ***مقدمة في النمو الاقتصادي***. دار المناهج للنشر والتوزيع، الأردن.

حواس أمين. (2017). ***الانفتاح التجاري والنمو الاقتصادي: أدلة من الصين.*** دار نور للنشر، ألمانيا.

Abramovitz, M. (1986).**Catching up, forging ahead, and falling behind**, *Journal of Economic History*, Vol.46 :385–406.

Acemoglu, D. (1998). **Why Do New Technologies Complement Skills ? Directed Technical Change and Wage Inequality**. *Quarterly Journal of Economics* 113:1055–1090.

Acemoglu, D. (2002). **Directed Technical Change**. *Review of Economic Studies 69*: 781–809.

Acemoglu, D. (2007). **Equilibrium Bias of Technology**. *Econometrica* 75(5) : 1371–1410.

Acemoglu, D. (2009). ***Introduction to Modern Economic Growth***. Princeton: Princeton University Press.

Acemoglu, D., and Zilibotti, F. (2001). **Productivity Differences**. *Quarterly Journal of Economics* 116: 563–606.

Agénor, P. and Montiel, P.(2015). ***Development Macroeconomics***.4 th Ed., Princeton: Princeton University Press.

Aghion, P. and Howitt, P.(1992) .**A Model of Growth through Creative Destruction** .*Econometrica*, Vol. 60(2): 323-351.

Aghion, P. and Howitt, P.(1998). ***Endogenous growth Theory***. Cambridge, MA: MIT Press.

Aghion, P. and Howitt, P.(2009). ***Economics of Growth***. Cambridge, MA: MIT Press.

Akerlof, G. and Shiller, R.(2009).***Animal Spirits: How Human Psychology Drives the Economy, and Why It Matters for Global Capitalism***. Princeton University Press.

Alogoskoufis, G. (2021). ***Dynamic Macroeconomics***. Cambridge, MA: MIT Press.

Arrow, K. (1962).**The Economic Implications of Learning by Doing**. *Review of Economic Studies* 29 (3): 155-176.

Arrow, K. Chenery, H. Minhas, B. and Solow, R. (1961**).Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency**.*Review of Economics and Statistics* 43: 225–250.

Azariadis, C. (1993) .***Intertemporal Macroeconomics***. London : Blackwell.

Bairoch, P.(1993). ***Economics and World History: Myths and Paradoxes***. Chicago: University of Chicago Press.

Barro, R.(1991). **Economic growth in a cross-section of countries**. *Quarterly Journal of Economics* 106 (2):407–443.

Barro, R .and Lee, J.(2013).**A new data Set of educational attainment in the World, 1950-2010**, *Journal of Development economics* 104:184-198.

Barro, R .and Lee, J.(2015).***Education Matters: Global Schooling Gains from the 19th to the 21st Century***. Oxford: Oxford University Press.

Barro, R. and Sala-i-Martin, X.(1992).**Convergence**. *Journal of Political Economy* 100:223-251.

Barro, R. and Sala-i-Martin, X.(2004).***Economic Growth***, 2 nd Ed, Cambridge, MA: McGraw-Hill.

Baumol, W.(1986).**Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What the Long-Run Data Show**. *American Economic Review* 76: 1072–1085.

Bellman, R. (1957).***Dynamic Programming***. Princeton : Princeton University Press.

Bénassy-Quéré, A. et al.(2019).***Economic Policy : Theory and Practice***.2nd Edition. Oxford : Oxford University Press.

Benhabib, J. and Spiegel, M.(1994).**The Role of Human Capital in Economic Development: Evidence from Aggregate Cross-Country Data**. *Journal of Monetary Economics* 34: 143–173.

Bils, M. and Klenow, P.(2000). **Does Schooling Cause Growth?**, *American Economic Review* 90 :1160–1183.

Blanchard, O.(1997).**The Medium Run**. *Brookings Papers on Economic Activity* 2: 89–158.

Blanchard, O, and Fischer, S.(1989).***Lectures on Macroeconomics***. Cambridge, Mass.: MIT Press.

Cass, D.(1965).**Optimum Growth in an Aggregate Model of Capital Accumulation**. *Review of Economic Studies* 32: 233–240.

Caselli, F. Esquivel, G. and Lefort ,F. (1996).**Reopening the Convergence Debate : a New-Look at Cross-country Growth empirics.** *Journal of Economic Growth* 1 :363-390.

De La Grandville, O. (2018). ***Economic Growth: A Unified Approach***. 2nd Ed., Cambridge, UK: Cambridge University Press.

De La Croix, D. and Michel, P.(2004). ***A Theory of Economic Growth: Dynamic and Policy in Overlapping Generations.*** Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Diamond, A. (2019).***Openness to Creative Destruction : Sustaining Innovative Dynamism***. Oxford : Oxford University Press.

Diamond, P.(1965).**National Debt in a Neoclassical Growth Model**. *American Economic Review* 55: 1126–1150.

Dixit, A. and Stiglitz, J.(1977).**Monopolistic competition and optimum price diversity**. *American Economic Review*, Vol.67 (3):297–308.

Domar, E.(1946).**Capital Expansion, Rate of Growth and Employment**. *Econometrica* 14: 137–147.

Easterlin, R.(1996).***Growth Triumphant: The Twenty-First Century in Perspective***. Ann Arbor: University of Michigan Press.

Farmer, K. and Schelnast, M.(2014).***Growth and International Trade: An Introduction the Overlapping Generations Approach***. Berlin: Springer.

Galor, O.(1996).**Convergence? Inference from Theoretical Models**. *Economic Journal* 106: 1056–1069.

Galor, O. and Moav, O. (2004). **From Physical to Human Capital Accumulation : Inequality in the Process of Development.** *Review of Economic Studies* 71: 1101–1026.

Gancia, G. and Zilibotti, F.(2005).**Horizontal Innovation in the Theory of Growth and Development**. In P Aghion, P. and Durlauf, S.(eds). ***Handbook of Economic Growth,***. Amsterdam : North-Holland : 111–170.

Gerschenkron, A. (1962). ***Economic Backwardness in Historical Perspective*** .Cambridge, MA : Harvard University Press.

Goldin, C.(2001).**The Human Capital Century and American Leadership: Virtues of the Past**, *Journal of Economic History* 61(2) :263-292.

Goldin, Cl. And Katz, L.(1998).**The Origins of Technology-Skill Complementarity**. *Quarterly Journal of Economics* 113: 693–732.

Greenhalgh, C .and Rogers, M.(2010).***Innovation, Intellectual Property, and Economic Growth***. Princeton : Princeton University Press.

Griliches, Z .(1996).**The Discovery of the Residual : a Historical Note**. *Journal of Economic Literature* 34(3) :1324-1330.

Grossman, G. M. and Helpman, E.(1991). ***Innovation and growth in the global economy***. Cambridge, MA: MIT Press.

Hacche, G.(1979). ***The Theory of Economic Growth : An Introduction.*** London : Macmillan.

Hall, R. and Jones, C.(1999). **Why do some countries produce so much more output per worker than others?** *Quarterly Journal of Economics*, 114 (1):83–116.

Harrod, R.(1939).**An Essay in Dynamic Theory**. *Economic Journal* 49: 14–33.

Hein, E.(2014).***Distribution and Growth after Keynes :A Post-Keynesian Guide***. London : Edward Elgar Publishing.

Helpman, E.(2004).***The Mystery of Economic Growth***, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Hess, P.(2013).***Economic Growth and Sustainable Development***. London: Routledge.

Heston, A., Summers, R. and Aten.B.(2011).***Penn World Table Version 7.0***, Center for International Comparisons of Production, Income and Prices at the University of Pennsylvania.

Hicks, J.(1932) .*The Theory of Wages*. London : Macmillan.

Hirschman, A.(1958). *The Strategy of Economic Development.* New Haven, Conn.: Yale University Press.

Jhingan, M.(2011).*The Economics of Development and Planning*. Delhi : Vrinda Publications.

Jones, C.(1995). **R&D Based Models of Economic Growth**. *Journal of Political Economy* 103 (4) :759-784.

Jones, C.(2017).**Facts of Economic Growth**, In Taylor , J. and Uhlig ,H.(Eds).*Handbook of Macroeconomics*. North-Holland : Elsevier : 4-69.

Jones, C. and Vollrath, D.(2013). *Introduction to Economic Growth*, 3rd Ed., New York : W.W. Norton.

Kaldor, N.(1957).**Alternative Theories of Distribution**. *Review of Economic Studies* 23: 83–100.

Kaldor, N.(1961). **Capital accumulation and economic growth**. In Lukz, H. (eds*). The theory of capital*. New York : St. Martin's Press : 177–222.

Keynes, M. (1936). *The general theory of employment, interest and money*. New York : Harcourt, Brace.

Koopmans, T.(1965).**On the Concept of Optimal Economic Growth**. In *The Econometric Approach to Development Planning,* Amsterdam : North-Holland : 225–295.

Kremer, M.(1993).**Population Growth and Technological Change: One Million b.c. to 1990**. *Quarterly Journal of Economics* 108: 681–716.

Lucas, R. (1988). **On the Mechanics of Economic Development** .*Journal of Monetary Economics* 22 (1):3-32.

Lucas, R.(2002). *Lectures on Economic Growth*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Maddison, A.(2008).***Contours of the World Economy, 1–2030AD: Essays in Macro-Economic History***. Oxford: Oxford University Press.

Mankiw, G., Romer, D., and Weil, D.(1992). **A Contribution to the Empirics of Economic Growth**. *Quarterly Journal of Economics* 107:407-437.

Mankiw, G.(2010). ***Macroeconomics***, 7th Ed., Worth Publisher.

Novales, A., Fernández, E., Ruiz, J. (2014). ***Economic Growth :Theory and Numerical Solution Methods***. 2nd Ed., Berlin: Springer.

Olson, O.(2012).***Essentials of Advanced Macroeconomic Theory***. London: Routledge.

Perkins, D. et al.(2013).***Economics of Development***. 7th Ed., London: Norton and Company.

Petrakis, P.(2020).***Theoretical Approaches to Economic Growth and Development An Interdisciplinary Perspective***. New York : Palgrave Macmillan

Phelps, E. (1966). ***Golden Rules of Economic Growth***. New York : W. W. Norton.

Ramanathan, R.(1982).***Introduction to the Theory of Economic Growth***. Berlin: Springer.

Ramsey, F.(1928). **A Mathematical Theory of Saving**. *Economic Journal* 38: 543–559.

Rebelo, S.(1991).**Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth**. *Journal of Political Economy* 99:500-521.

Rodrik, D.(2011). **The Future of Economic Convergence**. *NBER Working Paper No.* 17400.

Romer,D.(2018).***Advanced Macroeconomics***.5th Ed., New York : McGraw-Hill.
Romer, P.(1986).**Increasing Returns & long –Run Growth** .*Journal of Political Economy* 94 (5):1002-1037.

Romer, P.(1987).**Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization**. *American Economic Review* 77: 56–62.

Romer, P.(1990).**Endogenous Technological Change**. *Journal of Political Economy* 98 (5):S71- S101.

Romer, P.(1994).**The Origins of Endogenous Growth**. *Journal of Economic Perspectives* 8 (1):3-22.

Ros, J.(2013).***Rethinking Economic Development, Growth, and Institutions***, Oxford: Oxford University Press.

Samuelson, P.(1958).**An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money**. *Journal of Political Economy* 66: 467–482.

Schaffner, J.(2013).***Development Economics***. Boston: Addison-Wesley Publishing.

Schumpeter, J.(1942).***Capitalism, Socialism and Democracy***. London : Harper & Brothers.

Solow, R.(1956). **A Contribution to the Theory of Economic Growth** . *Quarterly Journal of Economics* 70 (1):65-97.

Solow, R.(1957).**Technical Change and the Aggregate Production Function**, *Review of Economics and Statistics* 39(3) :312-320.

Solow, R.(1970).***Growth Theory: An Exposition***. Oxford : Clarendon Press.

Sorensen, P. and Whitta – Jacobsen, H.(2010).***Introducing Advanced Macroeconomics: Growth and Business Cycles***. New York: McGraw-Hill.

Spence, M.(1976). **Product Selection, Fixed Costs, and Monopolistic Competition**. *Review of Economic Studies* 43:217-236.

Spence, M.(2012).***The Next Convergence.The Future of Economic Growth in a Multispeed World***, New York: Farrar, Straus and Giroux.

Swan, T.(1956). **Economic growth and capital accumulation**. *Economic Record* 32:334–361.

Tirole, J.(1988).***The Theory of Industrial Organization***.Cambridge, Mass.: MIT Press.

Todaro, M. and Smith, S.(2014).***Economic Development***.12th Ed., UK: Person Published. *Current State*.UK: Edward Elgar Publishing.

Tsoukis, C.(2020).***Theory of Macroeconomic Policy***. Oxford: Oxford University Press.

Turnovesky, S.(2000).***Methods of Macroeconomic Dynamics***, 2nd Ed., Cambridge, MA: MIT Press.

Uzawa, H.(1961).**Optimal Growth in a Two-Sector Model of Capital Accumulation**. *Review of Economic Studies* 31:1–24.

Uzawa, H.(1965). **Optimal technical change in an aggregative model of economic growth**. *International Economic Review* 6:18–31.

Weber, L.(2010). ***Demographic Change & Economic Growth: Simulations on Growth Models***. Berlin: Springer.

Weil, D.(2013).***Economic Growth***.3rd Ed., Boston: Pearson Education Limited.

Young, A.(1998).**Growth without Scale Effects**. *Journal of Political Economy* 106 (1):41-62.

يقدم كتاب "نماذج النمو الاقتصادي" نظرة عامة وشاملة لما يُعتبر حاليا أهم الإسهامات النظرية في تحليل النمو الاقتصادي، الغرض منه إظهار جوهر نظرية النمو الاقتصادي (كنظرية ديناميكية في مجال الاقتصاد الكلي الحديث تُطور بشكل منهجي ووثيق روابط بين الاقتصاد الكلي الساكن بالنظرية الاقتصادية الديناميكية الحديثة) عن طريق الجمع بين المناقشة التفصيلية للمناهج النظرية المرتبطة بنماذج النمو الاقتصادي والسياسات الاقتصادية المنبثقة عنها.

تم تصميم الكتاب كمرجع يُستخدم لتدريس المقررات التعليمية للطلاب الجامعيين وطلاب الدراسات العليا في مقاييس النمو الاقتصادي، الاقتصاد الكلي، الاقتصاد الكلي المعمق والتنمية الاقتصادية، حيث يُفترض عبر الاطلاع على نصوص هذا الكتاب أن يكتسب الطلاب كفاءة ومعرفة معقولة حول نظرية النمو واستخداماتها، وأن تُتيح لهم سهولة الوصول للمواد الحديثة على أمل أن يحفز هذا لديهم استخلاص العديد من الأفكار الجديدة.

أمين حواس أستاذ بجامعة ابن خلدون تيارت (الجزائر) متحصل على شهادة الدكتوراه في الاقتصاد بجامعة تلمسان (الجزائر). له العديد من المقالات والأوراق العلمية المنشورة حول مجالات النمو، التنمية، السياسة الصناعية، النوعية المؤسساتية، التجارة الدولية والتقدم التكنولوجي، كما سبق للمؤلف أن نشر كتبا بعنوان: الانفتاح التجاري والنمو الاقتصادي: أدلة من الصين (2017)، مقدمة في النمو الاقتصادي (2018) ونظريات التنمية المعاصرة (2021).



9 789931 976424

منشورات مخبر المؤسسة الاقتصادية الجزائرية

جامعة ابن خلدون تيارت – الجزائر -